

На правах рукописи

Хамидуллин Рустам Ангамович

**КИНЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННЫХ
СИСТЕМ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ**

Специальность: 01.04.10 – Физика полупроводников

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать 30.10.06
Тираж 100 экз. Заказ №120.

Отпечатано в отделе оперативной печати
физического факультета МГУ.

Москва - 2006

Работа выполнена в Приднестровском государственном университете им. Т.Г. Шевченко (г. Тирасполь)

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Синявский Элерланж Петрович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Дмитриев Алексей Владимирович

доктор физико-математических наук,
Белогорохов Александр Иванович

Ведущая организация: Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН.

Защита состоится 7 декабря 2006 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 501.001.70 в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119992, ГСП-2, г.Москва, ул. Ленинские горы, 1, МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, ауд. 2-05^а криогенного корпуса.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан «31» октября 2006 г.

Отзывы на автореферат просим высылать по адресу: 119992, ГСП-2, г.Москва, ул. Ленинские горы, 1, МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, диссертационный совет Д 501.001.70.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 501.001.70
МГУ им. М.В. Ломоносова,
доктор физико-математических наук,
профессор

Г.С. Плотников

- «Опто- наноэлектроника, нанотехнологии и микросистемы», Ульяновск-Туапсе, 2004, с. 44.
10. E.P. Sineavsky, R.A. Khamidullin, T.Huber, A.A. Nikolaeva, L.A. Konopko. Conductivity in quantum wires in a homogeneous magnetic field.// Rev. Adv. Matter. Sci., 2004, **8**, pp. 170-175.
 11. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. Многофононное поглощение света в размерно-квантованных системах в однородных электрическом и магнитном полях.// ФТТ, 2005, **47**, № 10, сс. 1881-1885.
 12. Синявский Э.П., Соковнич С.М., Хамидуллин Р.А. Межзонное поглощение света в размерно-ограниченных системах в однородном электрическом поле.// ФТП, 2005, **39**, № 11, сс. 1359-1364.
 13. Хамидуллин Р.А. Электропроводность квантовых проволок в магнитном поле.// Материалы IV междунар. научно-практ. конф. «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве», Тирасполь, 2005, с. 61.
 14. Хамидуллин Р.А. Межзонное поглощение света в полупроводниковых системах в однородном электрическом поле.// Сборник тезисов. Междунар. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов–2006». Секция «Физика». Москва, Физический факультет МГУ, 12-15 апреля 2006 г., Т. 2, с. 174.
 15. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. Электропроводность в квантовых проволоках в однородном магнитном поле.// ФТП, 2006, **40**, № 11, сс. 1368-1373.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. Электропроводность параболической квантовой ямы в магнитном поле.// Материалы II междунар. научно-практ. конф. «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве», Тирасполь, 2001, с. 86.
2. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. Особенности электропроводности параболической квантовой ямы в магнитном поле.// ФТП, 2002, **36**, № 8, сс. 989-992.
3. Синявский Э.П., Соковнич С.М., Хамидуллин Р.А. Межзонное поглощение света в полупроводниковых системах в электрическом поле.// Труды V междунар. конф. «Оптика, оптоэлектроника и технологии», Ульяновск, 2003, с. 37.
4. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. Многофононное поглощение света в наноструктурах в постоянном электрическом поле.// Труды V междунар. конф. «Оптика, оптоэлектроника и технологии», Ульяновск, 2003, с. 39.
5. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. Электропоглощение света в размерно-квантованных системах с учетом многих фононов.// Материалы III междунар. научно-практ. конф. «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве» Тирасполь, 2003, с.93.
6. Синявский Э.П., Соковнич С.М., Хамидуллин Р.А. Межзонное поглощение света в полупроводниках в однородном электрическом поле.// Вестник Приднестровского ун-та, 2004, №1, сс. 37-41.
7. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. Теория циклотронного резонанса в размерно-квантованных системах.// Вестник Приднестровского ун-та, 2004, № 1, сс. 41-43.
8. Elerlanj P. Sinyavsky, R.A. Hamidullin (Khamidullin), Albina A. Nikolaeva, Huber T., Leonid A. Konopko. Conductivity in quantum wires in a homogeneous magnetic field.// Proc. of Int. Conf. European Material Research Society (E-MRS 2004) – Poland; Warsaw; 2004, p. 278. (Тез. докл. на конференции).
9. Э.П. Синявский, Л.А. Конопко, А.А. Николаева, Р.А. Хамидуллин. Электропроводность размерно-квантованной проволоки в магнитном поле.// Труды VI междунар. конф.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Среди достижений современной науки и техники особое место занимают искусственно созданные полупроводниковые структуры, обладающие уникальными физическими свойствами, обусловленными проявлением квантовых эффектов. Одним из наиболее интенсивно изучаемых является эффект размерного квантования, который возникает вследствие действия ограничений, накладываемых на движение частиц, когда характерный размер системы соизмерим по величине с длиной волны де Бройля частицы.

