МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Дворников Павел Владимирович

Псевдофинслероидные эффекты в процессах квантовой теории поля

(01.04.02 – теоретическая физика)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2006

Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

Научный руководитель:	Доктор физико-математических наук, профессор Ю. В. Грац
Официальные оппоненты:	Доктор физико-математических наук, профессор П. А. Эминов
	Кандидат физико-математических наук, н.с. С.А. Шаракин
Ведущая организация:	Российский университет дружбы народов, г. Москва

Защита диссертации состоится "____" ____________ 2006 года в ____ часов на заседании Диссертационного Совета К 501.001.17 в МГУ им. М. В. Ломоносова по адресу: 119992, г. Москва, ГСП, Ленинские Горы, МГУ, физический факультет, ауд. ________.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

Автореферат разослан "____" ____________ 2006 г.

Ученый секретарь
Диссертационного Совета К 501.001.17 П.А. Поляков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

Преобразования Лоренца и лоренц-инвариантность играют важную роль в физике высоких энергий и служат для вывода уравнений фундаментальных физических полей. Релятивистская инвариантность прямо связана с геометрией пространства. Например, для плоского пространства Минковского метрическая функция остается инвариантной относительно 6-параметрической группы преобразований Лоренца. Что произойдет с релятивистской инвариантностью при обобщении метрики?

В последнее время также широко рассматривался вопрос о влиянии возможных нарушений лоренц-инвариантности на квантовые процессы. Теория с нарушенной инвариантностью используется, в частности, для оценки того, какие ограничения накладывают экспериментальные данные на эту инвариантность, то есть для нахождения верхней границы коэффициентов перед неинвариантными членами.

Наиболее последовательным способом нарушения лоренц-инвариантности и построения обобщенной квантовой теории поля является изменение геометрии пространства с последующим исследованием как кинематических, так и квантовых эффектов. Одним из метрических обобщений евклидовой геометрии является геометрия Финслера. За последние 30 лет появилось значительное количество работ, посвященных геометрии Финслера, в которых были обобщены многие свойства римановых пространств. Ближайший геометрический путь обобщения преобразований Лоренца, использующий идеи финслерова пространства – это замена лоренцевой инвариантности псевдоевклидовой метрической функции на требование инвариантности финслеровой метрической функции (ФМФ). Релятивистская финслерова метрическая функция, названная псевдофинслероидной, была предложена и использована Г.С. Асановым. При этом было показано, что следующие требования однозначно определяют явный вид указанной функции:

– поверхность индикатрисы ФМФ является пространством постоянной отрицательной кривизны;

– ФМФ сохраняет изотропность трехмерного подпространства;

– получаемый финслеров метрический тензор обладает псевдоевклидовой сигнатурой пространства-времени;

– выполняется принцип соответствия: при обращении финслерова характерного параметра в ноль финслеров метрический тензор переходит в псевдоевклидов тензор Минковского.

В этой связи большой интерес представляет изучение ближайших следствий псевдофинслероидного пространства и построения на нем квантовой теории поля.

Цель работы.

Целью настоящей диссертационной работы является последовательное построение квантовой теории поля в псевдофинслероидном пространстве и нахождение соответствующих поправок в выражениях для различных экспериментально наблюдаемых квантовых процессов. В соответствии с поставленной целью было намечено решение следующих задач:

– Построение лагранжиана и уравнений спинорной электродинамики в псевдофинслероидном пространстве, исследование их свойств и возможности нахождения псевдофинслероидных поправок в квантовых процессах.

– Построение лагранжиана и уравнений стандартной модели электрослабых взаимодействий, исследование их свойств и возможности нахождения псевдофинслероидных поправок в квантовых процессах.

– Анализ конкретных квантовых процессов, описываемых в рамках исследованных теорий, сравнение предсказываемых поправок с известными экспериментальными данными.

Научная новизна работы заключается в следующем:

– Получены лагранжиан и уравнения спинорной электродинамики в псевдофинслероидном пространстве. На основании конформного метода найдены решения этих уравнений, построены перестановочные и причинные функции. Произведено обобщение разложения S-матрицы, что позволило предложить способ вычисления псевдофинслероидных поправок в квантовых процессах.

– Рассмотрение в псевдофинслероидном пространстве уравнений неабелева калибровочного поля позволило построить лагранжиан и уравнения стандартной модели электрослабых взаимодействий. Показано, что при спонтанном нарушении калибровочной симметрии полученный лагранжиан переходит в рассмотренный ранее лагранжиан спинорной электродинамики.

– Использование этих результатов позволило найти псевдофинслероидные поправки в ряде экспериментально наблюдаемых процессов, описываемых квантовой теорией поля. Показано отсутствие поправок в сечении рассеяния для эффекта Комптона, получены поправки для сечений упругого рассеяния электрона на электроне и электрона на позитроне, а также для процессов аннигиляции электрон-позитронной пары с образованием двух фотонов и обратного ему процесса. В рамках обобщенной стандартной модели электрослабых взаимодействий найдены поправки в выражении для вероятности распада мю- и тау-мезонов; получена поправка для процесса рассеяния электрона на мюоном нейтрино. Показано отсутствие наблюдаемых поправок для аномального магнитного момента электрона и мюона.

Научная и практическая значимость работы.

– Предложен способ вычисления псевдофинслероидных поправок в выражениях для сечений рассеяния квантовых процессов.

– Показано, что в ряде процессов (в частности, в измеряемых с высокой точностью величинах аномального магнитного момента) наблюдаемые поправки отсутствуют.

– Продемонстрировано, что все полученные поправки являются малыми величинами и имеют порядок малости финслерова параметра, характеризующего степень отличия исследуемого пространства от псевдоевклидова.

