

На правах рукописи

Лаврёнова Анастасия Викторовна

ДИФРАКЦИЯ НА НЕОДНОРОДНОСТИ В ВОЛНОВОДЕ

Специальность 05.13.18

Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук.

Москва
2006

Работа выполнена на кафедре математики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Александр Николаевич Боголюбов

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Анатолий Семенович Беланов
доктор физико-математических наук,
профессор Юрий Андреевич Пирогов

Ведущая организация: Институт математического моделирования
РАН

Защита диссертации состоится «__» _____ 2006 г. в ____
на заседании Диссертационного Совета К 501.001.17 при Московском
государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119992,
г. Москва, Ленинские горы, МГУ, физический факультет, ауд. № ____.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического
факультета МГУ.

Автореферат разослан «__» _____ 2006 г.

Ученый секретарь
Диссертационного Совета К 501.001.17,
доктор физико-математических наук

П.А. Поляков

Общая характеристика работы

Актуальность. Применение различных численных методов к решению граничных задач электродинамики, в частности к задачам дифракции электромагнитных волн, представляет в настоящее время большой интерес. Математически задача дифракции давно поставлена и формулируется как краевая задача для системы уравнений Максвелла с определенными условиями на поверхности тела и дополнительными условиями на бесконечности. Однако общего метода ее решения для тел произвольной формы с произвольными электрическими параметрами до настоящего времени не существует. Можно записать строгое аналитическое решение дифракционной задачи только для ограниченного числа наиболее простых случаев, которые являются мало интересными в практическом отношении. При выполнении конкретных расчетов приходится либо использовать различные идеализации при постановке соответствующих задач, либо применять приближенные методы расчета, для которых часто нет строгого математического объяснения и неизвестны границы их применимости. Поэтому совершенно очевидно то исключительное значение, какое имеют численные методы для решения граничных задач электродинамики и, в частности, задач дифракции.

Задача дифракции на неоднородном теле может быть сведена к интегральному уравнению со сложным ядром по объему неоднородного тела, но реализация алгоритмов решения подобных задач связана со значительными трудностями. Проекционные методы сводят решение дифракционной задачи к решению алгебраических систем уравнений (полный метод Галеркина) или к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (неполный метод Галеркина). Весьма перспективным является неполный метод Галеркина, предложенный А.Г. Свешниковым¹. Этот метод позволяет решать широкий класс различных задач дифракции на телах произвольной геометрии и в локально-неоднородных средах. Однако применение неполного метода Галеркина приводит к необходимости решения так называемых жестких систем уравнений, что вызывает значительные трудности в реализации соответствующих алгоритмов.

Большой интерес представляет применение для решения задач дифракции и, в частности, дифракции на рассеивателях в различных волноведущих системах методов конечных разностей в прямой и проекционной постановках (метод конечных элементов)^{2,3}.

¹ Свешников А.Г. Волны в изогнутых трубах // Радиотехника и электроника. 1958. Т. 3. № 5. С. 641-648.

² Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М. Наука. 1981.

³ Самарский А.А. Теория разностных схем. М. Наука. 1983.

Актуальность применения конечно-разностных методов связана с разработкой эффективных численных алгоритмов для расчета нерегулярных волноведущих систем, в частности, систем с локальными неоднородностями. Поскольку такие системы имеют сложную геометрию и неоднородное заполнение, встает вопрос об использовании наиболее универсальных численных алгоритмов для их исследования. Такие алгоритмы могут быть построены на основе метода конечных разностей в прямой и вариационной постановках (проекционно-сеточные методы, например, метод конечных элементов). Метод конечных разностей для расчета электродинамических систем стал применяться относительно недавно, однако в настоящее время он широко используется для решения как прямых, так и обратных задач электродинамики^{4,5}. Обладая большими преимуществами, метод конечных разностей вызывает определенные сложности при своем использовании. Одной из таких сложностей является проблема ограничения области, в которой ищется решение. В случае если неоднородность в волноводе носит локальный характер, для ограничения области удобно использовать парциальные условия излучения, впервые предложенные А.Г. Свешниковым⁶. Впервые такой подход был использован А.Н. Боголюбовым и А.Г. Свешниковым в работе, посвященной расчету плоского волновода методом конечных разностей

онно-сеточных

методов к расчету волноведущих систем возникает ряд принципиальных трудностей. Не все решения, полученные проекционно-сеточными методами (на основе методов Ритца, Галеркина и др.), имеют физический смысл и соответствуют реально распространяющимся модам. Проблема борьбы с фиктивными решениями, называемыми часто «духами», является одной из актуальных и сложных. Использование смешанных конечных элементов является решением этой проблемы.

⁴ Боголюбов А.Н., Делицын А.Л., Красильникова А.В., Минаев Д.В., Свешников А.Г. Математическое моделирование волноведущих систем на основе метода конечных разностей // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1998. № 5. С.39-54.

⁵ Боголюбов А.Н., Красильникова А.В., Минаев Д.В., Свешников А.Г. Метод конечных разностей для решения задач синтеза волноведущих систем // Математическое моделирование. 2000. Т.12. № 1. С.13-24.

⁶ Свешников А.Г. Принцип излучения // ДАН СССР. 1950. Т. 3. № 5. С. 517-520.

⁷ Боголюбов А.Н., Свешников А.Г. Применение итерационного метода к исследованию плоских волноводов с неоднородным заполнением // ЖВМ и МФ. 1974. Т. 14. № 4. С. 947-954.