Существует большое число видов низкоразмерных систем: квантовые ямы (КЯ), сверхрешетки (СР), квантовые проволоки (КП), квантовые доты и т.д. Технологические достижения последнего времени, например, использование метода молекулярно-лучевой эпитаксии с применением компьютерного контроля за затворами молекулярных пучков, позволяют получать размерно-ограниченные полупроводниковые системы практически с любым профилем потенциала. Так системы с параболическим потенциалом интересны тем, что эффекты размерного квантования в них проявляются в достаточно широких КЯ (с шириной более 1000 \AA), и даже при температуре $T \sim 100 \text{ K}$ квантованность энергетического спектра заметно сказывается на свойствах систем. Квадратичная зависимость потенциала удобна для теоретических расчетов, так как многие характеристики систем удается получить в аналитическом виде, что делает более удобным анализ рассматриваемых физических явлений.

Внешние электрическое и магнитное поля способны принципиально менять энергетический спектр носителей заряда, (например, в КЯ в перпендикулярном поверхности магнитном поле спектр энергий становится полностью квантованным (квазиульмерным)). При этом могут сильно меняться оптические и кинетические свойства размерно-квантованных систем, проявляются новые интересные физические эффекты. В то же время, исследование оптических свойств и явлений переноса во внешних полях дает чрезвычайно важную информацию о низкоразмерных системах, которую подчас трудно, либо невозможно определить другими способами. Например, ширину запрещенной зоны, шаг размерного квантования, эффективную массу определяют из оптических

исследований, концентрацию носителей - из эффектов Холла и Шубникова-де Газа, энергию оптических фононов – из магнитофононного резонанса, и т.д. Таким образом электрическое и магнитное поля позволяют эффективно управлять оптическими и кинетическими свойствами размерно-квантованных систем, что делает их весьма перспективными при создании новых оптоэлектронных приборов.

Поэтому исследование кинетических свойств размерно-ограниченных систем во внешних электрическом и магнитном полях является актуальной задачей.

Целью диссертационной работы является теоретическое исследование влияния электрического и магнитного полей на поглощение света и электропроводность в размерно-ограниченных системах.

Научная новизна:

1. Показано, что однородное продольное электрическое поле E в КЯ, помещенной в квантующее перпендикулярное поверхности системы магнитное поле, существенно влияет на межзонное поглощение света при определяющей роли многофононных процессов. С ростом E максимум поглощения сдвигается в длинноволновую область и уменьшается. При учете взаимодействия носителей с оптическими фононами электрическое поле определяет величину и частотную зависимость бесфононной линии и колебательных спутников.
2. Для широкого класса полупроводниковых систем получено простое соотношение, определяющее коэффициент межзонного поглощения света $K(\Omega)$ в однородном электрическом поле, через выражение для коэффициента межзонного поглощения света в отсутствие электрического поля. В частности развитый метод применен к исследованию электропоглощения в квантовых ямах и сверхрешетках. Так, для параболической КЯ в продольном магнитном поле и в сверхрешетке, продольное электрическое поле приводит к возникновению поглощения света в длинноволновой области спектра и осцилляционной зависимости $K(\Omega)$ в коротковолновой области спектра.