– Развитая теория является тест-теорией специальной теории относительности, позволяющей получать ограничения на постлоренцевы параметры. Оказывается, что не всегда высокая точность измерений приводит к сильным ограничениям на эти параметры.

– Продолжение начатых исследований позволит перейти к изучению петлевых процессов в квантовой теории поля и рассмотреть проблемы регуляризации в финслеровом пространстве.

Апробация работы.

Материалы диссертации докладывались на международной конференции по гравитации, космологии, астрофизике и нестационарной газодинамике, посвященной 90-летию со дня рождения профессора К.П. Станюковича (Москва, 2006 год). Материал диссертации докладывался и обсуждался на семинарах кафедры теоретической физики физического факультета МГУ.

Публикации.

Основные результаты диссертации изложены в 4 опубликованных работах, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы, включающего 103 наименования. Общий объем работы составляет 137 страниц, включающих 10 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводится обзор выбранных направлений исследования, обосновывается актуальность избранной темы, излагается общая постановка задачи и описывается структура диссертации.

Первая глава диссертации носит вводный характер.

В первых четырех разделах вводится понятие финслеровой метрической функции $F = F(R)$, описываются ее основные свойства, приводятся выражения для финслерова метрического тензора, картановского тензора кручения, для символов Кристоффеля и для тензора кривизны, записанные через ФМФ. Далее мы рассматриваем канонически сопряженную финслеровой метрической функции величину – финслерову функцию Гамильтона и приводим выражения, устанавливающие ее связь с ФМФ. Мы описываем также калибровочные преобразования, оставляющие ФМФ инвариантной, и вводим понятие метричности этих преобразований.

В пятом разделе приведен явный вид используемых нами в дальнейших построениях релятивистских финслеровой метрической и финслеровой гамильтоновой функций. Эти функции характеризуются одним безразмерным параметром g, описывающим степень отличия от псевдоевклидова пространства. Обозначения

$$G = g/h, \qquad h = \sqrt{1 + \frac{1}{4}g^2},$$

$$g_+ = -\frac{1}{2}g + h, \quad g_- = -\frac{1}{2}g - h, \quad G_+ = g_+/h, \quad G_- = g_-/h,$$

$$g^+ = 1/g_+ = -g_-, \quad g^- = 1/g_- = -g_+, \quad G^+ = g^+/h, \quad G^- = g^-/h$$

позволяют нам записать финслерову метрическую функцию в виде

$$F(g;R) = \sqrt{|B(g;R)|}\, j(g;R),$$

$$B(g;R) = -\left((R^0)^2 - gR^0|\mathbf{R}| - |\mathbf{R}|^2\right), \quad j(g;R) = \left|\frac{R^0 + g_-|\mathbf{R}|}{R^0 + g_+|\mathbf{R}|}\right|^{-G/4}$$

и финслерову гамильтонову функцию согласно

$$H(g;P) = \sqrt{|\hat{B}(g;P)|}\, \hat{j}(g;P),$$

$$\hat{B}(g;P) = -\left((P_0)^2 + gP_0|\mathbf{P}| - |\mathbf{P}|^2\right), \quad \hat{j}(g;P) = \left|\frac{P_0 - \dfrac{|\mathbf{P}|}{g^+}}{P_0 - \dfrac{|\mathbf{P}|}{g^-}}\right|^{G/4}.$$

Далее мы приводим явные выражения для метрического тензора и других геометрических объектов исследуемого псевдофинслероидного пространства $\mathcal{E}_g^{SR}$. Из вида тензора кривизны можно сделать вывод, что финслерово релятивистское пространство является пространством постоянной отрицательной кривизны.

Шестой раздел посвящен описанию псевдофинслероидных $\mathcal{F}$-вращений, являющихся обобщением калибровочной группы Лоренца. Преобразование называется $\mathcal{F}$*–вращением*, если ФМФ остается инвариантной относительно такого преобразования:

$$F(\check{R}) = F(R), \quad \text{когда} \quad \check{R} = \mathcal{F}(R).$$

Принципиальное отличие этой инвариантности от обычной релятивистской теории в том, что финслеровы $\mathcal{F}$–вращения являются, вообще говоря, нелинейными преобразованиями. В них входят две очевидные подгруппы линейных преобразований, а именно: трехмерные вращения и бусты.

В седьмом разделе мы выписываем формулы квазипсевдоевклидова преобразования, при котором финслерова метрическая функция переходит в метрическую функцию пространства Минковского. При этом в получающемся метрическом тензоре псевдофинслероидные члены будут составлять порядок малости $O(g^2)$.

В восьмом разделе мы выписываем формулы и основные следствия конформного отображения в псевдофинслероидном пространстве, широко используемые в настоящей диссертации. Эти преобразования записываются как $r^i = \rho^i(g; R)$ с функциями

$$\rho^0(g; R) = \frac{1}{h}\varkappa(g; R)j(g; R)\left(R^0 - \frac{1}{2}g|\mathbf{R}|\right), \quad \rho^a = \varkappa(g; R)j(g; R)R^a,$$

$$\boldsymbol{\varkappa}(g; R) = \left(\frac{1}{2}F^2(g; R)\right)^{h-1} \equiv (\varkappa(g; R))^2,$$

при этом в терминах коэффициентов

$$\rho^i_q(g; R) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \rho^i(g; R)}{\partial R^q}$$

для метрического тензора выполняется тождество

$$\frac{1}{h^2}(\varkappa(g; R))^2 g_{pq}(g; R) = \rho^i_p(g; R)\rho^j_q(g; R)e_{ij}, \quad e_{ij} = \mathrm{diag}\{1, -1, -1, -1\}.$$

В девятом разделе мы приводим выражения для псевдофинслероидных ортонормированных реперов и коэффициентов вращения Риччи, необходимые для построения уравнений и лагранжианов спинорных полей. Приведены явные выражения псевдоевклидовых ортонормированных реперов, используемых при псевдофинслероидном обобщении преобразований Лоренца, а также инвариантных ортонормированных реперов, удовлетворяющих принципу соответствия и переходящих при $g \to 0$ в тождественные преобразования.

