

На правах рукописи

Харабадзе Давид Эдгарович

СПИН-ТОКОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В КВАНТОВОЙ
ГИДРОДИНАМИКЕ

01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2006

Работа выполнена в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Кузьменков Л. С.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Рыбаков Ю. П.

кандидат физико-математических наук,
доцент Трубачев О. О.

Ведущая организация: Институт общей физики им. А. М. Прохорова
РАН

Защита состоится “ ____ ” _____ 2006 в ____ ч. ____ мин. на заседании Диссертационного совета К 501.001.17 при Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова по адресу: 119992, ГСП-2, г. Москва, Ленинские горы, МГУ им. М. В. Ломоносова, физический факультет, ауд. ____

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

Отзывы на автореферат, заверенные гербовой печатью организации, просьба направлять по указанному адресу в двух экземплярах не позднее, чем за две недели до защиты.

Автореферат разослан “ ____ ” _____ 2006.

Ученый секретарь Диссертационного совета К 501.001.17
доктор физико-математических наук

профессор Поляков П. А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования и актуальность темы. Для проектирования современных электронных систем применяются методы квантовой гидродинамики, пришедшие на смену обычным гидродинамическим и квантовомеханическим методам. Методы квантовой гидродинамики позволяют рассматривать поведение многочастичных систем во внешнем электромагнитном поле в 3-мерном физическом пространстве. Учет же явлений, связанных с наличием у частиц собственного магнитного момента позволяет применять метод для расчета задач спиновой электроники.

Цель работы. Основной целью работы является вывод уравнений квантовой гидродинамики с самосогласованным электромагнитным полем из уравнения Шредингера с гамильтонианом, учитывающим спин-токовое взаимодействие, а также, применение уравнений квантовой гидродинамики для расчета волн в системах многих частиц во внешнем магнитном поле.

Научная новизна. В работе впервые проведен вывод уравнений квантовой гидродинамики с магнитным моментом для систем многих частиц, взаимодействие которых описывается гамильтонианом, учитывающим взаимодействие спина частиц и тока частиц. Впервые в уравнения квантовой гидродинамики получены вклады, отвечающие спин-орбитальному (токовому) взаимодействию частиц. Впервые получены точные аналитические решения предложенных уравнений, приводящие к зависимости дисперсионных соотношений от амплитуд.

Результаты диссертации являются обоснованными и достоверными, так как они получены с помощью строгих математических методов на основе общепринятых уравнений квантовой механики и приводят к результатам, согласующимся с классической электродинамикой сплошных сред. Решения уравнений в частных случаях совпадают с результатами других авторов.

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Вывод уравнения квантовой гидродинамики, учитывающие спин-токовое взаимодействие.
2. Решение уравнений квантовой гидродинамики в линейном прибли-

жении в виде электромагнитных, плазменных и акустических волн в системе многих заряженных частиц.

3. Решение уравнений квантовой гидродинамики в виде волн с круговой поляризацией, распространяющихся вдоль внешнего магнитного поля в системе многих заряженных частиц с собственными магнитными моментами.
4. Решение уравнений квантовой гидродинамики, учитывающих спин-токовое взаимодействие, в виде волн с круговой поляризацией, распространяющихся вдоль внешнего магнитного поля в системе электрически нейтральных частиц с собственными магнитными моментами.

Научная и практическая значимость. Полученные в диссертации фундаментальные уравнения квантовой гидродинамики: уравнение баланса числа частиц, баланса импульса и баланса плотности магнитного момента, учитывающие спин-токовое взаимодействие, могут быть использованы для расчета линейных и нелинейных физических процессов в пространственно-распределенных системах многих частиц. Найденные решения уравнений квантовой гидродинамики могут быть использованы в экспериментальных и теоретических исследованиях плазменноподобных сред. Также результаты могут применяться для более точного расчета распределенных электронных устройств.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 112 наименований. Общий объем текста – 103 машинописных страницы. Работа содержит 3 рисунка.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 9 печатных работ, в том числе 3 статьи и 6 тезисов докладов на конференциях, список которых приведен в конце автореферата.

Апробация. Результаты диссертации докладывались на международной конференции студентов и аспирантов "Ломоносов - 2002" (Москва, 2002 г.), "Ломоносов - 2005" (Москва, 2005 г.), XII, XIV международная конфе-

ренция по спиновой электронике (Фирсановка, 2003 г., 2005 г.), “Ломоносовские чтения” секция физики, (Москва, 2005 г., 2006г.)

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулирована цель и задачи диссертационной работы, перечислены полученные в диссертации новые результаты, их практическая ценность, представлены положения, выносимые на защиту и описана структура диссертации. Представлен обзор современного состояния исследований по теме диссертации. Кроме того, во введении показано соответствие различных видов квантового потенциала Бома в уравнении Маделунга.

