

На правах рукописи

Россихин Антон Анатольевич

**Динамика полей в окрестности
конических дефектов в ОТО и теориях с
дополнительными измерениями**

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2004

Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
профессор Ю.В. Грац

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
И.П. Волобуев
доктор физико-математических наук
профессор А.И. Кириллов

Ведущая организация: Институт Ядерных Исследований РАН

Защита состоится "___" _____ 2004 г. в _____ час. на заседании Диссертационного Совета К 501.001.17 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: Москва, Воробьевы горы, МГУ, физический факультет, ауд. _____.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ.

Автореферат разослан "___" _____ 2004 г.

Учёный секретарь
Диссертационного Совета К 501.001.17
доктор физико-математических наук

П. А. Поляков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Исследование свойств вещества, описываемого в рамках теорий со спонтанным нарушением симметрии показывает, что при достаточно высокой температуре среды симметрии между взаимодействиями восстанавливаются. Необходимые для этого условия не достижимы в наземных лабораториях, однако они выполнялись в ранней Вселенной. Предполагается, что в процессе её остывания во Вселенной произошёл ряд фазовых переходов в результате чего первоначальная симметрия между взаимодействиями была нарушена вплоть до той, достаточно низкой, которая наблюдается в настоящее время. При этом вакуумные средние квантованных полей в областях пространства, находящихся на расстояниях больших горизонта причинности, могли оказаться различными, что, в свою очередь, могло привести к возникновению переходных областей с высокой плотностью энергии — топологических дефектов. Их обнаружение дало бы важные сведения о свойствах материи в ранней Вселенной.

В результате фазовых переходов могло образоваться несколько разновидностей топологических дефектов: текстуры, монополи, струны и доменные стенки. Среди них особое внимание исследователей привлекли одномерные дефекты — космические струны.

Первоначальный интерес к космическим струнам был вызван тем, что они могли послужить одной из причин образования начальных неоднородностей плотности материи, которые, в ходе последующей эволюции Вселенной, привели к возникновению её крупномасштабной структуры. В дальнейшем, было найдено множество других возможных проявлений космических струн также относящихся к области астрофизики и космологии. В частности, космические струны являются кандидатами на роль источников гамма-всплесков и космических лучей сверхвысоких энергий. Стабильные струнные петли — вортонны могут быть составной частью тёмной материи.

В простейшем случае прямолинейной бесконечно тонкой космической струны её пространство-время представляет собой прямое произведение

конуса на двумерное пространство Минковского. Тензор Римана этого пространства равен нулю всюду, кроме оси симметрии, и можно говорить о гравитации без локальной кривизны. Таким образом, данное пространство позволяет выделить явным образом влияние глобальной структуры многообразия на ход классических и квантовых процессов. Среди эффектов, вызванных конической топологией, особо следует упомянуть специфический эффект линзы. Наблюдения по этому эффекту недавно выявили гравитационную линзу, которая с достаточно высокой вероятностью может оказаться космической струной.

Другим часто рассматриваемым типом топологических дефектов является глобальный монополю. Пространство-время статического глобального монополя также имеет нетривиальную «коническую» структуру: его пространственное сечение на больших расстояниях от ядра монополя имеет дефицит телесного угла. Эта величина определяет как кривизну, так и топологию пространства. Относительно простой вид метрики пространства глобального монополя, как и в случае струны, позволяет исследовать влияние структуры многообразия на физические процессы.

Всё вышперечисленное позволяет говорить об актуальности дальнейших исследований различных свойств космических струн и глобальных монополей. В частности, изучение космических струн важно, как для поиска их наблюдательных проявлений так и для решения целого ряда космологических и астрофизических проблем. Общетеоретическое значение имеет исследование классических и квантовых эффектов в конических пространствах и в пространстве глобального монополя.

Основная цель диссертации состоит в изучении динамики классических и квантованных полей в окрестности топологических дефектов, рассматриваемых как в рамках общей теории относительности так и в рамках

теорий с дополнительными измерениями.

Научная новизна и практическая ценность работы. В диссертационной работе рассмотрен ряд новых классических и квантовых эффектов в окрестности космической струны и глобального монополя.