В заключительном, десятом разделе первой главы мы приводим явные выражения для обобщенных преобразований между движущимися системами отсчета. При этом оказывается, что рассматриваемое псевдофинслероидное пространство предполагает существование выделенной системы отсчета, а сами преобразования Лоренца, в отличие от калибровочных $\mathcal{F}$-вращений, не сохраняют инвариантности финслеровой метрической функции.

Во **второй главе диссертации** мы переходим к исследованию возможности псевдофинслероидного обобщения квантовой теории поля. Существует несколько подходов к записи уравнений поля.

Во-первых, можно строить лагранжианы и уравнения поля в псевдофинслероидном пространстве общими методами, разработанными для искривленного пространства-времени. Однако, основываясь на конформных свойствах пространства $\mathcal{E}_g^{SR}$, можно предложить другой метод обобщения квантовой теории поля, записывая лагранжианы, превращающиеся после конформных преобразований в стандартные псевдоевклидовы. На $O(g)$-уровне эти методы очевидно дадут одинаковый результат. Более того, как оказывается, множители, отличающие эти два способа построения, содержатся только в массовых членах лагранжианов. В частности, переход к рассмотрению стандартной модели электрослабых взаимодействий с использованием голдстоуновского механизма генерации масс позволит снять противоречия между этими методами построения квантовой теории поля. Поэтому в настоящей диссертации используется второй метод, который более перспективен для получения результатов и обобщения основных выражений.

Первый раздел второй главы посвящен постановке задачи и краткому описанию полученных в этой главе результатов.

Во втором разделе мы кратко записываем результаты по построению лагранжианов и уравнений свободных скалярного, электромагнитного и спинорного полей, изложенные в работах Г.С. Асанова, на которых и базируется наше дальнейшее рассмотрение. Использованный способ основан на выполнении свойства конформной инвариантности. Это позволяет отображать уравнения в конформное пространство, в котором их решения будут записываться стандартным образом.

В третьем разделе мы осуществляем квантование этих полей и записываем выражения для коммутаторов и перестановочных функций в псевдофинслероидном пространстве. При квантовании полей в выражениях появляются волновые векторы k_i. В стандартной теории они отождествляются с импульсами частиц.

В четвертом разделе мы исследуем свойства этих волновых векторов, рассматривая распространение волнового пакета, и показываем, что теперь они являются *конформными образами* импульсов.

Этот результат позволяет нам в пятом разделе записать уравнение массовой поверхности в псевдофинслероидном пространстве и исследовать его основные свойства:

$$H^2(g; P) = m^2.$$

При этом мы получаем обобщенные выражения для зависимости энергии частицы от ее импульса, связь импульса со скоростью частицы и другие полезные для дальнейших рассмотрений формулы. В частности, для безмассовых частиц мы получаем уравнение

$$E^{\pm} = g_{\pm} P,$$

что позволяет нам доопределить выражения для конформных преобразований в безмассовом случае. В случае массивных частиц получаются выражения

$$E^{\pm} = m + \frac{1}{2}\frac{|\mathbf{P}|^2}{m} \mp \frac{1}{3} g m |\mathbf{P}/m|^3 - \frac{1}{8}|\mathbf{P}/m|^4 + O(g|\mathbf{P}/m|^5)$$

для медленных частиц и

$$E^{\pm}(P) = (1 \mp \frac{1}{2}g)P + \frac{1}{2}\frac{m^2}{P} - \frac{1}{8}\frac{m^4}{P^3} \pm \frac{1}{2}g\left(\frac{m^2}{P} - \frac{1}{2}\frac{m^4}{P^3}\right)\ln\left(2\frac{P}{m} - \frac{1}{2}\frac{m}{P}\right)$$

для быстрых частиц.

Шестой раздел посвящен построению причинной функции Грина для квантованных полей в псевдофинслероидном пространстве. При этом оказывается, что причинная функция Грина записывается стандартным образом через приведенные ранее частотные части перестановочных функций.

В седьмом разделе мы, используя лагранжианы свободных электромагнитного, скалярного и спинорного полей, на основании свойств калибровочной инвариантности строим лагранжианы взаимодействия. При этом для лагранжиана КЭД для электромагнитного поля A_p и спинорного поля ψ получаем выражение:

$$L = -\frac{1}{4}\frac{1}{J}\mathcal{D}^{pq}F_{pq} + \frac{i}{2}[\bar{\psi}\gamma^p D_p\psi - (D_p\bar{\psi})\gamma^p\psi] - \varkappa m\bar{\psi}\psi, \qquad (1)$$

где $J(g;R) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \sqrt{|\det(g_{pq}(g;R))|} = (j(g;R))^4$, тензоры поля

$$F_{pq} = A_{p,q} - A_{q,p}, \quad \mathcal{D}^{pq}(R) = J(g;R)g^{pt}(g;R)g^{qs}(g;R)F_{ts}(R),$$

гамма-матрицы

$$\gamma^p(g;R) = g^{pq}(g;R)e_q^P(g;R)\tilde{\gamma}_P,$$

($e_q^P(g;R)$ – ортонормированный инвариантный репер, $\tilde{\gamma}_P$ – обычные гамма-матрицы) и ковариантные производные

$$D_p\psi = \partial_p\psi - Z_p\psi - ieA_p\psi, \quad D_p\bar{\psi} = \partial_p\bar{\psi} + \bar{\psi}Z_p + ieA_p\bar{\psi}$$