3. Предложен новый простой метод, позволяющий вычислить коэффициент межзонного поглощения света для широкого класса полупроводниковых систем в электрическом поле, зная лишь волновые функции и собственные значения энергии носителей в отсутствие электрического поля. Метод апробирован для ряда известных случаев объемного полупроводника во внешних электрическом и магнитном полях. Также получены новые результаты для электропоглощения в параболической КЯ в продольном магнитном поле и СР.
4. Из формулы Кубо с использованием кумулянтного усреднения по фононной подсистеме рассчитана электропроводность КЯ в продольном магнитном поле. Сформулированы условия применимости «приближения времени релаксации» для расчета корреляционных функций. Показано, что электропроводность с ростом температуры и магнитного поля уменьшается. Поперечная электропроводность КЯ в магнитном поле меньше продольной, но при этом поперечная электропроводность для квантованных систем в магнитном поле может быть на несколько порядков больше поперечной электропроводности объемных систем в магнитном поле. При взаимодействии носителей с оптическими фононами у электропроводности в КЯ даже в резонансных условиях не возникают особенности, характерные для объемных полупроводников (отсутствует магнитофононный резонанс).
5. Рассчитана электропроводность КП в поперечном магнитном поле. Предложенная модель позволяет качественно описать экспериментально наблюдаемые особенности поперечного магнетосопротивления КП V_i , связанные с немонотонной зависимостью числа носителей на уровне Ферми, их вероятности рассеяния от магнитного поля. Вычислена проводимость КП в продольном магнитном поле. Она монотонно убывает с ростом магнитного поля. Что можно объяснить усилением рассеяния носителей на фононах при увеличении их локализации в поле. Результаты для малых магнитных полей согласуются с экспериментальными данными для нанопроволок висмута.

Если же уровень ξ_0 был немного выше дна второй подзоны, то с ростом H сопротивление сначала растет, затем при прохождении химическим потенциалом дна подзоны довольно резко падает, и при дальнейшем увеличении магнитного поля монотонно возрастает (кривая 3). (Явление аналогично осцилляциям продольной электропроводности в объемном полупроводнике в квантуемом магнитном поле.)

Проводимость КП в продольном магнитном поле в квантовом пределе монотонно уменьшается. Для малых магнитных полей $((R_0/2R)^2 \ll 1, R_0 - \text{радиус КП}) \Delta R(H)/R(0) \approx 0.01H^2$ (H в Тл), что согласуется с экспериментальными данными для КП висмута.

В заключении содержатся основные выводы, а также возможные применения обсуждаемых в работе физических явлений.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Показано, что продольное электрическое поле приводит в КЯ в квантуемом, перпендикулярном поверхности КЯ магнитном поле к более сильному проявлению многофононного рассеяния при межзонном поглощении света. Наиболее сильно влияние электрического поля проявляется при рассеянии носителей на бездисперсионных оптических колебаниях кристаллической решетки, определяя форму и величину БФЛ и КС. При этом полуширина БФЛ в электрическом поле достигает нескольких мэВ.
2. Проведено теоретическое исследование межподзонного поглощения света (циклотронный резонанс) в параболической квантовой яме в продольном магнитном поле, исходя из формулы Кубо с использованием кумулянтного усреднения по фононной подсистеме. Результаты, получающиеся при предельном переходе к объемной системе, совпадают с ранее известными. Следовательно, представленный способ расчета более простым образом позволяет получить выражение для коэффициента поглощения света при ЦР.

3. Из формулы Кубо с использованием кумулянтного усреднения по фононной подсистеме рассчитана электропроводность в размерно-ограниченных системах в магнитном поле. Сформулированы условия применимости «приближения времени релаксации» для расчета корреляционных функций. Рассчитана электропроводность КП в поперечном и продольном магнитном поле с учетом упругого рассеяния носителей на длинноволновых акустических колебаниях. Предложенная модель позволяет качественно описать экспериментально наблюдаемые особенности поперечного магнитосопротивления КП висмута.

Практическая значимость работы определяется возможностью применения полученных результатов при исследовании и разработке новых устройств в опто- и наноэлектронике, а также для определения их основных физических параметров.