Во второй главе произведен вывод уравнений квантовой гидродинамики с учетом спин-токового взаимодействия.

В первом параграфе вводятся определения плотностей наблюдаемых величин на основе квантовомеханического формализма. Для этого вводится обобщенный оператор плотности вероятности обнаружения частицы:

$$\hat{n}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i).$$

Ввиду того, что оператор плотности вероятности обнаружения частицы не коммутирует с операторами импульса и энергии, оператор плотности произвольной величины вводится при помощи симметризации произведения операторов:

$$\hat{q} = \frac{1}{2} (\hat{n}\hat{Q} + \hat{Q}\hat{n}).$$

Во втором параграфе для систем, описываемых при помощи уравнения Шредингера выведено уравнение эволюции плотности произвольной наблюдаемой величины:

$$\frac{\partial}{\partial t} f = \psi^+ \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} \psi - \sum_{i=1}^N \nabla_i \left(\psi^+ \frac{1}{2} [\hat{J}_i, \hat{f}]_+ \psi \right) + \frac{i}{\hbar} \psi^+ [\hat{E}, \hat{f}] \psi.$$

Сформулировано условие применимости уравнения эволюции плотности наблюдаемой величины.

В третьем параграфе на основании уравнения эволюции плотности наблюдаемой величины выведено уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial}{\partial t} n(\mathbf{x}) + \nabla \mathbf{J}(\mathbf{x}) = 0.$$

В четвертом параграфе рассмотрено уравнение для изменения плотности энергии и показано, что общая энергия для системы в стационарном поле, описываемой уравнением Шредингера, сохраняется. В частном случае, для системы, состоящей из одной частицы, показано, что плотность энергии состоит из плотности классической кинетической энергии, плотности потенциальной энергии и плотности энергии, обусловленной квантовым потенциалом Бома:

$$E = n \frac{m\mathbf{v}^2}{2} + n \left(e\phi - \frac{\hbar^2}{4m} \frac{\Delta n}{n} + \frac{\hbar^2}{8m} \frac{(\nabla n)^2}{n^2} \right).$$

В пятом параграфе исследована связь уравнений квантовой гидродинамики с кинетическими уравнениями. Приведен вывод гидродинамических уравнений из кинетических уравнений.

В шестом параграфе исследованы свойства гамильтониана Брейта и показано, что уравнение эволюции плотности наблюдаемой величины применимо для системы, описываемой уравнением Шредингера с гамильтонианом Брейта.

В седьмом параграфе исследованы свойства гамильтониана спин-токового взаимодействия. На основе уравнения эволюции плотности наблюдаемой величины в приближении самосогласованного поля выведены уравнения баланса плотности импульса и баланса плотности магнитного момента. Показано, что изменение плотности импульса и плотности магнитного момента, отвечающее спин-токовому взаимодействию имеет вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla \right) \mathbf{M}(\mathbf{x}) = \frac{e}{mc} [\mathbf{M}(\mathbf{x}) \times \mathbf{B}^J(\mathbf{x})] - \frac{e}{mc} \left[\mathbf{M}(\mathbf{x}) \times \left[\frac{\mathbf{J}(\mathbf{x})}{c} \times \mathbf{E}(\mathbf{x}) \right] \right],$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla \right) \mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{e}{mc} [\mathbf{J}(\mathbf{x}) \times \mathbf{B}^S(\mathbf{x})] + \frac{e}{m} n \mathbf{E}^S(\mathbf{x}) + \frac{1}{m} (\mathbf{M}(\mathbf{x}) \nabla) \mathbf{B}^J(\mathbf{x}) - \frac{1}{m} [\mathbf{J}(\mathbf{x}) \times (\mathbf{M}(\mathbf{x}) \nabla) \mathbf{E}(\mathbf{x})],$$

где индексы J , S соответствуют полям, создаваемым током и магнитным моментом, а величины электрического и магнитного полей, входящие в уравнения баланса, удовлетворяют уравнениям Максвелла:

$$[\nabla \times \mathbf{B}^J(\mathbf{x})] = \frac{4\pi}{c} e \mathbf{J}(\mathbf{x}),$$

$$[\nabla \times (\mathbf{B}^S(\mathbf{x}) + 4\pi \mathbf{M}(\mathbf{x}))] = 0,$$

$$(\nabla \mathbf{E}(\mathbf{x})) = 4\pi en(\mathbf{x}),$$

$$[\nabla \times \mathbf{E}^S(\mathbf{x})] = -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathbf{B}^S(\mathbf{x})}{\partial t} \right).$$

В третьей главе решена задача о распространении волн малой амплитуды в системе многих заряженных частиц с собственными магнитными моментами.