Целью настоящей работы является:

1. Постановка задач дифракции волн на неоднородности в волноводе в скалярной формулировке и в полной векторной постановке.
2. Разработка эффективных алгоритмов решения задачи дифракции волн на неоднородности в волноводе, основанных на вариационно-разностном подходе с применением лагранжевых (для скалярной постановки) или смешанных конечных элементов (для векторной постановки) и использованием парциальных условий излучения для ограничения области.
3. Анализ вариационно-разностных схем с применением смешанных конечных элементов для предотвращения появления фиктивных решений («духов»).
4. Реализация алгоритмов в виде программ для ЭВМ.
5. Апробация программ на тестовых задачах и сравнение результатов с точными, а также с имеющимися данными, полученными на основе метода интегральных уравнений.
6. Применение разработанных алгоритмов для исследования дифракции волн на неоднородности в волноводе.

Научная новизна. Впервые для решения задачи дифракции волн в волноведущей системе используются смешанные конечные элементы различного вида, в комбинации с парциальными условиями излучения, которые применяются для сведения внешней задачи к внутренней.

Практическая ценность. Построены и апробированы эффективные алгоритмы, позволяющие решать задачи дифракции волн в волноведущих системах со сложной геометрией рассеивателя. Данные алгоритмы применимы для расчета волноведущих систем как в акустическом, так и в электромагнитных случаях.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. математическая модель дифракции электромагнитной волны на частичных диэлектрических заполнениях в плоском волноводе в скалярной и полной векторной постановках с использованием парциальных условий излучения для ограничения области в продольном направлении;

2. численный алгоритм решения скалярной задачи дифракции электромагнитной волны на неоднородности в плоском волноводе на основе метода конечных элементов с использованием элементов лагранжевого типа;
3. численный алгоритм решения векторной задачи дифракции электромагнитной волны на неоднородности в плоском волноводе на основе метода конечных элементов с использованием элементов смешанного типа;
4. применение разработанного алгоритма для расчета характеристик рассеяния электромагнитной волны при дифракции нормальной волны на неоднородностях в плоском волноводе;
5. реализация рассматриваемых численных алгоритмов в виде комплекса ЭВМ-программ.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на:

- Международной конференции студентов и аспирантов по фундаментальным наукам "Ломоносов-2002", секция "Физика" (Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2002);
- IX Всероссийской школе-семинаре «Физика и применение микроволн». (Московская область, г. Звенигород, 26-30 мая 2003 года);
- научный семинар кафедры математики (Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет);

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 6 работах [1]-[6].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, трех приложений. Объем диссертации составляет 107 страниц основного текста, включая 34 иллюстрации и 1 таблицу. Список цитируемой литературы содержит 113 библиографических ссылок.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава посвящена методу решения задач дифракции на неоднородности в волноводе – методу конечных элементов. В **первом параграфе** отмечается ряд преимуществ данного метода, основным из которых является возможность его применения для областей произвольной формы и граничных условий общего вида, причем возможно нерегулярное разбиение области. На расположение элементов при разбиении области не накладываются ограничения, что позволяет применять метод конечных элементов для широкого круга областей без использования глобальной фиксированной системы координат. **Второй параграф** посвящен методу смешанных конечных элементов и его применению к задачам электродинамики. При применении проекционно-сеточных методов к решению задач дифракции волн в волноводе в векторных постановках основной проблемой является борьба с фиктивными решениями («духами»), которые не имеют физического смысла и не соответствуют реально распространяющимся модам. Метод смешанных конечных элементов является способом предотвращения появления «духов». В **третьем параграфе** формулируются скалярная и векторные вариационно-разностные постановки. Отмечается, что математические модели на основе скалярной вариационно-разностной формулировки, обладая рядом несомненных преимуществ (простота реализации, экономичность, отсутствие фиктивных решений и т.д.), не могут быть использованы для решения определенных классов практически важных задач. В этом случае приходится переходить к различным векторным вариационно-разностным формулировкам. В **четвертом параграфе** рассмотрен случай появления нефизических решений («духов») при K^2 - постановке. Ряд методов, существующих в настоящее время для борьбы с нефизическими решениями, можно разделить на два больших класса: апостериорные и априорные. Апостериорные методы представляют собой различные способы выделения и отсеивания фиктивных решений. Они весьма трудоемки и зачастую малоэффективны. Обычно используется метод проверки выполнения дивергентного уравнения. Априорные методы предполагают использование таких формулировок исходной задачи, при которых исключалось бы появление фиктивных решений или по крайней мере определенных видов фиктивных решений. **Пятый параграф** посвящен лагранжевым конечным элементам, которые применяются в скалярной постановке задач дифракции, и смешанным конечным элементам, применяемым при векторных постановках.

Вторая глава диссертации посвящена решению скалярной задачи дифракции электромагнитных волн на неоднородности в волноводе. В **первом параграфе** формулируется математическая постановка задачи. Задача дифракции волн на неоднородности в волноводе в скалярном случае сводится к краевой задаче для уравнения Гельмгольца:

$$\Delta u + k^2 q u = 0$$

(1)

в области $\Omega = \{z \in (-\infty, \infty); x \in (0, 1)\}$ с однородными граничными условиями Иго рода на боковой поверхности волновода:

$$u|_{x=0} = 0$$

(2)

$$u|_{x=1} = 0$$

(3)

где $u \in W_2^1(\Omega)$ – поле в волноводе, $q(z)$ – неоднородность, имеющая вид:

$$q(z) = \begin{cases} 1, & z < z_1, z > z_2 \\ q \geq 1, & z_1 < z < z_2 \end{cases}$$

(4)

$k = \omega/c$ – волновое число.