Положения выносимые на защиту:

1. Результаты исследований влияния продольного однородного электрического поля на межзонное многофононное поглощение слабой электромагнитной волны в квазидвумерных системах в квантуемом, перпендикулярном поверхности системы, магнитном поле.
2. Новый простой метод, который позволяет для широкого класса полупроводниковых систем вычислить коэффициент межзонного поглощения света в однородном электрическом поле, при известных волновых функциях и собственных значения энергии носителей в отсутствие электрического поля.
3. Теория электропроводности низкоразмерных полупроводниковых систем (параболических КЯ и КП) в магнитном поле при учете рассеяния носителей на фононах.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на II – IV Международных научно-практических конференциях «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве» (Тирасполь, 27-30 июня, 2001; 17-20 сентября, 2003; 5-9 июня, 2005), V Международной конференции «Оптика, оптоэлектроника и технологии» (Ульяновск, 23-27 июня, 2003),

International Conference of European Material Research Society (E-MRS 2004) (Warsaw (Poland), 6-10 September, 2004), VI Международной конференции «Опто-, наноэлектроника, нанотехнологии и микросистемы» (Ульяновск-Туапсе, 4-8 октября, 2004), Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов-2006». Секция «Физика». (Москва, Физический факультет МГУ, 12-15 апреля 2006), а также на научных семинарах LISES и Лаборатории физической кинетики им. А.В. Коварского в Институте прикладной физики АН РМ (г. Кишинев), научном семинаре кафедры теоретической физики Одесского национального университета им. И.И. Мечникова, научном семинаре кафедры общей физики и молекулярной электроники МГУ им. М.В. Ломоносова, семинаре Отделения физики твердого тела Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, а также на физическом семинаре физико-математического факультета Приднестровского государственного университета им. Т.Г. Шевченко и конференциях профессорско-преподавательского коллектива (Тирасполь, 2003, 2005, 2006).

Достоверность результатов теоретических исследований, представленных в диссертации, обеспечена адекватностью выбора соответствующих физических моделей, надежностью математических и численных методов, положительно зарекомендовавших себя при решении близких по тематике задач, и получением в предельных случаях известных результатов.

Публикации: По материалам диссертации опубликовано 15 работ, в том числе 7 статей и 8 тезисов докладов на научных конференциях, перечисленных в конце автореферата.

Структура и объем диссертации: Диссертационная работа состоит из введения, одной обзорной и трех оригинальных глав, заключения и списка литературы (147 наименований), изложенных на 109 страницах, включая 8 рисунков.

модель КП с симметричным квадратичным потенциалом. Рассмотрены частные случаи вырожденного и невырожденного газа носителей в КП.

Так, учет трех нижайших подзон размерно-магнитного квантования позволяет объяснить экспериментально наблюдаемые особенности зависимости поперечного магнитосопротивления КП от H (рис. 1). В КП в поперечном магнитном поле вероятность рассеяния носителей γ немонотонным образом зависит от продольной компоненты волнового вектора k_x и магнитного поля H . Например, в квантовом пределе $\gamma \sim (1 + \Delta)^{5/4} [1 + \exp(-\delta k_x^2)] / |k_x|$, химический потенциал $\xi \sim (1 + \Delta)^{-1}$ ($\delta = 2\hbar\Delta / (m_x \omega (1 + \Delta)^{3/2})$, $\Delta = e^2 H^2 / (c^2 m_x m_y \omega^2)$, m_x , m_y - продольная и поперечная КП компоненты тензора эффективной массы, c - скорость света). Если уровень химического потенциала в отсутствие магнитного поля ξ_0 находился значительно ниже дна второй подзоны (она двукратно вырождена в отсутствие магнитного поля), то с ростом H (химический потенциал монотонно уменьшается) сопротивление растет (кривая 1). Если ξ_0 совпадал либо находился чуть ниже дна второй подзоны, то с ростом H (химический потенциал монотонно уменьшается) сопротивление сначала уменьшается (уменьшение до нескольких десятков процентов), а затем монотонно возрастает (кривая 2). Это обусловлено конкуренцией влияния магнитного поля на величину множителя и показателя экспоненты в выражении для вероятности рассеяния носителей на уровне Ферми. Рассеяние носителей на фонах с большими квазимпульсами подавляется полем.

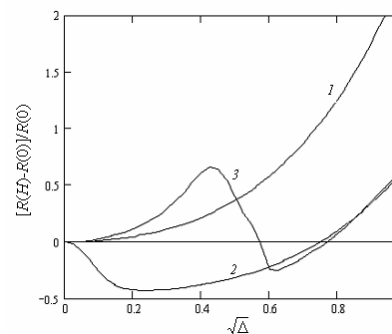


Рис. 1. Зависимость поперечно сопротивления $R(H)$. Кривые 1, 2, 3 получены при химическом потенциале ξ_0 равном соответственно $0.6\hbar\omega$, $\hbar\omega$, $1.1\hbar\omega$.