Исследуется самодействие космических струн во внешних полях. Получено выражение для эффективного действия, описывающего взаимодействие струн с собственными линеаризованными полями в рамках приближения нулевой толщины струны. Выделена расходящаяся часть эффективного действия для сверхпроводящей струны Виттена и киральной струны в искривлённом пространстве-времени, а также для струны в аксионно-дилатонной гравитации в искривлённом пространстве-времени и при произвольном дилатонном фоне. Показано, что в случае киральной струны потенциально расходящийся вклад в эффективное действие обращается в ноль. Для струны в аксионно-дилатонной гравитации установлено, что при определённом выборе констант связи все расходимости в эффективном действии сокращаются.

На примере моделей, допускающих точное решение, рассмотрено топологическое самодействие статического точечного источника с произвольной мультипольной структурой в $2 + 1$ -мерном коническом пространстве. Получены точные выражения для энергии, силы и момента силы топологического самодействия. Показано, что, вопреки высказывавшимся ранее утверждениям, сила самодействия зависит от внутренней структуры источника и не равна нулю в электронейтральном случае. Обнаружено, что с ростом дефицита угла конического пространства энергия самодействия неограниченно растёт, при этом относительный вклад высших мультиполей в самодействие увеличивается. Полученные результаты обобщены на случай линейного источника с произвольной мультипольной структурой в $3 + 1$ -мерных конических пространствах. Для случая пространства струны конечной толщины исследована зависимость эффекта самодействия от толщины струны и

дефицита телесного угла. Показано, что вклад в самодействие, вызванный наличием у струны конечной толщины, резко возрастает с увеличением дефицита угла.

Впервые рассмотрен эффект поляризации вакуума скалярного поля в гравитационных полях космической струны и глобального монополя в модели Рэндалл-Сундрума с одной браной. Методами теории возмущений получено выражение для перенормированного вакуумного среднего тензора энергии импульса $\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle^{ren}$. Показано, что в низшем порядке теории возмущений его можно представить в виде суммы двух членов: вклада, совпадающего с вакуумным средним, полученным в рамках четырёхмерной теории Эйнштейна, и вклада, связанного с наличием дополнительного измерения. При этом, на малых расстояниях от дефектов вклад в поляризацию вакуума, связанный с наличием дополнительного измерения, становится доминирующим.

Проведённые в диссертации исследования касаются ряда актуальных вопросов взаимодействия классических и квантованных полей с коническими дефектами. Полученные результаты могут быть использованы для поиска наблюдательных проявлений космических струн и глобальных монополей.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на следующих научных конференциях:

1. XIV Международный семинар по физике высоких энергий и квантовой теории поля QFTHEP99, Москва, Россия, 27 мая - 2 июня 1999 г.
2. Международный семинар «Hot points in astrophysics», Дубна, Россия, 22–26 августа 2000 г.
3. Вторая международная школа-семинар «Проблемы теоретической космологии», Ульяновск, Россия, 11 – 21 сентября 2000 г.

4. XVI Международный семинар по физике высоких энергий и квантовой теории поля QFTNER01, Москва, Россия, 6 – 12 сентября 2001 г.
5. Десятая Ломоносовская конференция по физике элементарных частиц, Москва, 23 – 29 августа 2001 г.
6. XI Международная конференция "Theoretical and Experimental problems of general relativity and gravitation", Томск, Россия, 1 – 7 июля 2002 г.
7. Научная конференция СЯФ ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий», Москва, 2 – 6 декабря 2002 г.
8. XVII Международный семинар по физике высоких энергий и квантовой теории поля, Самара – Саратов, Россия, 4 – 11 сентября 2003 г.

Публикации По теме диссертации опубликовано 9 работ, список которых приведён в конце автореферата. Две работы помещены в электронный архив arXiv.org.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав основного текста, заключения, двух приложений и списка цитируемой литературы из 141 наименований. Объем диссертации составляет 124 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы исследования и даётся обзор основных публикаций имеющих отношение к рассматриваемому кругу вопросов. В нём формулируются цели исследования и описывается структура диссертации.

В первой главе исследуется проблема устранения расходимостей в

эффективном действии, описывающем взаимодействие бесконечно тонкой струны с собственными полями, для нескольких часто рассматриваемых моделей космических струн.

Первый раздел главы носит вводный характер. В нём приводятся необходимые сведения о линеаризованной теории поля во внешних полях.

Во втором разделе вводится понятие эффективного действия для струны, взаимодействующей с собственным линеаризованным полем, и намечается общая схема выделения расходимостей из эффективного действия.

В третьем разделе исследуется проблема устранения расходимостей в эффективном действии для самодействующих сверхпроводящих струн.