Считаем, что $q(z)$ – кусочно-гладкая функция. На поверхностях разрыва

q ставим условия сопряжения: $[u]_S = 0$, $\left[\frac{\partial u}{\partial n}\right]_S = 0$, где n – нормаль к

поверхности разрыва. На сечениях волновода плоскостями $z = z_1$ и $z = z_2$ поставим парциальные условия излучения, которые позволяют рассматривать внутреннюю краевую задачу с нелокальными краевыми условиями. Приводится полный вывод постановки парциальных условий излучения, которые в результате записываются в виде:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=z_1} = -\sum_n i\gamma_n (u, \psi_n)_{S_1} \psi_n + \sum_n 2i\gamma_n (\xi, \psi_n)_{S_1} \psi_n, \quad (5)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=z_2} = \sum_n i\gamma_n (u, \psi_n)_{S_2} \psi_n,$$

(6)

$$\gamma_n = \sqrt{k^2 - \lambda_n},$$

где λ_n , ψ_n – собственные значения и собственные функции индуцированной задачи в сечении, а ξ – поле возбуждения.

Также приводится вывод вариационной постановки, который окончательно для уравнения Гельмгольца записывается следующим образом:

$$-(\nabla u, \nabla v)_D + \sum_{l=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} i\gamma_n (u, \psi_n)_{S_l} (v, \psi_n)_{S_l} - k^2 (qu, v)_D = 2 \sum_{n=1}^{\infty} i\gamma_n (\xi, \psi_n)_{S_1} (v, \psi_n)_{S_1}.$$

(7)

Второй параграф посвящен построению алгоритма решения скалярной задачи дифракции, основанный на применении лагранжевых конечных элементов. В качестве базисных функций метода выбираются

билинейные и биквадратные на элементах функции вида: $N_{ij}(x, z) = X_i(x)Z_j(z)$, $x \in (0,1)$, $z \in (z_1, z_2)$. Причем, для билинейных функций

$$X_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, & x \in (x_{i-1}, x_i), \\ \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i}, & x \in (x_i, x_{i+1}), \\ 0, & x \notin (x_{i-1}, x_{i+1}), \quad i = 1, \dots, N_x - 1 \end{cases},$$

$$Z_j(z) = \begin{cases} \frac{z - z_{j-1}}{z_j - z_{j-1}}, & z \in (z_{j-1}, z_j), \\ \frac{z_{j+1} - z}{z_{j+1} - z_j}, & z \in (z_j, z_{j+1}), \\ 0, & z \notin (z_{j-1}, z_{j+1}), \quad j = 1, \dots, N_z \end{cases},$$

а для биквадратных:

$$X_i(x) = \begin{cases} \frac{(x - x_{i+1})(x - x_{i+1/2})}{(x_i - x_{i+1})(x_i - x_{i+1/2})}, & x \in (x_i, x_{i+1}), \\ \frac{(x - x_{i-1})(x - x_{i-1/2})}{(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i-1/2})}, & x \in (x_{i-1}, x_i), \\ 0, & x \notin (x_{i-1}, x_{i+1}), \quad i = 1, \dots, N_x - 1 \end{cases},$$

$$Z_j(z) = \begin{cases} \frac{(z - z_{j+1})(z - z_{j+1/2})}{(z_j - z_{j+1})(z_j - z_{j+1/2})}, & z \in (z_j, z_{j+1}), \\ \frac{(z - z_{j-1})(z - z_{j-1/2})}{(z_j - z_{j-1})(z_j - z_{j-1/2})}, & z \in (z_{j-1}, z_j), \\ 0, & z \notin (z_{j-1}, z_{j+1}), \quad j = 1, \dots, N_z \end{cases}.$$

Функцию u в вариационной постановке приближаем функцией \tilde{u} , являющейся линейной комбинацией базисных функций $\tilde{u} = \sum_{k=0}^{N_f} N_k u_k$, $u_k = u(x_i, z_j)$. Подстановкой ее в вариационную постановку задачи получаем линейное матричное уравнение $A_{kl} u_k = B_l$, где A_{kl} – элементы

матрицы A . В третьем параграфе представлены результаты применения данного алгоритма к решению скалярной задачи дифракции. В качестве падающей волны берется первая собственная волна, т.е. $\varphi_1 = \sqrt{2} \sin \pi x e^{i\gamma_1 z}$, которая распространяется вдоль оси z в положительном направлении. По оси перпендикулярной плоскости (z, x) отложена действительная часть функции u . А в качестве пробной задачи для проверки правильности работы алгоритма был исследован полый волновод – без неоднородности. Результаты решения задачи приведены для ряда неоднородностей, в частности на рис. 1 представлено распределение поля в волноводе с простой вставкой, когда неоднородность имеет вид «пробки», т.е. при $x \in (0,1)$, $z \in (z_1, z_2)$, $q=2$. В отсутствие поглощения амплитуда практически не изменяется.

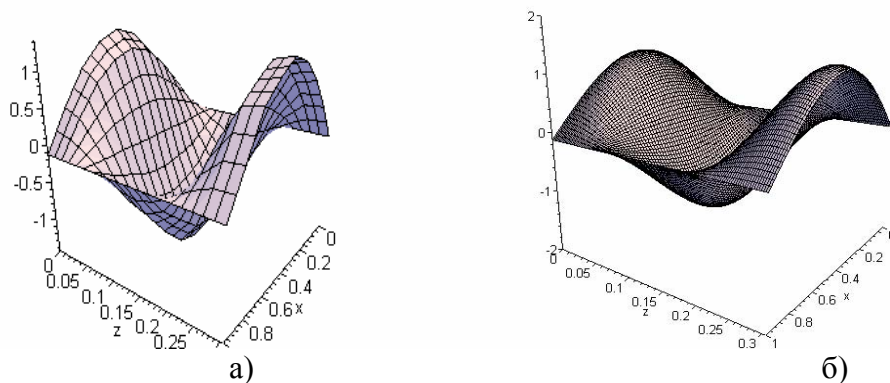


Рис. 1. Распределение поля в волноводе с простой вставкой: вставка в виде «пробки» с $q=2$: а) конечные элементы первого порядка, б) конечные элементы второго порядка. Четко видно влияние поглощения на изменение амплитуды распространяющейся по волноводу волны на рис. 2 (в данном случае $q=2+i$):