В четвертой главе диссертации из формулы Кубо с использованием кумулянтного усреднения по фононной подсистеме исследованы особенности электропроводности размерно-ограниченных полупроводниковых систем в магнитном поле.

Показано, что методика, используемая при расчете БФЛ в теории многофононных процессов, происходящих без поглощения реальных фононов (М.А. Кривоглаз) соответствует в расчете электропроводности из корреляционной функции операторов плотности тока известному «приближению времени релаксации».

Также показано, что в случае поперечного тока магнитного поля матричный элемент обобщенного импульса имеет как диагональные элементы (это возможно только в размерно-квантованных системах), так и недиагональные элементы по осцилляторному гибриднему (размерно-магнитному) квантовому числу. Последние, при разумных параметрах систем, дают незначительный вклад и поперечная электропроводность в низкоразмерных системах может оказаться значительно больше, чем в объемных материалах.

Рассчитана продольная и поперечная электропроводность вырожденного и невырожденного электронного газа в параболической КЯ в магнитном поле параллельном поверхности. В квантовом пределе продольная электропроводность, определяемая рассеянием на длинноволновых акустических колебаниях, уменьшается с ростом температуры и магнитного поля ($\sim T^{-1}(1 + \omega_c^2 / \omega^2)^{-3/4}$ для невырожденного электронного газа; T - температура, $\omega_c = eH / (m_c c)$, $\hbar\omega$ - шаг размерного квантования КЯ). Поперечная электропроводность КЯ в магнитном поле меньше продольной в $1 + \omega_c^2 / \omega^2$ раз, так как движение носителя в направлении перпендикулярном магнитному полю происходит с эффективной массой в $1 + \omega_c^2 / \omega^2$ большей, чем вдоль \mathbf{H} .

При взаимодействии носителей с оптическими фононами у продольной электропроводности в КЯ даже в резонансных условиях не возникают особенности, характерные для объемных полупроводников (отсутствует магнетофононный резонанс).

Исследованы также особенности электропроводности КП в продольном и поперечном магнитном поле при учете упругого рассеяния носителей на акустических фононах. Для расчетов выбрана

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждается актуальность темы, сформулирована цель работы и кратко изложено основное содержание диссертации.

В первой главе диссертационной работы представлен обзор экспериментальных и теоретических работ, посвященных исследованию оптических свойств и явлений переноса в низкоразмерных системах и влиянию на них внешних полей.

Во второй главе исследовано многофононное межзонное поглощение света в прямоугольной КЯ в перпендикулярном поверхности КЯ квантующем магнитном \mathbf{H} и параллельном поверхности электрическом \mathbf{E} полях. С ростом электрического поля максимум поглощения смещается в длинноволновую область (т.к. при этом в скрещенных полях эффективно становится меньше ширина запрещенной зоны КЯ) и экспоненциально уменьшается величина максимумов $K(\Omega)$ (т.к. происходит уменьшение перекрытия волновых функций носителей в s - и v -зонах). Также электрическое поле снимает правила отбора при межзонных переходах с изменением уровня Ландау, что приводит к возникновению новых линий поглощения.

В квазиклассическом приближении, справедливом при взаимодействии носителей с длинноволновыми акустическими колебаниями, частотная зависимость коэффициента поглощения описывается гауссовой кривой и электрическое поле не влияет на полуширину поглощения. Наиболее заметное влияние электрического поля на форму кривой поглощения проявляется при учете взаимодействия носителей с оптическими фононами частоты ω_{op} . При слабой электрон-фононной связи в спектре поглощения (равно как и в спектре люминесценции) могут четко проявляться бесфононная линия (БФЛ) и колебательные спутники (КС), связанные с поглощением электромагнитной волны с одновременным поглощением или излучением оптического фонона. При этом в электрическом поле БФЛ описывается лоренцевской кривой с полушириной существенно, зависящей от H и E . Максимальное значение полуширины БФЛ принимает, когда энергия, набираемая электроном на магнитной длине R , порядка энергии оптического фонона ($eER \sim \hbar\omega_{op}$). Для типичных

параметров прямоугольной КЯ (GaN/AlGaN) при $H=1$ Тл, $\hbar\omega_{op}=0.03$ эВ, $E=1.2 \cdot 10^4$ В/см полуширина БФЛ $2\hbar\Gamma \approx 7$ мэВ.