В подразделе 3.1 выделен расходящийся вклад из эффективного действия для сверхпроводящей струны Виттена, взаимодействующей с собственными электромагнитным и линеаризованным гравитационным полями в искривлённом пространстве-времени. Показано, что для сверхпроводящей струны расходимость электромагнитного вклада в эффективное действие может быть устранена перенормировкой параметров струнного действия, в то время как для гравитационного вклада это в общем случае сделать не удаётся. В подразделе 3.2 рассмотрен случай киральной струны, которая описывается действием для струны Виттена в совокупности с дополнительным условием нейтральности и изотропности тока — $J_\mu J^\mu = 0$. Показано, что потенциально расходящийся вклад в эффективное действие киральной струны, взаимодействующей с собственным гравитационным полем, обращается в ноль.

В четвёртом разделе исследуется эффективное действие для струны в аксионно-дилатонной теории гравитации в искривлённом пространстве времени и при произвольном дилатонном фоне. Выделены потенциально расходящиеся дилатонный, гравитационный и аксионный вклады в эффективное действие. Показано, что при определённом выборе констант связи,

предсказанном ранее в рамках теории суперструн, они сокращают друг друга.

Вторая глава посвящена изучению топологического самодействия источников с произвольной мультипольной структурой в конических пространствах.

В первом разделе приводятся необходимые сведения о $3 + 1$ -мерных конических пространствах, включая пространство прямолинейной бесконечно тонкой струны, мультиструнное пространство, пространство струны конечной толщины. Также рассматриваются $2 + 1$ -мерные конические пространства.

Во втором разделе точно решается задача нахождения функции Грина уравнения Пуассона $G(x', x'')$ на двумерном римановом пространстве (\mathcal{M}_2, γ) , допускающем глобальное покрытие сеткой конформных координат. Предложен основанный на методе ковариантной раздвижки точек алгоритм, позволяющий найти регуляризованные значения в пределе совпадающих точек для ковариантных производных функции Грина произвольного порядка. Получены выражения для $[G^{reg}]$, $[G^{reg}; a']$, $[G^{reg}; b'' a']$, $[G^{reg}; c'' b' d']$ и $[G^{reg}; a'' c'' b' a']$, где квадратные скобки указывают, что соответствующие величины взяты в пределе совпадающих точек.

В третьем разделе рассматривается самодействие статического источника с произвольной мультипольной структурой в $2 + 1$ -мерном статическом пространстве. Получено выражение, связывающее энергию самодействия такого источника со взятыми в пределе совпадающих точек ковариантными производными регуляризованной функции Грина уравнения Пуассона G^{reg} на двумерном сечении $t = const$ пространства-времени:

$$U^{ren} = -2\pi \sum_{n,m} \frac{1}{n!m!} \mathbf{Q}^{(n)} \left[\mathbf{G}_{(n'm'')}^{reg} \right] \mathbf{Q}^{(m)}, \quad (1)$$

где введено обозначение

$$\mathbf{Q}^{(n)} \left[\mathbf{G}_{(n'm'')}^{reg} \right] \mathbf{Q}^{(m)} = Q^{a_1 \dots a_n} Q^{b_1 \dots b_m} \left[G^{reg}; a'_1 \dots a'_n b''_1 \dots b''_m \right],$$

а величины $Q^{a_1 a_2 \dots a_n}$ являются компонентами симметричного относительно перестановки любой пары индексов двумерного тензора $\mathbf{Q}^{(n)}$, который определяет n -й мультипольный момент источника, измеряемый покоящимся локально-инерциальным наблюдателем. Найденное выражение используется при исследовании эффекта самодействия в пространстве с одной конической особенностью. Показано, что перенормированная энергия самодействия отдельного мультиполя формально совпадает с энергией его взаимодействия с некоторым индуцированным мультиполем того же порядка, но в евклидовом пространстве. На основании результатов предыдущего раздела получены выражения для первых трёх индуцированных мультипольных моментов. Выражения для индуцированных заряда и дипольного момента совпали с соответствующими выражениями, найденными ранее другими методами. Выражение для индуцированного квадрупольного момента получено впервые:

$$Q_{ind}^{ab} = \frac{Q^{ab}}{1440b^4} (11b^2 + 1)(1 - b^2), \quad (2)$$

где b — параметр, характеризующий дефицит угла конической особенности.