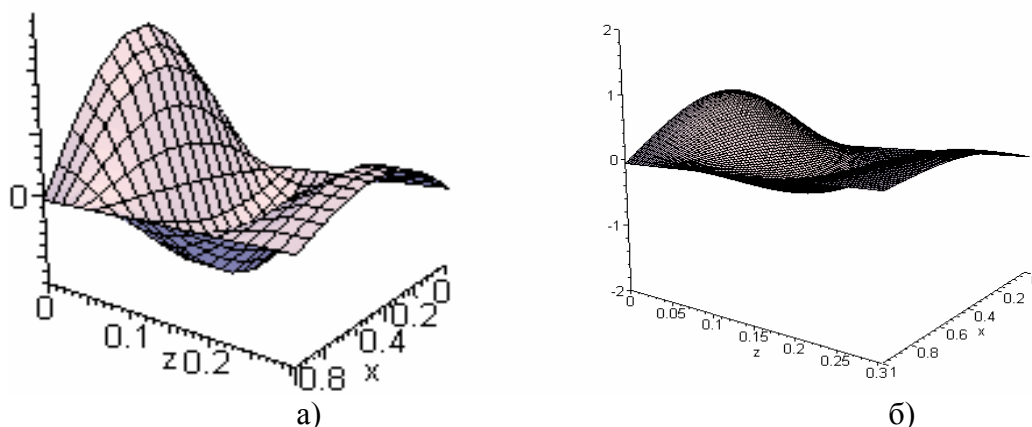


Рис. 2. Распределение поля в волноводе со вставкой в виде «пробки» с $q=2+i$: а) конечные элементы первого порядка, б) конечные элементы второго порядка.

Введение сильного поглощения: $\text{Im}q/\text{Re}q=1/2$ приводит к значительному ослаблению интенсивности поля (здесь $\text{Im}q$ – мнимая часть диэлектрической проницаемости, а $\text{Re}q$ – ее вещественная часть).

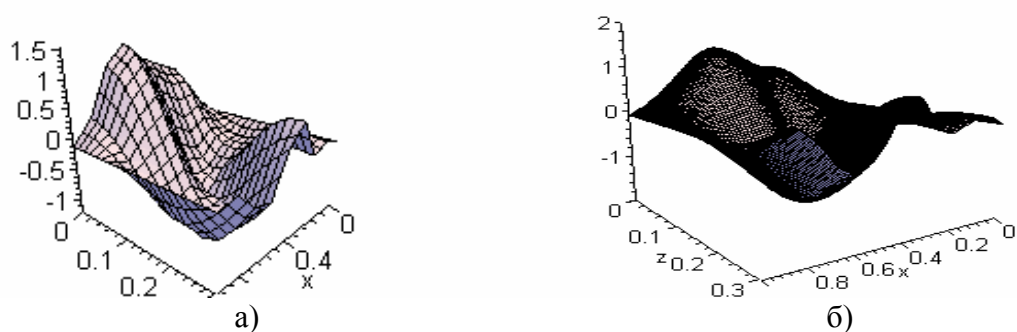


Рис. 3. Распределение поля в волноводе со вставкой в верхней половине:

а) конечные элементы первого порядка, б) конечные элементы второго порядка

На рис. 3 показана картина распределения поля в волноводе в случае расположения неоднородности в верхней половине волновода – $x \in (1/2, 1)$, $z \in (z_1, z_2)$, $q=2+i$. При наличии такой несимметрично расположенной вставки появляется эффект втягивания поля в область с большей оптической плотностью. Поглощение в данном случае является причиной относительного выравнивания амплитуды поля в области неоднородности.

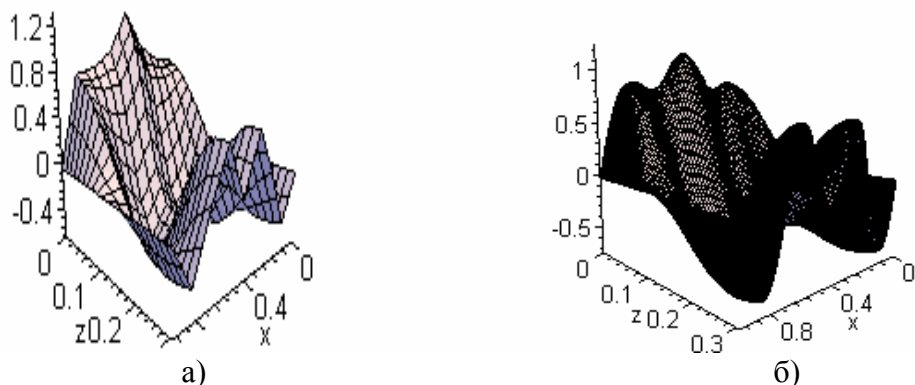
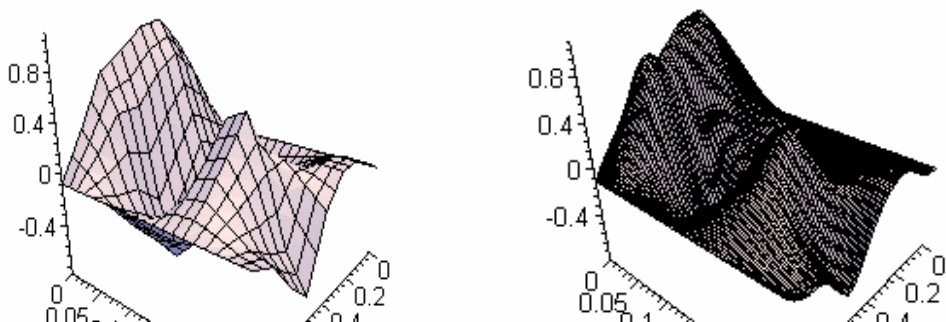


Рис. 4. Распределение поля в волноводе со вставкой в центральной части:

а) конечные элементы первого порядка, б) конечные элементы второго порядка.

