

На правах рукописи

**МУКИН Роман Владимирович**

**Устойчивость неоднородного  
потока неравновесного газа**

Специальность 01.04.14 - теплофизика и теоретическая теплотехника

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2007

Работа выполнена на кафедре молекулярной физики физического факультета Московского Государственного Университета имени М.В.Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор А. В. Уваров.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор, член-корр. РАН И.В. Егоров,  
кандидат физико-математических наук,  
доцент А.И. Федосеев.

Ведущая организация: Институт проблем механики РАН, г. Москва

Защита состоится "31" октября 2007 г. в 15:00 часов. на заседании диссертационного совета Д 501.002.01 в Московском Государственном Университете имени М.В.Ломоносова по адресу: 119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, Физический факультет МГУ,

---

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ.

Автореферат разослан " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2007 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 501.002.01  
кандидат физико-математических наук

Т.В. Лаптинская

# 1 Общая характеристика работы

## Актуальность темы

Устойчивость потока неоднородного неравновесного газа и его взаимодействие с малыми гидродинамическими возмущениями всегда привлекали внимание исследователей. Причин для этого несколько. Во-первых, результаты такого взаимодействия важны для прикладных задач, например, для лазерной физики, газодинамики и физики газового разряда. Во-вторых, интерес к этой задаче связан с нерешенностью общей проблемы воздействия линейных возмущений на нелинейную систему. В частности, важным отличием проточных систем от покоящихся сред является отсутствие второго стационарного режима, соответствующего тепловому взрыву, поэтому не ясно, в какое состояние переходит система в случае потери устойчивости.

В проточных системах осуществляется принципиально иной механизм неустойчивости по сравнению с покоящимися средами, которые исследовались наиболее часто [1, 2]. Устойчивость проточных систем рассматривалась с помощью простого перенесения результатов для покоящейся среды на движущийся поток [3], то есть при анализе не делалось различий между покоящейся средой и проточной системой. Однако это различие принципиально и связано с тем, что, например, часто анализируемое тепловое возмущение просто выносится потоком из рабочей зоны и тот факт, что такое возмущение усиливается, не имеет принципиального значения. Усиление возмущений в таких системах возможно за счет появления обратной связи, а такая связь возникает только за счет неоднородности потока. Неоднородность неравновесных сред является их отличительной особенностью. В проточных системах происходит разогрев газа по мере движения потока по рабочей зоне лазера или разряда. Этот разогрев имеет принципиальное значение, потому что с увеличением мощности увеличивается и нагрев газа. Именно нагрев и возникновение градиентов гидродинамических параметров приводят к появлению обратной связи за счет отраженных акустических волн. В настоящей работе предлагается общая постановка задачи для описания взаимодействия малых гидродинамических возмущений с потоком неоднородного неравновесного газа, а также для исследования его устойчивости.

Если скорость дозвукового потока достаточно велика, то эффектами теплопроводности и диффузии можно пренебречь, однако при снижении

скорости потока эти процессы начинают играть определяющую роль. Классическим примером последнего случая являются волны горения, распространяющиеся с определенной скоростью, зависящей от свойств среды [4, 5, 6]. Общий метод линейного анализа, используемый в работе, позволяет исследовать на устойчивость оба этих случая. Волна горения распространяется с определенной скоростью и она оказывается такой, что эффекты гидродинамического переноса энергии сравниваются с эффектами теплопроводности. Для рассматриваемых сред скорость волн горения составляет десятки сантиметров в секунду (скорость прокачки в лазерных системах – это десятки метров в секунду). Система с прокачкой газа очень похожа на релаксационную зону неравновесного газа, однако граничные условия и скорости, конечно, сильно отличаются, поэтому задача оказывается непохожей на все стандартные гидродинамические задачи устойчивости, например, на задачи устойчивости детонационных волн.

В физике горения проблема устойчивости волны горения имеет огромное практическое значение. Существуют две теории устойчивости волн горения. Одна из них, гидродинамическая, связана с именами Ландау и Даррье (теория ЛД). В этой теории показано, что волна горения неустойчива по отношению к возмущениям гидродинамических параметров при любых скоростях и любых волновых числах возмущений. Поскольку этот результат противоречит эксперименту, то он получил название "парадокса Ландау - Даррье" [4, 5].