Полуширина КС зависит от E , величина максимума определяется величиной деформационного потенциала и температурой. Перспективными объектами наблюдения БФЛ и КС являются КЯ GaN/AlGaN, InGaN/InN, которые в настоящее время интенсивно исследуются в связи с необходимостью увеличения срока службы лазеров ультрафиолетового диапазона, а также в связи с применением этих структур в приборах полупроводниковой электроники нового поколения в условиях высоких температур.

Во второй главе рассмотрены также особенности межподзонного поглощения света в параболической КЯ в продольном магнитном поле (циклотронный резонанс (ЦР)). Исходя из формулы Кубо с использованием кумулянтного усреднения по фононной подсистеме вычислен коэффициент межподзонного поглощения света $K(\Omega)$ для прямых оптических переходов, которые возможны, если вектор поляризации электромагнитной волны параллелен пространственной оси структуры. $K(\Omega)$ имеет вид лоренциана с полушириной, составляющей для типичных параметров КЯ несколько десятых мэВ. Результаты, получающиеся при предельном переходе к объемной, системе сшиваются с ранее известными, полученными более сложными методами. Следовательно, используемый кумулянтный метод усреднения по колебательной подсистеме удовлетворительно описывает особенности ЦР в полупроводниковых системах и может быть применен при расчете различных кинетических коэффициентов.

В третьей главе диссертационной работы предлагается новый простой метод расчета межзонного поглощения света в полупроводниковых системах в однородном электрическом поле, если одночастичный гамильтониан для носителей заряда системы в отсутствие электрического поля имеет вид:

$$\hat{H}_0^{(i)}(x, y, z) = \hat{H}_0^{(i)}(y, z) + \frac{\hat{P}_x^2}{2m_i}.$$

Где \hat{P}_x - компонента оператора импульса в направлении оси Oх, вдоль

которой включается электрическое поле, i - обозначает зону проводимости и валентную зону ($i=c, v$). (Следует заметить, что, система, рассмотренная во второй главе, не соответствует данному виду гамильтониана.)

При известных волновых функциях и собственных значениях энергии носителей в отсутствие электрического поля, из формулы Кубо с использованием алгебры операторов координаты и импульса получено выражение для коэффициента межзонного поглощения света в электрическом поле. В частности, вблизи края собственного поглощения $K(\Omega)$ определяется соотношением:

$$K(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dx Ai(x) K_{E=0} \left[\Omega + \frac{\omega_E}{2^{2/3}} x \right].$$

Где $\omega_E = \left[\frac{e^2 E^2}{2\hbar\mu} \right]^{1/3}$, $\mu^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}$; $K_{E=0}(\Omega_1)$ - коэффициент

межзонного поглощения света частоты Ω_1 в отсутствие электрического поля, $Ai(x)$ - функция Эйри, m_i - эффективная масса носителя в i -й зоне.

Метод успешно апробирован для ряда известных случаев объемного полупроводника во внешних электрическом и магнитном полях (например, эффект Франца-Келдыша).

Также вычислен $K(\Omega)$ для параболической КЯ в продольных магнитном и электрическом полях и для СР в параллельном ее слоям электрическом поле. Известно, что в отсутствие электрического поля частотная зависимость $K_{E=0}(\Omega)$ имеет ступенчатый вид (для СР край ступеньки несколько скошен, повторяя характерную зависимость для плотности состояний СР). В электрическом поле оказывается возможным поглощение света в длинноволновой области спектра, усиливающееся с ростом E (эффект Франца-Келдыша), а в коротковолновой области $K(\Omega)$ описывается осцилляционной кривой. С ростом E величина осцилляционных пиков несколько увеличивается, а их число уменьшается. Для параболической КЯ, при фиксированном E , с увеличением H кривая $K(\Omega)$ смещается в коротковолновую область спектра, так как эффективно увеличивается ширина запрещенной зоны.