На рис. 4 показана картина распределения поля в волноводе в случае расположения неоднородности по середине волновода, $q=2+i$. Четко видно, что при прохождении волны по волноводу поле концентрируется в центральной области.



На рис. 5 поле распределяется по волноводу, в котором две вставки, первая из которых с $q_1 = 2 + i$ расположена в нижней половине волновода, а вторая с $q_2 = 4 + i$ – в верхней половине. Интенсивность поля тем больше, чем больше значение действительной части q . Для каждого из вышеперечисленных случаев рассчитаны и представлены графически зависимости коэффициентов прохождения (T) и отражения (R) от частоты. В **четвертом параграфе** проведен анализ точности результатов расчетов путем сравнения их с точными значениями, полученными из аналитических формул. Коэффициенты отражения и прохождения – основные характеристики, по которым проводилось сравнение. Также проверялось выполнение энергетического соотношения при вещественных значениях q : $|R|^2 + |T|^2 = 1$. Отмечается достаточно малая погрешность полученных результатов порядка 1-3%.

Было проведено сравнение с результатами, полученными с помощью метода интегральных уравнений, и с точным решением, из которого можно сделать вывод, что результаты, полученные с применением метода конечных элементов, сравнимы по точности с результатами, полученными с применением метода интегральных уравнений, а в ряде случаев являются более точными.

Третья глава диссертации посвящена решению задачи дифракции электромагнитных волн на неоднородности в волноводе в полной векторной постановке. В **первом параграфе** формулируется математическая постановка задачи. В связи с решением задачи дифракции на неоднородности в волноводе рассматривается задача для уравнения:

$$\operatorname{rot} \varepsilon^{-1} \operatorname{rot} H - k^2 H = 0$$

(8)

$$\operatorname{div} H = 0$$

в области $\Omega = \{z \in (-\infty, \infty); x \in [0, 1]\}$ с однородными граничными условиями на боковой поверхности волновода, т.е. при $x=0$ и $x=1$:

$$[\operatorname{rot} H \times n] = 0$$

(9)

H – поле с компонентами: $H = \{H_z, H_x\}$, $\varepsilon(z)$ – диэлектрическая проницаемость:

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} 1, & z < z_1, z > z_2 \\ \varepsilon \geq 1, & z_1 < z < z_2 \end{cases} \quad (10)$$

k – волновое число. Область $D = \{z \in (z_1, z_2); x \in [0,1]\}$, в которой заключена неоднородность заполнения, ограничена сечениями $S_1 = \{z = z_1; x \in [0,1]\}$ и $S_2 = \{z = z_2; x \in [0,1]\}$. На этих сечениях ставятся парциальные условия излучения:

$$\chi = C_1 \sin(\pi x) e^{i\gamma_1 z} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \sin(\pi n x) e^{-i\gamma_n z} \quad (11)$$

$$\chi = \sum_{n=1}^{\infty} T_n \sin(\pi n x) e^{i\gamma_n z}, \quad (12)$$

где C_1 – амплитуда падающей волны.

Приводится вывод вариационной постановки задачи, которая окончательно имеет вид:

$$\begin{aligned} & \int_D \varepsilon^{-1} \text{rot} H_{\perp} \text{rot} H_{\perp}^* dz dx - \int_D k^2 (H^*, H) dz dx - \\ & - 2i \varepsilon^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\gamma_n + \frac{\pi^2 n^2}{\gamma_n} \right) (H_x, \sin \pi n x)_{S_1} (H_x^*, \sin \pi n x)_{S_1} - \\ & - 2i \varepsilon^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\gamma_n + \frac{\pi^2 n^2}{\gamma_n} \right) (H_x, \sin \pi n x)_{S_2} (H_x^*, \sin \pi n x)_{S_2} = \\ & (13) \qquad \qquad \qquad = -2B \varepsilon^{-1} (\gamma_1^2 + \pi^2) e^{i\gamma_1 z_1} (H_x^*, \sin \pi x)_{S_1}. \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } \text{rot} H_{\perp} \text{rot} H_{\perp}^* = \left(\frac{\partial H_z^*}{\partial x} \frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_z^*}{\partial x} \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_x^*}{\partial z} \frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial H_x^*}{\partial z} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right).$$

Спецификой данной задачи является то, что парциальные условия излучения включаются в явном виде в саму вариационную постановку задачи. **Второй параграф** посвящен построению алгоритма решения векторной задачи дифракции, основанный на применении смешанных конечных элементов. Вводятся описанные во втором параграфе первой главы функции вида $N_i(z) p_{j,j+1}(x)$ и $N_j(x) p_{i,i+1}(z)$,

где $N_i(z)$ - функция – крышка (см. рис. 6),



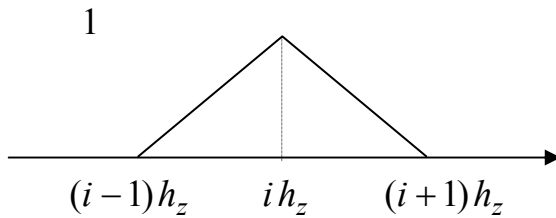


рис. 6

равная 1 в i -ом узле, кусочно-линейная на отрезках $[(i-1)h_z, ih_z]$ и $[ih_z, (i+1)h_z]$ и равная нулю вне отрезка $[(i-1)h_z, (i+1)h_z]$, а $p_{i,i+1}(z)$ - функция ступенька (см. рис. 7),

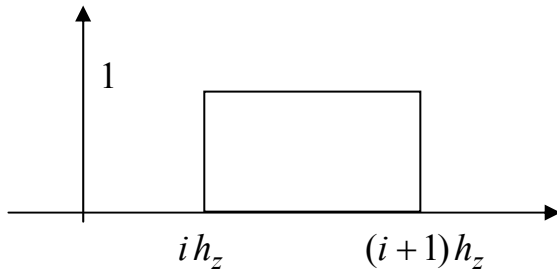


рис. 7

равная 1 на отрезке $[ih_z, (i+1)h_z]$ и нулю всюду, за исключением этого отрезка.