со спинорными коэффициентами связности

$$Z_p(g;R) = -\frac{1}{8}R^{PQ}{}_p(g;R)(\gamma_P\gamma_Q - \gamma_Q\gamma_P),$$

где $R^{PQ}{}_p(g;R)$ – ассоциируемые коэффициенты вращения Риччи. При этом конформные преобразования, действующие на полевые функции согласно

$$A_p(R) = e_p^i(g;R)B_i(\rho(g;R)), \quad \psi(R) = [\varkappa(g;R)]^{3/2}u(\rho(g;R)),$$

$$F_{pq}(R) = e_p^i(g;R)e_q^j(g;R)B_{ij}(g;r), \quad r^i = \rho^i(g;R)$$

приводят лагранжиан к стандартному виду

$$L = -\frac{1}{4}B_{ij}B^{ij} + \frac{i}{2}[\bar{u}\tilde{\gamma}^i\left(\frac{\partial}{\partial r^i} - ieB_i\right)u - \left(\left(\frac{\partial}{\partial r^i} + ieB_i\right)\bar{u}\right)\tilde{\gamma}^i u] - m\bar{u}u.$$

Использование полученных выражений совместно с записанной ранее причинной функцией Грина позволяет нам в восьмом разделе предложить выражение для S-матрицы, исследовать свойства нормального и хронологического произведений в псевдофинслероидном пространстве и записать обобщенные правила Фейнмана. Вычисления показывают, что при этом все конформные множители сокращаются, что позволяет не вычислять заново матричные элементы для различных квантовых процессов, а использовать результаты стандартной псевдоевклидовой теории.

В девятом разделе исследована возможность появления поправок в выражениях для сечений рассеяний процессов, описываемых в рамках спинорной электродинамики. Предложенный способ заключается в следующем:

– Для нахождения псевдофинслероидных поправок в процессах квантовой электродинамики мы, осуществив отображение в конформно-плоское пространство, можем не вычислять заново матричные элементы, а использовать выражения, получаемые в псевдоевклидовой теории.

– Используя матричный элемент или выражение для сечения рассеяния, вычисленные в рамках стандартной теории, нам необходимо вместо стоящих в них внешних импульсов частиц подставить конформные образы соответствующих псевдофинслероидных импульсов.

– При сложении импульсов двух или более частиц необходимо складывать их конформные образы, а результат отображать обратно в исходное псевдофинслероидное пространство.

Использованный для построения спинорной электродинамики лагранжиан, однако, не лишен ряда недостатков. Так, в массовом члене спинорного поля присутствует конформный множитель $\varkappa$, что приводит к отличию этого лагранжиана от лагранжиана, который может быть построен стандартными методами общей теории относительности. С целью разрешить эту неоднозначность мы далее переходим к рассмотрению стандартной модели электрослабых взаимодействий в рамках псевдофинслероидного конформного метода.

Для этого в десятом разделе мы записываем лагранжиан неабелева векторного поля и получаем уравнения поля. Дальнейшее квантование, проводимое аналогично случаю электромагнитного поля, позволяет нам записать перестановочную функцию. Исходя из свойств локальной калибровочной инвариантности, мы записываем лагранжиан взаимодействующих спинорного и векторного неабелева полей. Мы также демонстрируем механизм генерации массы векторного поля с помощью введения голдстоуновских бозонов, что позволяет избавиться от содержащих конформный множитель $\varkappa$ массовых членов в лагранжиане.

Полученные результаты позволяют нам в одиннадцатом разделе предложить псевдофинслероидное обобщение лагранжиана стандартной модели электрослабых взаимодействий:

$$\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_0 + \Lambda_{1/2}, \tag{2}$$

$$\Lambda_1 = -\frac{1}{4}\mathcal{D}^{pq}F_{pq} - \frac{1}{4}\mathrm{Tr}(\mathcal{D}^a_{pa}F^a_{pq}),$$

$$\Lambda_0 = Jg^{pq}(g;R)D^*_p\phi^+D_q\phi + J\frac{1}{4}g^2\frac{1}{F^2}\phi^+\phi - J\lambda(\phi^+\phi - \varkappa^2v^2)^2,$$

$$\Lambda_{1/2} = J\{i\bar{\psi}^I_L\gamma^pD_p\psi^I_L + i\bar{\psi}^I_R\gamma^pD_p\psi^I_R - (Y_e)_{IJ}\bar{\psi}^I_L\phi\psi^J_R - (Y^+_e)_{IJ}\bar{\psi}^I_R\phi^+\psi^J_L\},$$

$$\phi = \begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix}, \quad D_p\phi = \partial_p\phi - \frac{i}{2}e_1A_p(R)\phi - ie_2A^a_p(R)\frac{\sigma^a}{2}\phi.$$

Здесь $\psi_L = \binom{\nu}{e}_L$, $\psi_R \equiv e_R$. Производные

$$D_p\psi_L = \partial_p\psi_L - Z_p\psi_L - \frac{i}{2}e_2 A_p^a \sigma^a \psi_L + ie_1\frac{1}{2}A_p\psi_L,$$

$$D_p\psi_R = \partial_p\psi_R - Z_p\psi_R + ieA_p\psi_R.$$

Исследовав все его члены, включая юкавские взаимодействия, мы получаем, что содержащие конформный множитель части находятся лишь в потенциале хиггсовского бозона, выбор которого не фиксируется строго. При спонтанном нарушении калибровочной симметрии получается лагранжиан спинорной электродинамики, записанный именно в конформно-инвариантном виде. В результате мы приходим к заключению: *предложенные лагранжианы совпадают с лагранжианами, получаемыми на основании обычного (не конформно-инвариантного) построения теории поля в псевдофинслероидном пространстве, если в качестве потенциала скалярного поля хиггсовских бозонов выбрать величину*

$$V(\phi) = -J(g;R)\frac{1}{4}g^2\frac{1}{F^2}\phi^+\phi + J(g;R)\lambda(\phi^+\phi - \varkappa^2 v^2)^2. \tag{3}$$

Приведенные соображения позволяют нам аналогично случаю спинорной электродинамики использовать результаты вычислений в псевдоевклидовой теории, осуществляя затем конформное преобразование к псевдофинслероидным импульсам частиц.