В первом параграфе рассматривается система многих взаимодействующих заряженных частиц с собственными магнитными моментами во внешнем магнитном поле. Формулируется задача о распространении малых возмущений в такой системе и приводятся уравнения, описывающие коллективные процессы в этой системе.

Во втором параграфе находится решение приведенной системы уравнений в приближении малых амплитуд колебаний.

В третьем параграфе решение исследуется в частном случае для распространения волн вдоль внешнего магнитного поля. Получены дисперсионные соотношения для электромагнитных волн с правой и левой поляризациями, плазменной и акустической волн:

$$\frac{c^2 k_z^2}{\omega^2} = \left(1 - \frac{\Omega_+^2}{\omega(\omega \pm \omega_e)} \right) / \left(1 \mp \frac{\mu_0}{ec} \frac{\Omega_-^2}{\omega \pm \omega_e} \right),$$

$$\omega^2 = \frac{1}{2} k^2 (A_\uparrow + A_\downarrow) + \frac{2\pi e^2}{m} (N_\uparrow + N_\downarrow) \pm$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{k^2 (A_\uparrow - A_\downarrow)}{2} \right)^2 + \left(\frac{2\pi e^2 (N_\uparrow + N_\downarrow)}{m} \right)^2 + \frac{2\pi e^2 k^2}{m} (N_\uparrow - N_\downarrow) (A_\uparrow - A_\downarrow)}.$$

В четвертом параграфе решение исследовано в частном случае для распространения поперечной волны перпендикулярно внешнему магнитному полю с составляющей электрического поля, направленной вдоль внешнего магнитного поля. Дисперсионное соотношение для такой волны имеет вид:

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = \frac{1 - \frac{4\pi e^2 (N_\uparrow + N_\downarrow)}{m\omega^2}}{1 + \frac{4\pi e \mu_0 (N_\uparrow - N_\downarrow) \omega_e}{mc(\omega^2 - \omega_e^2)}}.$$

В пятом параграфе найдено дисперсионное соотношение для акустической волны, распространяющейся под произвольным углом к направлению внешнего магнитного поля. Волновой вектор и частота этой волны связаны с углом α между направлением распространения и магнитным

полем формулой:

$$k = \sqrt{\frac{\omega^4 - \omega^2 \omega_e^2}{A_\nu (\omega^2 - \cos(\alpha) \omega_e^2)}}.$$

Показано, что две ветви акустических волн в рассматриваемой системе вырождаются в одну в случаях распространения акустических волн вдоль внешнего магнитного поля и перпендикулярно внешнему магнитному полю.

В четвертой главе решена задача о распространении волны с круговой поляризацией вдоль внешнего магнитного поля в системах многих взаимодействующих заряженных частиц с собственными магнитными моментами.

В первом параграфе рассматривается система многих взаимодействующих заряженных частиц с собственными магнитными моментами во внешнем магнитном поле. Формулируется задача о распространении малых возмущений в такой системе и приводятся уравнения, описывающие коллективные процессы в этой системе.

Во втором параграфе найдено точное решение уравнений и показано, что оно согласуется с решением, полученным в третьей главе. Частота и волновой вектор этой волны с круговой поляризацией связаны соотношением:

$$c^2 k^2 = \omega \frac{\omega^2 \pm \omega \frac{eB_z}{mc} - \frac{4\pi e^2 n}{m}}{\omega \pm \frac{e(B_z + 4\pi M_z)}{mc}}.$$

В пятой главе решена задача о распространении волны с круговой поляризацией вдоль внешнего магнитного поля в потоке многих взаимодействующих нейтральных частиц с собственными магнитными моментами.

В первом параграфе рассматривается система многих взаимодействующих движущихся нейтральных частиц с собственными магнитными моментами во внешнем магнитном поле. Коллективное движение частиц происходит вдоль внешнего магнитного поля. Формулируется задача о распространении малых возмущений в такой системе и приводятся уравнения, описывающие коллективные процессы в этой системе.

Во втором параграфе найдено точное решение полученных уравне-

ний. Показано, что дисперсионное соотношение для волн, распространяющихся в приведенной системе будет зависеть от амплитуды:

$$\omega = -\gamma B_z + \gamma 4\pi M_z n \left(\frac{N^2}{N^2 - 1} + N^2 \frac{E_{\perp}^* E_{\perp} / 4\pi}{mc^2 n} \right).$$

В третьем параграфе найдено дополнительное точное решения, отвечающее распространению волн со скоростью пучка.

В четвертом параграфе рассмотрены предельные случаи решения. Первый предельный случай решения отвечает циклотронному резонансу:

$$\omega(N = 0) = -\gamma B_z$$

Второй предельный случай отвечает распространению волн с малой амплитудой. Показано, что в этом предельном случае решение согласуется с решением, полученным в третьей главе.