Для аппроксимации поля H_z будем использовать функции $N_j(x) p_{i,i+1}(z)$, для аппроксимации H_x - функции $N_i(z) p_{j,j+1}(x)$.

$$\begin{pmatrix} H_z \\ H_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i,j} H_{zij} N_j(x) p_{i,i+1}(z) \\ \sum_{i,j} H_{xij} N_i(z) p_{j,j+1}(x) \end{pmatrix}. \text{ Таким образом, задача сводится к системе}$$

линейных алгебраических уравнений с матрицей A и столбцом правых частей B . В **третьем параграфе** представлены результаты применения данного алгоритма к решению векторной задачи дифракции. Результаты решения векторной задачи дифракции электромагнитных волн на локальной неоднородности в волноводе без поглощения методом конечных элементов представлены для нескольких видов неоднородности. В качестве падающей волны берется первая собственная волна, т.е. $\chi_1 = \sin(\pi x) e^{i\gamma_1 z}$, которая распространяется вдоль оси z в положительном направлении. По оси перпендикулярной плоскости (z, x) отложены вещественные части H_z и H_x компонент поля H .

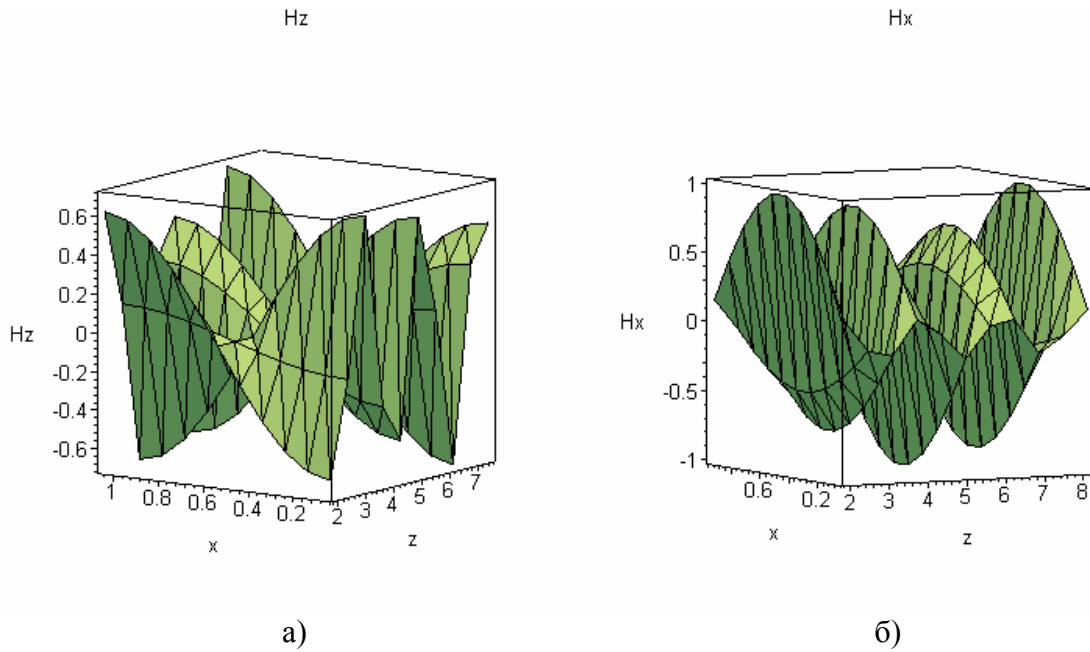


Рис. 8. Распределение поля в волноводе со вставкой в виде «пробки» с $\varepsilon = 2$:
 а) H_z компонента поля H , б) H_x компонента поля H .

На рис. 8 представлено распределение поля в волноводе, если неоднородность имеет вид «пробки», т.е. при $x \in (0,1)$, $z \in (z_1, z_2)$, $\varepsilon = 2$. В отсутствие поглощения амплитуда практически не изменяется. Четко видно влияние поглощения на изменение амплитуды распространяющейся по волноводу волны на рис. 9 (в данном случае $\varepsilon = 2 + i$):