Двенадцатый раздел посвящен краткому анализу теории сильных и электрослабых взаимодействий, основанной на калибровочной группе $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$. При этом мы опять показываем возможность отображения указанного лагранжиана в конформное пространство и обратного отображения получаемых результатов. Как и ранее, все члены, содержащие конформный множитель $\varkappa$, оказываются в потенциале хиггсовских бозонов.

В заключительном, тринадцатом разделе второй главы мы кратко исследуем возможность обобщения взаимодействий до калибровочной группы $SU(5)$. Наше рассмотрение опять показывает возможность конформного отображения получаемых лагранжианов; кроме того, конформный множитель $\varkappa$ появляется только в массовых членах хиггсовских бозонов и отсутствует в членах четвертого порядка по полям.

Третья глава посвящена вычислению способом, обоснованным в предыдущей главе, псевдофинслероидных поправок в различных квантовых процессах, описываемых квантовой электродинамикой: эффекте Комптона, рассеянии электрона на электроне, двухфотонной аннигиляции электрон-позитронной пары, рождении электрон-позитронной пары двумя фотонами, рассеянии электрона на позитроне, а также в процессах, описываемых в рамках стандартной модели электрослабых взаимодействий – таких, как распад мюона и рассеяние мюонного нейтрино на электроне.

В первом разделе очерчен круг поставленных задач и описана структура главы.

Во втором разделе мы исследуем в рамках псевдофинслероидной теории эффект Комптона. При этом получается, что в выражении для сечения рассеяния наблюдаемые поправки отсутствуют.

В третьем разделе мы рассматриваем процесс рассеяния электрона на электроне и получаем финслерову поправку, которая, в принципе, может быть обнаружена экспериментально. В низкоэнергетическом приближении выражение для дифференциального сечения рассеяния, зависящее от относительной скорости w электронов, записывается как

$$d\sigma = \left(\frac{e^2h^2}{mw^2}\right)^2 \frac{1+3\cos^2\theta}{4\sin^4\theta}\left(1+2wg+w^2(1+\frac{3}{2}g^2)+\ldots\right)d\Omega. \qquad (4)$$

На рисунке 1 приведены графики для дифференциального сечения при разных значениях финслерова параметра g.

Сравнивая полученные выражения с экспериментальными результатами, мы приходим к относительно слабому ограничению на характерный финслеров параметр $g < 10^{-3}$.

В четвертом разделе мы исследуем процесс двухфотонной аннигиляции электрон-позитронной пары. В результате при малых скоростях w мы получаем выражение

$$d\sigma = \frac{r_e^2}{2}\frac{1-gw/2+w^2}{2hw}d\Omega, \qquad (5)$$

а в ультрарелятивистском случае, переходя к нормированным на псевдофинслероидную скорость света величинам $w' = w/g^+$,

$$d\sigma = \frac{r_e^2}{2}\frac{\cos\theta(\sin^2\theta-\cos\theta)}{1-\cos\theta}\left[\left(\frac{1}{w'^2}-1\right)+\frac{g}{w'}\left(\frac{1}{w'}-1\right)+\ldots\right]d\Omega \qquad (6)$$

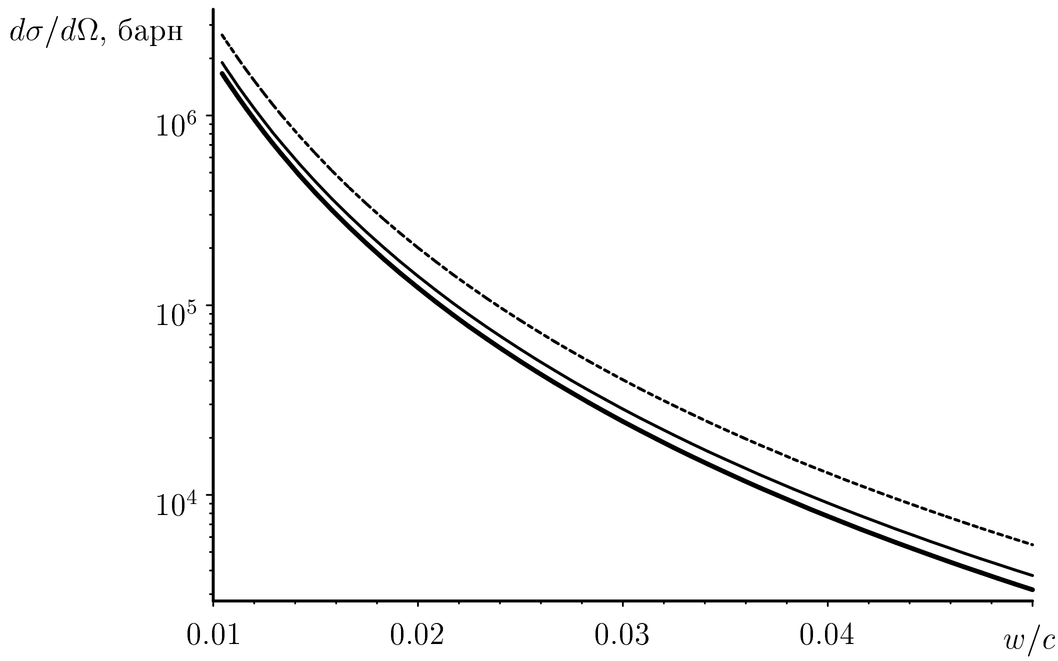

Рис. 1. Зависимость дифференциального сечения рассеяния электрона на электроне от скорости: Жирной линии соответствует $g = 0$ (псевдоевклидово пространство), сплошная линия построена при $g = 0.5$, пунктирной линии соответствует значение $g = 1.0$

(рассмотрение производилось в системе центра инерции). Относительная псевдофинслероидная поправка изображена на рисунке 2. Если же в эксперименте измеряются энергии родившихся фотонов, то наблюдаемые финслеровы поправки отсутствуют.