В четвёртом разделе результаты предыдущего раздела обобщены на случай линейного источника с произвольной мультипольной структурой в струнных пространствах, представляющих собой прямое произведение Римановой поверхности (\mathcal{M}_2, γ) на двумерное пространство Минковского. Получено выражение связывающее энергию самодействия на единицу длины источника со взятыми в пределе совпадающих точек ковариантными производными регуляризованной функции Грина уравнения Пуассона G^{reg} на (\mathcal{M}_2, γ) . Показано, что это выражение имеет ту же структуру, что и (1), но содержит зависимость от двух типов мультипольных моментов — линейных электрических и линейных магнитных.

В подразделе 4.1 рассматривается самодействие линейного источника (например, сверхпроводящей струны) в пространстве бесконечно тонкой космической струны параллельной источнику. Показано, что перенормированная энергия самодействия отнесённая к единице длины источника для от-

дельного линейного мультиполя формально совпадает с энергией его взаимодействия с некоторым линейным мультиполем того же порядка, но в евклидовом пространстве. Получено выражение для индуцированных линейных электрических и магнитных мультиполей нулевого и первого порядка, и показано, что они определяются теми же соотношениями, что и соответствующие индуцированные мультиполи в $2 + 1$ -мерном коническом пространстве.

В подразделе 4.2 рассматривается самодействие в пространстве космической струны конечной толщины. Для линейных электрических мультипольных моментов нулевого и первого порядка исследована зависимость эффекта топологического самодействия от толщины струны и дефицита угла. Показано, что вклад в самодействие, связанный с наличием у струны конечной толщины, резко возрастает с увеличением дефицита угла.

В пятом разделе с использованием формализма эффективного действия, рассмотренного в предыдущей главе, получено выражение для силы топологического самодействия, действующей на сверхпроводящую струну в пространстве бесконечно тонкой космической струны. Результат совпадает с выражением, полученным в подразделе 4.1 другими методами.

В третьей главе рассматривается поляризация вакуума безмассового скалярного поля Φ в гравитационных полях космической струны и глобального монополя в модели Рэндалл-Сундрума с одной браной (RS2-модель).

В первом разделе, в качестве исходного пункта для последующего применения метода размерной регуляризации, рассмотрена линеаризованная теория гравитации в RS2-модели размерности $p + 1 + 1$. С использованием калибровки Арефьевой найдено выражение для линеаризованной индуцированной метрики на бране.

Второй раздел посвящён рассмотрению гравитационных полей космической струны (подраздел 2.1) и глобального монополя (подраздел 2.2) в пятимерной RS2-модели, а также гравитационных полей их многомерных

обобщений — соответственно плоской статической бесконечно тонкой $p-2$ -браны и $p-3$ -мерного статического глобального дефекта в RS2-модели размерности $p+1+1$. Показано, что в рамках этих моделей, в отличие от случая ОТО, гравитационные поля рассматриваемых топологических дефектов имеют отличный от нуля гравитационный потенциал.

В третьем разделе методами теории возмущений получены выражения для евклидовой функции Грина скалярного поля, локализованного на p -бране в RS2-модели, в случаях когда индуцированная метрика браны соответствует гравитационным полям рассмотренных ранее многомерных обобщений космической струны и глобального монополя.

В четвёртом разделе, на основании результатов предыдущих разделов, с использованием метода размерной регуляризации получены выражения для перенормированного вакуумного среднего тензора энергии-импульса безмассового скалярного поля $\langle T_\mu^\nu \rangle^{ren}$ как для случая космической струны, так и для случая монополя. Показано, что в первом порядке теории возмущений в обоих случаях $\langle T_\mu^\nu \rangle^{ren}$ можно представить в виде суммы двух составляющих: вклада совпадающего с вакуумным средним, полученным в рамках общей теории относительности $\langle T_\mu^\nu \rangle_{Einst}^{reg}$, и вклада, чьё появление связано с существованием дополнительного измерения — $\langle T_\mu^\nu \rangle_{bulk}^{ren}$. Исследовано поведение вакуумных средних на больших и малых расстояниях от топологических дефектов. В частности, для космической струны получено, что

$$\langle T_0^0 \rangle_{bulk}^{ren} |_{\rho \ll k^{-1}} = -\frac{G_4 \mu}{80\pi^2} \frac{1}{k\rho^5} \ln(\rho\lambda), \quad (3)$$