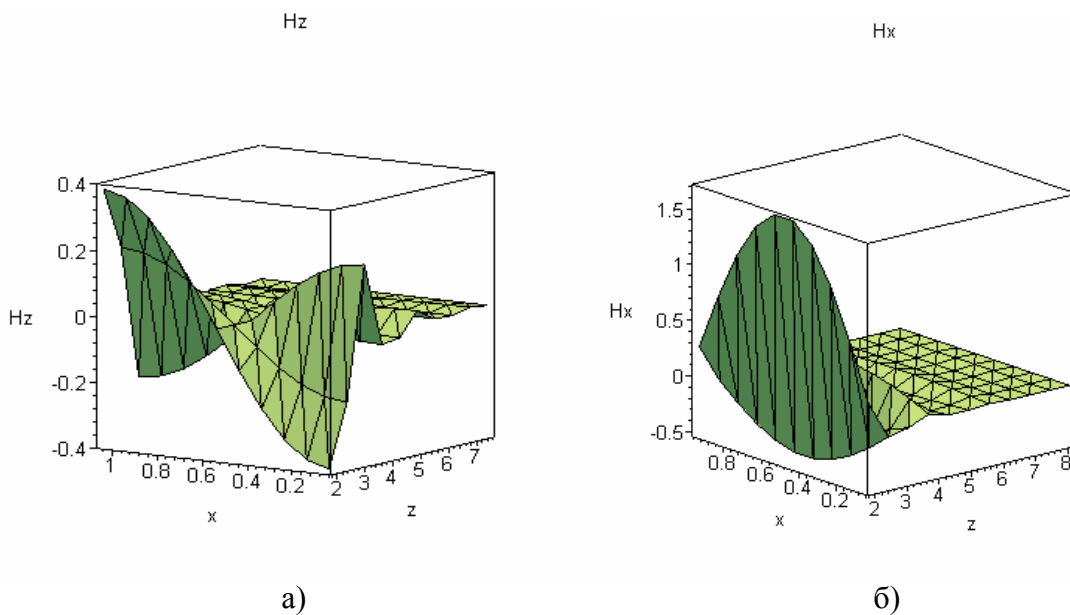
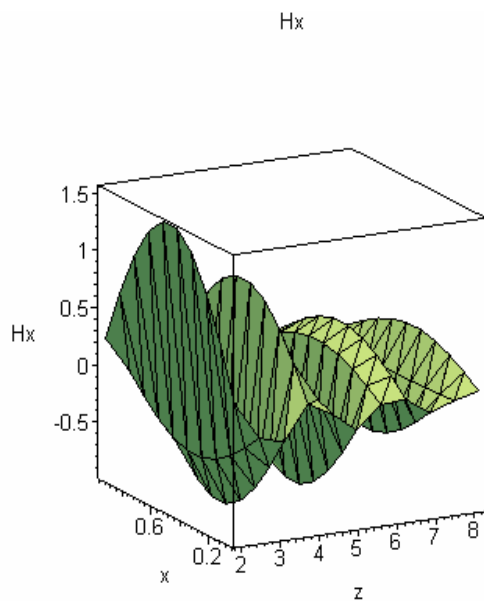
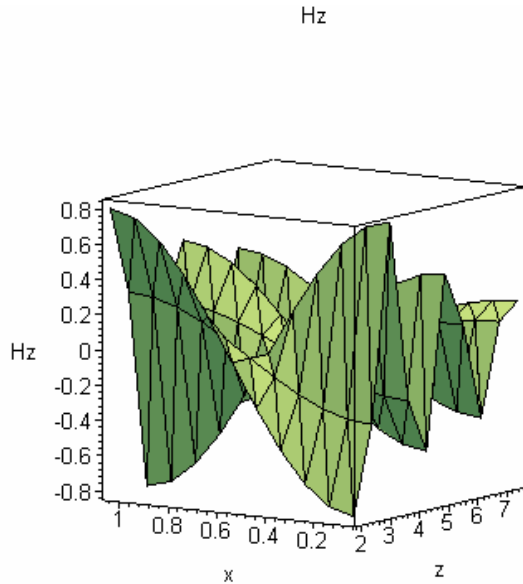


Рис. 9. Распределение поля в волноводе со вставкой в виде «пробки» с $\varepsilon = 2 + i$:
 а) H_z компонента поля H , б) H_x компонента поля H .

Введение сильного поглощения: $\text{Im} \varepsilon / \text{Re} \varepsilon = 1/2$ приводит к значительному ослаблению интенсивности поля (здесь $\text{Im} \varepsilon$ – мнимая часть диэлектрической проницаемости, а $\text{Re} \varepsilon$ – ее вещественная часть).



а)

б)

Рис. 10. Распределение поля в волноводе со вставкой в виде «пробки» с $\varepsilon = 2 + 0.1i$:
а) H_z компонента поля H , б) H_x компонента поля H .

Введение более слабого поглощения: $\text{Im} \varepsilon / \text{Re} \varepsilon = 1/20$ приводит к меньшему ослаблению интенсивности поля.

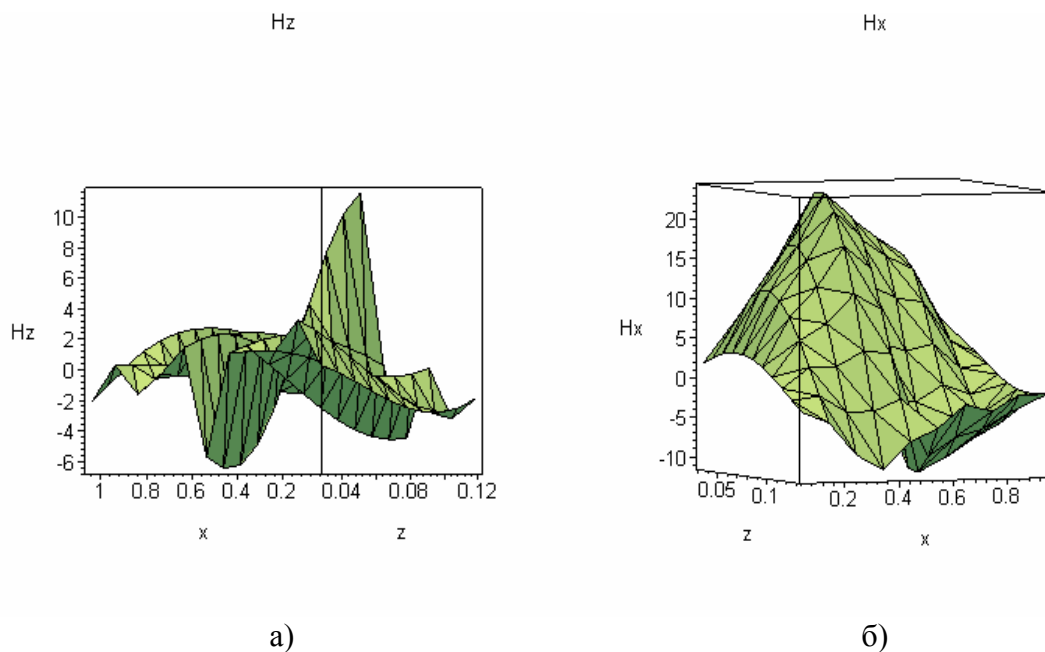


Рис. 11. Распределение поля в волноводе со вставкой в верхней половине, $\varepsilon=2+i$:
 а) H_z компонента поля H , б) H_x компонента поля H .