В пятом разделе мы исследуем обратный процесс – образование электрон-позитронной пары двумя фотонами. Получаемая при рассмотрении этого эффекта поправка изображена на рисунке 3.

В шестом разделе рассматривается еще один процесс – упругое рассеяние электрона на позитроне. В случае низких скоростей, рассматривая процесс в системе центра инерции, получаем

$$d\sigma = \frac{r_e^2}{16h^4w^4}\frac{d\Omega}{\sin^4\theta/2}(1 - 2gw + \ldots). \tag{7}$$

В ультрарелятивистском пределе, опять переходя к нормированной на скорость света величине w', будем иметь

$$d\sigma = \frac{r_e^2}{64}\frac{(3+\cos\theta)^2}{\sin^4\theta/2}[(1-w'^2) - gw'^2(1-w') + \ldots]d\Omega. \tag{8}$$

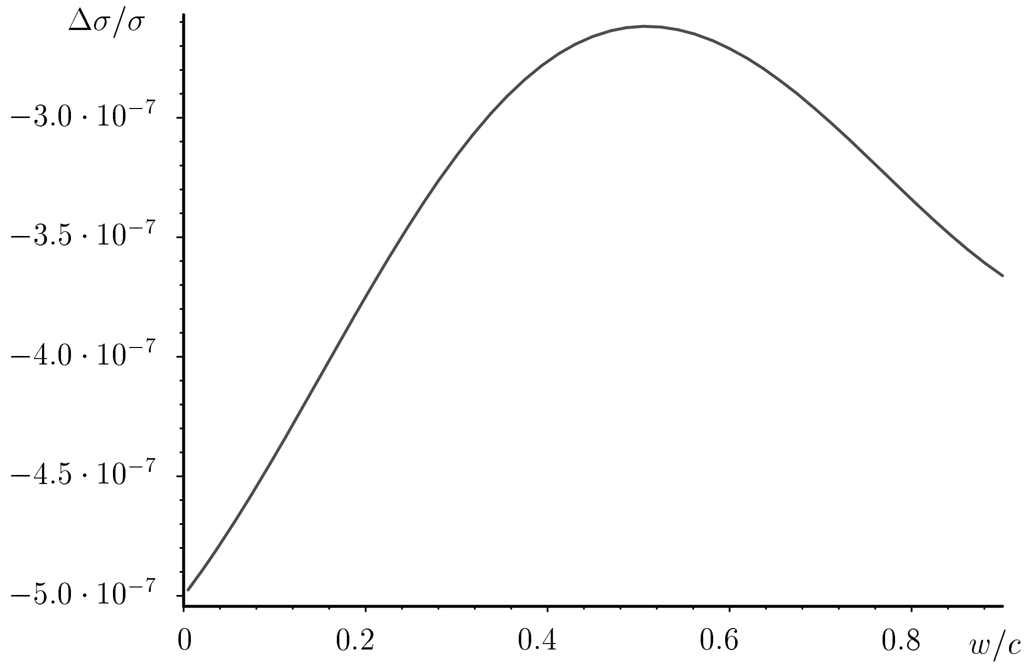

Рис. 2. Относительная псевдофинслероидная поправка $\Delta\sigma/\sigma$ в сечении электрон-позитронной аннигиляции при $g = 10^{-6}$

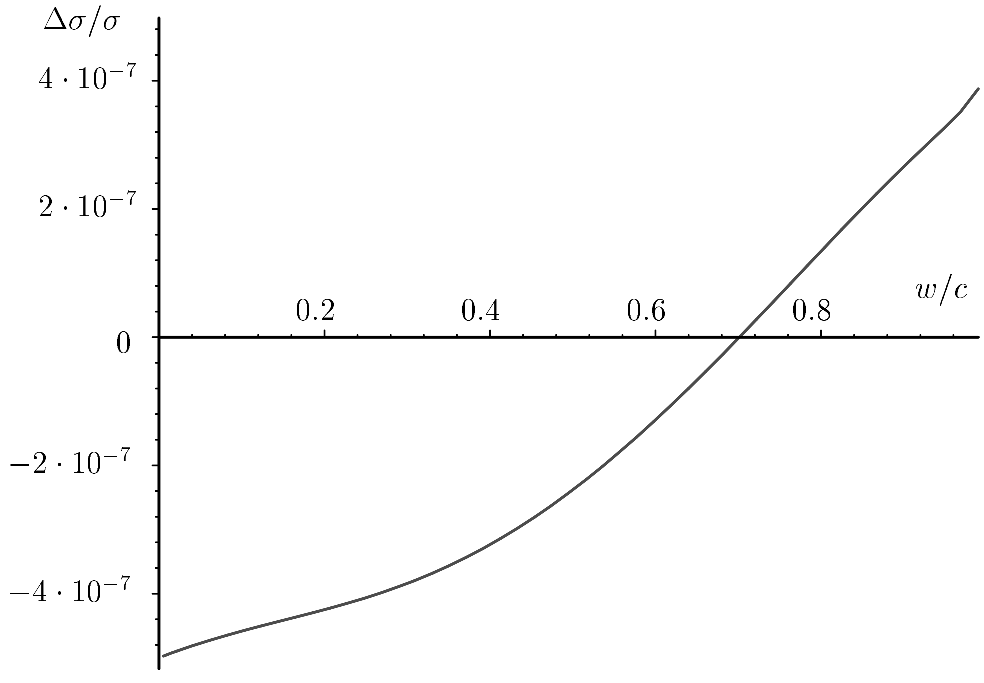

Рис. 3. Относительная псевдофинслероидная поправка $\Delta\sigma/\sigma$ в сечении двухфотонного рождения электрон-позитронной пары при $g = 10^{-6}$