Вторая теория (диффузионно-тепловая) объясняет неустойчивость волн горения возмущениями тепловых параметров [6]. Недостатком этих теорий, является то, что они не переходят друг в друга при изменении свойств среды, поскольку, например, решение ЛД не зависит от характеристик среды. При рассмотрении гидродинамической (ЛД) и диффузионно-тепловой (ДТ) неустойчивости возникает естественный вопрос о возможности объединения этих теорий в одну общую модель устойчивости. В общем виде такая задача не решена. При ее решении могут появиться новые неустойчивые области, обязанные одновременным появлением двух типов возмущений. Именно такой случай также будет рассмотрен в диссертации.

При дальнейшем развитии возмущений, приводящих к неустойчивости, возможен переход системы в новое состояние. Это состояние не может быть стационарным, поскольку исходная система уравнений не имеет другого стационарного распределения параметров. В работе проведены расчеты в нелинейном приближении, которые показали, что в одномерном случае в потоке возникает пульсирующий режим.

## Цель работы

1. Формулировка и реализация метода, позволяющего рассматривать взаимодействие малых одномерных и двумерных линейных возмущений с потоком неоднородного неравновесного газа, включая исследование устойчивости такого потока.
2. Расчет генерации малых гидродинамических возмущений при взаимодействии падающих звуковой и вихревой волн с конечной неравновесной областью для различных моделей накачки энергии.
3. Решение задачи об устойчивости потока колебательно-неравновесного неоднородного газа для различных моделей накачки энергии.
4. Решение задачи об устойчивости волны горения, учитывающей сжимаемость среды, теплопроводность и диффузию для модели одной необратимой химической реакции.
5. Расчет нового режима распространения потока вследствие развития гидродинамических возмущений.

## Научная новизна работы

1. Сформулирована и решена задача о взаимодействии малых гидродинамических возмущений с потоком неравновесного газа. Впервые рассчитаны коэффициенты отражения и прохождения падающей звуковой волны через неоднородный поток неравновесного газа. Определена область параметров, в которой наблюдается значительное усиление падающей звуковой волны.
2. Впервые решена задача о взаимодействии дополнительной турбулизации потока с локальной областью колебательно-неравновесного газа, которая приводит к генерации тепловых волн. Найдены параметры, при которых амплитуда генерируемой тепловой волны максимальна.
3. Впервые решена задача об устойчивости потока колебательно-неравновесного газа и определены параметры, при которых возникают неустойчивые режимы.

4. Показано, что в одномерном случае неустойчивый режим, формируемый нелинейными возмущениями, приводит к образованию пульсирующих течений.
5. Впервые решена задача о неустойчивости волны горения с учетом сжимаемости среды, теплопроводности и диффузии в среде с одной прямой химической реакцией, позволившая создать теорию, объединяющую гидродинамическую и диффузионно-тепловую неустойчивости.

## Научная и практическая ценность

Построена последовательная теория для расчета устойчивости потока колебательно-неравновесного газа по отношению к малым конечным гидродинамическим возмущениям. Работоспособность теории подтверждена расчетами неустойчивости потока с локальной неравновесностью, включая неустойчивость волн горения. Практическая ценность работы заключается в анализе режимов, моделирующих тепловые эффекты в реальных проточных газовых лазерах.

## Защищаемые положения

1. Формулировка задачи о взаимодействии малых гидродинамических возмущений с неоднородным потоком колебательно-неравновесного газа, позволившая в рамках единого подхода:
  - найти коэффициенты отражения и прохождения падающей звуковой волны на неравновесную область для различных моделей накачки энергии и обнаружить их немонотонную зависимость при изменении частоты возмущений;
  - определить для различных моделей накачки энергии порог устойчивости потока неравновесного газа.
2. Результаты расчета взаимодействия вихревой волны с локальной областью неравновесности, показывающие, что зависимость амплитуды генерируемой тепловой волны, влияющей на теплопередачу, немонотонна.

3. Результаты расчета критериев неустойчивости потока колебательно-неравновесного газа и обнаружение пульсирующего режима, формируемого нелинейными возмущениями в одномерном случае.
4. Результаты расчета неустойчивости волны горения с учетом сжимаемости, теплопроводности и диффузии в среде с одной прямой химической реакцией, одновременно учитывающего все типы возмущений и позволившего проследить переход от гидродинамической к диффузионно-тепловой неустойчивости.

## Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертационной работы докладывались на:

1. Международной научной конференции "Laser Optics" (Санкт-Петербург 2003);
2. Международной конференции "Nonequilibrium processes in combustion and plasma based technologies" (Минск 2005);
3. IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород 2006);

Кроме того, результаты работы докладывались на конференциях "Ломоносов-2001", "Ломоносов-2002".