На рис. 11 показана картина распределения поля в волноводе в случае расположения неоднородности в верхней половине волновода — $x \in (1/2, 1)$, $z \in (z_1, z_2)$, $\varepsilon=2+i$. При наличии такой несимметрично расположенной вставки появляется эффект втягивания поля в область с большей оптической плотностью. Поглощение в данном случае является причиной относительного выравнивания амплитуды поля в области неоднородности.

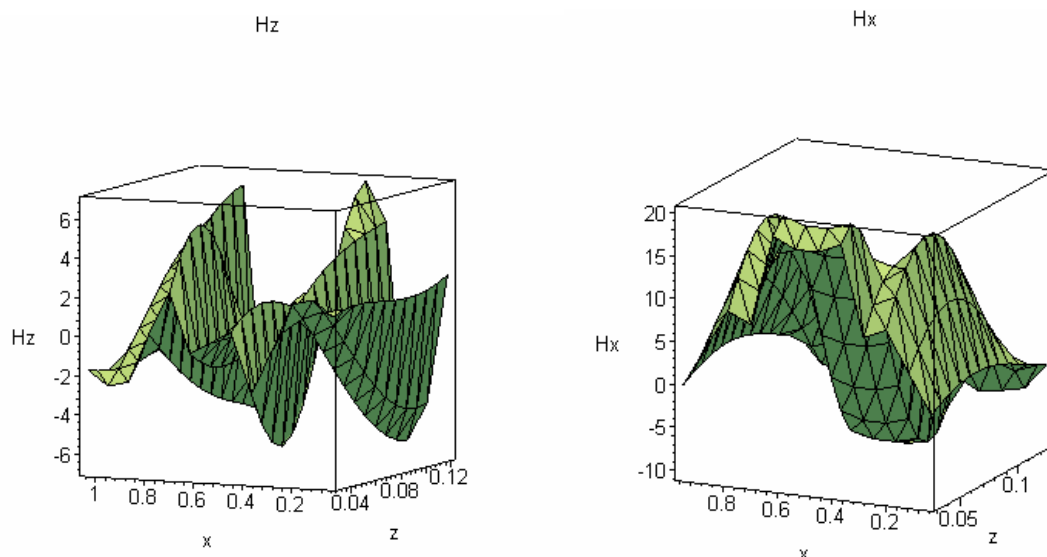


Рис. 12. Распределение поля в волноводе со вставкой в центральной части, $\varepsilon=2+i$:
 а) H_z компонента поля H , б) H_x компонента поля H .

На рис. 12 показана картина распределения поля в волноводе в случае расположения неоднородности по середине волновода, $\varepsilon=2+i$. Четко

видно, что при прохождении волны по волноводу поле концентрируется в центральной области. В четвертом параграфе проведен анализ точности результатов расчетов. Посчитаны и приведены графики зависимости коэффициентов прохождения и отражения от частоты для волноводов с различными видами вставок.

Результаты диссертации.

1. Разработан эффективный алгоритм решения задачи дифракции волн на неоднородности в волноводе, основанный на вариационно-разностном подходе с применением смешанных конечных элементов и использованием парциальных условий излучения для ограничения области.
2. Построена и численно исследована математическая модель задачи дифракции волн на неоднородности в волноводе в скалярной формулировке.
3. Построена и численно исследована математическая модель задачи дифракции волн на неоднородности в волноводе в полной векторной постановке.
4. Разработана и применена методика вариационного учета парциальных условий излучения.
5. Проанализированы вариационно-разностные схемы с применением смешанных конечных элементов для предотвращения появления фиктивных решений («духов»).
6. На основе разработанной методики создан комплекс программ для решения широкого круга задач дифракции волн на неоднородностях в плоском волноводе.

Список публикаций по теме диссертации

1. *Лавренова А.В.* Задача рассеяния на неоднородности в волноводе // Международная конференция студентов и аспирантов по фундаментальным наукам «Ломоносов-2002» секция «Физика». Сборник тезисов. М. Физич. ф-т МГУ. 2002. С. 29-31.
2. *Боголюбов А.Н., Делицын А.Л., Лавренова А.В.* Метод конечных элементов в задаче волноводной дифракции // IX Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн». 26-30 мая 2003 года, г. Звенигород, Московская область. Сборник тезисов. С. 61-62.
3. *Лавренова А.В.* Расчет неоднородности волновода методом конечных элементов // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2004. №1. С. 22-24.
4. *Боголюбов А.Н., Делицын А.Л., Лавренова А.В.* Метод конечных элементов в задаче волноводной дифракции // Электромагнитные волны и электронные системы. 2004. Т.9. №8. С. 22-25.
5. *Боголюбов А.Н., Делицын А.Л., Лавренова А.В.* Применение метода конечных элементов в волноводных задачах дифракции // Радиотехника. 2004. №12. С. 20-26.
6. *Боголюбов А.Н., Делицын А.Л., Лавренова А.В.* Численное моделирование методом конечных элементов дифракции в волноводе // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал). <http://jre.cplire.ru>. 2004. №3.