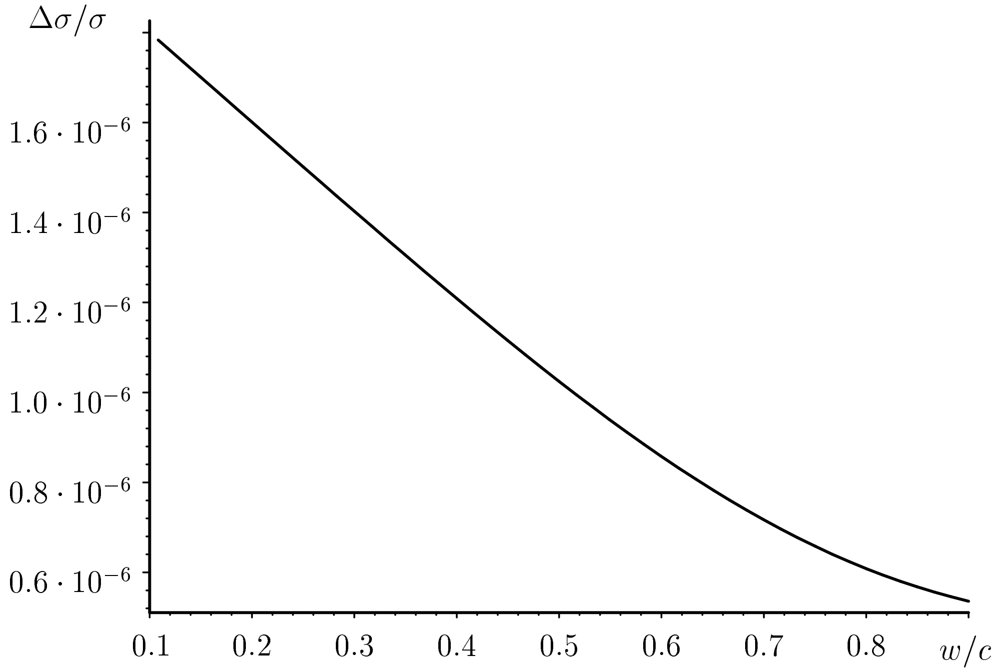

Рис. 4. Относительная псевдофинслероидная поправка $\Delta\sigma/\sigma$ в сечении рассеяния электрона на позитроне при $g = 10^{-6}$

Относительная псевдофинслероидная поправка изображена на рисунке 4. Процесс рассеяния электрона на позитроне играет большую роль при анализе экспериментов на электрон-позитронных коллайдерах и служит для определения значений констант, входящих в лагранжиан стандартной модели электрослабых взаимодействий. Кроме того, измерение зависимости величины сечения рассеяния от энергии сталкивающихся частиц позволяет находить зависимость постоянной тонкой структуры от энергии. Анализируя с использованием полученного нами выражения результаты экспериментов по наблюдению электрон-позитронного рассеяния, мы приходим к ограничению на характерный финслеров параметр $g < 10^{-4}$.

В седьмом разделе мы переходим к рассмотрению процессов, описываемых в рамках стандартной модели электрослабых взаимодействий и начинаем с исследования процессов распада мюона и тау-мезона:

$$\mu^- \to e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu,$$

$$\tau^- \to \begin{cases} e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\tau, \\ \mu^- + \tilde{\nu}_\mu + \nu_\tau. \end{cases}$$

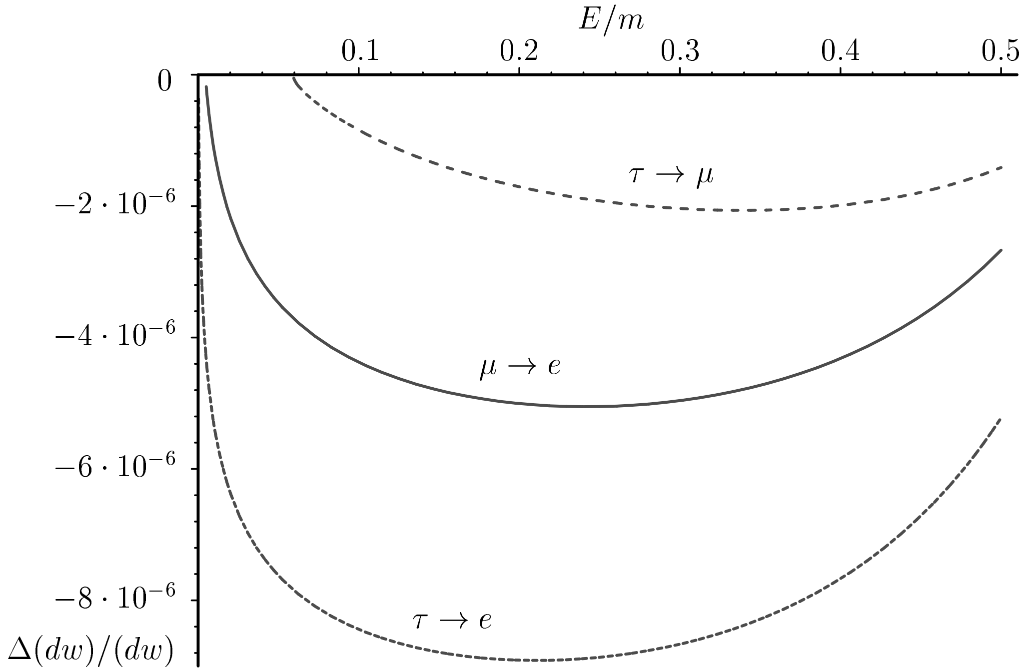

Рис. 5. Относительная финслерова поправка в выражении для вероятности распада мюона (тау-мезона) при $g = 10^{-6}$. По оси абсцисс – нормированная на массу исходной частицы энергия рождающейся частицы