ВЫВОДЫ

В заключение сформулируем результаты, полученные в диссертации:

1. На основе уравнения Шредингера для систем многих частиц с собственным магнитным моментом с гамильтонианом, учитывающим спин-токовое взаимодействие частиц получены уравнения квантовой гидродинамики. Получены уравнения баланса числа частиц, баланса плотности импульса, баланса плотности магнитного момента и уравнения для самосогласованных электрического и магнитного полей. Источником для части самосогласованного магнитного поля является ток заряженных частиц. Получены поправки к уравнениям баланса плотности импульса и плотности магнитного момента, связанные со спин-токовым взаимодействием частиц.
2. Получены решения уравнений квантовой гидродинамики для систем многих частиц с собственными магнитными моментами в линейном приближении. В рамках единого формализма были получены дисперсионные соотношения для оптических, акустических и плазменных волн, распространяющихся вдоль внешнего магнитного поля. Получено дисперсионное соотношение для волн, распространяющихся поперек внешнего магнитного поля с вектором электрического поля,

направленным вдоль внешнего магнитного поля. Получено дисперсионное соотношение для акустических волн, распространяющихся в данной системе в произвольном направлении относительно внешнего магнитного поля. Показано, что дисперсионное соотношение для акустической волны имеет две ветви, но в крайних случаях распространения волны вдоль внешнего магнитного поля и поперек внешнего магнитного поля, остается лишь одна ветвь. Показано, что вклад квантового потенциала Бома в линейном приближении оказывает влияние лишь на скорость звука в системе, в виде квадратичной зависимости от волнового вектора распространяющейся волны.

3. Для системы многих заряженных частиц, обладающих собственным магнитным моментом, получено точное решение в виде волны с круговой поляризацией, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля. Показано, что в пределе малых амплитуд оно переходит в соответствующее решение линеаризованной системы.
4. Исследовано влияние спин-токового взаимодействия на распространение волн в пучках электрически нейтральных частиц, обладающих собственным магнитным моментом. Для потоков электрически нейтральных частиц с собственным магнитным моментом найдено точное решение в виде волны с круговой поляризацией, с учетом спин-токового взаимодействия. Показано, что при малых амплитудах решение согласуется с решением в линейном приближении. Найдена зависимость дисперсионных соотношений от амплитуды распространяющейся волны. Получено увеличение "запрещенной зоны" при увеличении амплитуды волны. Показано, что в пределе малых амплитуд решение переходит в результаты линейной теории

Основное содержание диссертационной работы изложено в следующих публикациях:

1. *Кузьменков Л. С., Харабадзе Д. Э.* Волны в системах частиц с собственным магнитным моментом. (метод квантовой гидродинамики) // Известия вузов. Физика. — 2004. — т. **47**. — N 4. — С. 87–93.

2. *Кузьменков Л. С., Харабадзе Д. Э.* Электромагнитная волна с круговой поляризацией в системах частиц с собственным магнитным моментом. //Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. —2005. —N 4. —С. 19–21.
3. *Харабадзе Д. Э.* Учет спин-токового взаимодействия при помощи гамильтониана Брейта в гидродинамическом методе. //Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. —2005. —N 6. —С. 10–13.
4. *Стефанов В. В., Харабадзе Д. Э.* Квантовая гидродинамика и функции распределения. //Сборник тезисов конференции “ЛОМОНОСОВ-2002” секция “ФИЗИКА”, —2002. —С. 151–153.
5. *Кузьменков Л. С., Максимов С. Г., Харабадзе Д. Э.* Электромагнитные, звуковые и плазменные волны в системах частиц с собственным магнитным моментом. //Сборник тезисов конференции “XII Международная конференция по спиновой электронике и гировекторной электродинамике”, —2003. —С. 333–342.
6. *Андреев П. А., Кузьменков Л. С., Харабадзе Д. Э.* Спин-токовое взаимодействие в квантовой гидродинамике. //Сборник тезисов конференции “ЛОМОНОСОВ-2005” секция “ФИЗИКА”, —2005. —С. 88–90.
7. *Кузьменков Л. С., Харабадзе Д. Э.* Электромагнитная волна с круговой поляризацией в системах многих частиц с собственным магнитным моментом. //Сборник тезисов конференции “Ломоносовские чтения” секция физики, —2005. —С. 101–103.
8. *Кузьменков Л. С., Харабадзе Д. Э.* Электромагнитная волна с круговой поляризацией в системе нейтральных частиц с собственным магнитным моментом. //Сборник тезисов конференции “XIV Международная конференция по спиновой электронике и гировекторной электродинамике”, —2005. —С. 183–185.
9. *Кузьменков Л. С., Харабадзе Д. Э.* Нелинейные волны в потоках нейтральных частиц с собственным магнитным моментом. //Сборник тезисов конференции “Ломоносовские чтения” секция физики. —2006. —С. 111–113.