где ρ — расстояние от струны, μ — натяжение струны, k^{-1} — характерный размер дополнительного измерения, а λ — произвольный параметр. В свою очередь, для монополя

$$\langle T_0^0 \rangle_{bulk}^{ren} |_{r \ll k^{-1}} = -\frac{G_4 \eta^2}{120kr^5}, \quad (4)$$

где r — расстояние от монополя, а η — параметр, характеризующий дефицит телесного угла монополя. Показано, что вклад в вакуумное среднее,

вызванный наличием дополнительных измерений, на малых расстояниях от дефектов становится доминирующим.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

В приложения вынесен вспомогательный материал. В Приложении 1 приведены некоторые результаты, дополняющие второй раздел второй главы. В Приложении 2 дано подробное изложение линеаризованной теории гравитации в RS2-модели размерности $p + 1 + 1$.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Исследован расходящийся вклад в эффективное действие для сверхпроводящей струны, взаимодействующей с собственными электромагнитным и линеаризованным гравитационным полями в искривлённом пространстве-времени. Показано, что в случае киральной струны потенциально расходящийся вклад в эффективное действие обращается в ноль.
2. Исследован расходящийся вклад в эффективное действие для струны в аксионно-дилатонной теории гравитации в искривлённом пространстве-времени и при произвольном дилатонном фоне. Показано, что при определённом выборе констант связи все расходимости в эффективном действии сокращаются.
3. Получено точное выражение для энергии топологического самодействия статического источника с произвольной мультипольной структурой в $2 + 1$ -мерной теории гравитации. Показано, что с ростом дефицита угла эффекты самодействия неограниченно растут, при этом всё большую роль начинают играть высшие мультиполи. Полученные результаты обобщены на случай системы параллельных струн, одна из которых токонесущая.
4. Получено выражение для энергии топологического самодействия линейного источника в пространстве струны конечной толщины. Показано, что вклад в самодействие, связанный с наличием у струны конечной толщины резко возрастает с увеличением дефицита угла.
5. Впервые вычислено вакуумное среднее тензора энергии-импульса безмассового скалярного поля в гравитационных полях космической струны и глобального монополя в RS2-модели. Показано, что на малом расстоянии от дефектов вклад в поляризацию вакуума, связанный с наличием дополнительных измерений, становится доминирующим.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ

1. Грац Ю., Россихин А. Электростатика на локально-плоском пространстве с коническими особенностями // *Теоретическая и Математическая Физика*. — 2000. — Т. 123. — С. 150–162.
2. Grats Y. V., Rossikhin A. A., Sboichakov A. O. Classical and quantum fields in the spacetime of multiple cosmic strings // *Proceedings of the International workshop “Hot points in Astrophysics”*. — Dubna: JINR, 2000. — Pp. 357–363.
3. Grats Y. V., Rossikhin A. A., Sboichakov A. O. Chiral string in a curved space: gravitational self-action // *Mod. Phys. Lett. A*. — 2001. — Vol. 16. — Pp. 725–730. — gr-qc/0101049.
4. Grats Y. V., Rossikhin A. A., Sboichakov A. O. Renormalization in the effective action for a classical string // *Gravitation and Cosmology*. — 2001. — Vol. 7. — Pp. 178–182.
5. Grats Y. V., Rossikhin A. A. Self-action on locally flat spaces with conical singularities // B. B. Levchenko, V. I. Savrin, eds., *Proceedings of the XIV International workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory*. — Moscow, MSU, 2000. — Pp. 378–383.
6. Grats Y. V., Rossikhin A. A. Vacuum polarization near brane world cosmic string // *Mod. Phys. Lett. A*. — 2002. — Vol. 17. — Pp. 1207–1214. — hep-ph/0201084.
7. Grats Y. V., Rossikhin A. A. Vacuum polarization near topological defects in a brane world // M. N. Dubinin, V. I. Savrin, eds., *Proceedings of the XVI International workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory*. — Moscow, MSU, 2002. — Pp. 358–365.

8. *Grats Y. V., Rossikhin A. A. Vacuum polarization near topological defects in RS2 brane world // Abstracts of the XI International Conference "Theoretical and Experimental problems of general relativity and gravitation". — Tomsk, TSPU, 2002. — P. 55.*
9. *Россихин А. Самодействие линейного источника в пространстве космической струны конечной толщины // Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика, Астрономия — 2003. — № 2. — С. 68–69.*