Вероятность распада, выраженная через энергию рождающегося электрона, записывается как

$$dw = \frac{1}{h}\frac{e^4}{192 m_W^4}\frac{m_\mu^5}{\pi^3}\left(3 - 4\frac{\epsilon_k}{m_\mu}\right) 8\frac{\epsilon_k^2}{m_\mu^3} d\epsilon_k, \tag{9}$$

где

$$\epsilon_k = E_k + g\sqrt{E_k^2 - m^2}\left(\frac{1}{2} + \frac{E^2}{m^2}\right) - \frac{1}{2} g E \ln \frac{E + \sqrt{E^2 - m^2}}{m} + \ldots .$$

Полная вероятность не изменяется:

$$w = \frac{1}{h}\frac{e^4}{384 m_W^4}\frac{m_\mu^5}{\pi^3}. \tag{10}$$

Зависимость вероятности распада от энергии изображена на рисунке 5.

Анализируя далее аномальный магнитный момент электрона и мюона в рамках нашего подхода, мы показываем, что наблюдаемые псевдофинслероидные поправки в этих выражениях отсутствуют.

Восьмой раздел посвящен анализу процесса рассеяния мюонного нейтрино на электроне

$$\nu_\mu + e \to \nu_\mu + e.$$

Получающееся сечение рассеяния составляет

$$d\sigma = \frac{8m_e G_F^2 h^3 dE}{\pi} (g_L^\nu)^2 \left[(g_L^e)^2 + (g_R^e)^2 \frac{(E_\nu')^2}{(E_\nu)^2} \right] \left(1 + \frac{1}{4} g \ln \frac{E - \sqrt{E^2 - m^2}}{E + \sqrt{E^2 - m^2}} \right),$$

где

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e_2^2}{8M_W^2}, \quad g_L^\nu = \frac{1}{2}, \quad g_L^e = -\frac{1}{2} + \sin^2\theta_W, \quad g_R^e = \sin^2\theta_W.$$

Осуществляя разложение полученного выражения, в нерелятивистском пределе для поправки получаем множитель $1 + \frac{1}{2} g \frac{P}{m}$, а в ультрарелятивистском случае появляется множитель вида $1 + g \cdot \mathrm{const}(g) + gO(m^2/E^2)$. Таким образом, по порядку величины поправка не превышает финслерова параметра g.

Во всех рассмотренных нами процессах в нерелятивистском и ультрарелятивистском приближениях отсутствуют поправки в угловом распределении, что несколько затрудняет экспериментальную проверку полученных выражений.

В заключительном, девятом разделе третьей главы мы рассматриваем еще одну возможность появления псевдофинслероидных поправок, связанную с неинвариантностью выражения для сечения рассеяния при псевдофинслероидных преобразованиях Лоренца. При этом возникает выделенная система отсчета, с которой естественно отождествить так называемую космологическую систему отсчета (КСО) – систему изотропности космического реликтового излучения. Согласно последним измерениям скорость Земли относительно этой системы отсчета составляет 368 ± 2 км/с. Вычисление с учетом этих факторов поправок в процессе электрон-позитронной аннигиляции в случае, когда измеряются энергии рождающихся фотонов, приводит к следующим эффектам:

– появляется зависимость полного сечения рассеяния от скорости движения лабораторной системы отсчета относительно выделенной; направление скорости (по отношению к направлению пучков сталкивающихся частиц) при этом на поправку не влияет;

– предсказывается различие энергий двух рождающихся фотонов, зависящее от скорости w лаборатории относительно КСО и от направления этой скорости:

$$\Delta E = 2gg_{+}|\mathbf{E}|\frac{w\cos\alpha}{1+w}.$$

При этом предсказываемые поправки получаются по порядку малости меньше, чем характерный финслеров параметр g.

В заключении изложены основные результаты и выводы диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Построены лагранжианы для квантовой электродинамики и стандартной модели электрослабых взаимодействий в псевдофинслероидном пространстве.

2. Предложен способ вычисления псевдофинслероидных поправок в выражениях для сечений рассеяния квантовых процессов.

3. Найдены псевдофинслероидные поправки для ряда процессов, описываемых в рамках квантовой электродинамики и стандартной модели электрослабых взаимодействий. Показано, что все полученные поправки имеют порядок малости $O(g)$ или меньше.

4. Из анализа экспериментов найдено ограничение на псевдофинслероидный характерный параметр $g < 10^{-4}$.

СПИСОК РАБОТ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

[1] *Дворников П.В.* Псевдофинслероидные поправки в сечениях рассеяния электронов // Известия вузов, Физика – 2005. – **48,** №8. – С. 52–58.

[2] *Дворников П.В.* Псевдофинслероидный анализ стандартной модели электрослабых взаимодействий // Известия вузов, Физика – 2006. – **49,** №4. – С. 44–51.

[3] *Дворников П.В.* Псевдофинслероидные эффекты в процессах квантовой теории поля // Международная конференция по гравитации, космологии, астрофизике и нестационарной газодинамике, посвященная 90-летию со дня рождения профессора К.П. Станюковича. Тезисы докладов. М.: Изд-во РУДН, 2006, С. 30.

[4] *Dvornikov P.V.* Pseudo-Finsleriod effects in quantum field-theoretical processes // Gravitation & Cosmology – 2006. – №2–3. – P. 133–136.