По результатам работы опубликовано 2 статьи в реферируемых научных изданиях и 5 тезисов докладов на всероссийских и международных конференциях.

## Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем 103 страниц, в том числе 45 рисунков. Список литературы содержит 42 наименования.

## 2 Содержание диссертации

**Во введении** обосновывается актуальность темы, формулируются цели и задачи диссертационной работы, содержится обзор работ, связанных

с исследованием устойчивости потока неоднородного газа.

**В первой главе** излагается общий метод гидродинамических мод и на его основе исследуется взаимодействие малых гидродинамических возмущений с потоком неравновесного неоднородного газа.

В первом параграфе 1.1 обсуждаются особенности неравновесных проточных систем, важная роль обратной связи, которая возникает за счет отражения возмущений от профилей параметров. Рабочая зона лазера образует своеобразный резонатор для гидродинамических возмущений. В итоге необходим анализ двух процессов: взаимодействия возмущений с профилями параметров и обычного механизма усиления, связанного с изменением сброса энергии в поступательные степени свободы при прохождении возмущений. Сформулирована общая постановка задачи взаимодействия возмущений с потоком неравновесного газа и общий алгоритм анализа взаимодействия возмущений с локальной неоднородностью. Приведен пример расчета профилей невозмущенных гидродинамических параметров при заданной локальной неравновесности. Задавая определенным образом профили невозмущенных параметров в неравновесной области, можно учитывать способ накачки энергии и релаксацию, т.е. учитывать конкретные варианты лазерных систем. В данной работе рассматриваются три вида накачки лазерной системы:

1. Накачка энергии происходит в узкой зоне, гораздо меньшей зоны релаксации. В дальнейшем такой вариант будет называться, системой с локальной накачкой энергии.
2. Накачка энергии происходит в протяженной зоне, т.е. учитывается конечная ширина зоны накачки.
3. Модель постоянной колебательной энергии ( $\varepsilon = const$ ). Такой вариант накачки соответствует быстрому восстановлению колебательной неравновесности, например, за счет обмена энергией с электронами.

Далее сформулирована общая постановка задачи для расчета возмущенных параметров системы.

Рассматривается взаимодействие малых одномерных и двумерных гидродинамических возмущений с потоком неравновесного неоднородного газа, неравновесное состояние которого поддерживается внешней накачкой энергии и отводом нагретого газа вместе с потоком. В зонах I и IV (см. рис. 1) существуют только отходящие от неравновесной зоны возмущения. Так как рассматриваемый поток дозвуковой, то в области I навстречу потоку распространяется звуковая волна, а в области IV в одномерном случае



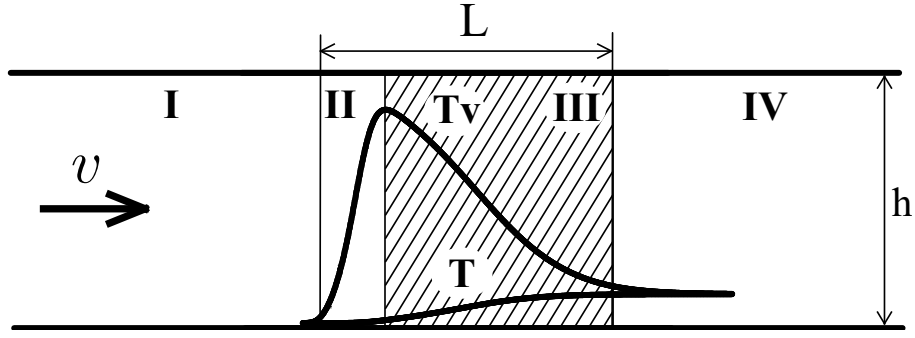


Рис. 1: Схема проточной системы, с типичным распределением колебательной  $T_V$  и поступательной температуры  $T$ . I и IV – области равновесного холодного и нагретого газа, II – область накачки энергии, III – колебательно-неравновесная область

распространяются сносимые потоком тепловая, релаксационная и звуковая волны, а в двумерном случае появляется еще одна мода – вихревая, распространяющаяся по потоку.

Отметим те упрощения, которые были сделаны при такой постановке задачи.

Во-первых, рассматривалось только стационарное одномерное течение газа. Во-вторых, область накачки энергии считалась неподвижной.

Рассматривается система гидродинамических уравнений с учетом энерговыделения и релаксации, которая имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} v = 0, \\ \rho \frac{dv}{dt} = -\operatorname{grad} p, \\ \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dT}{dt} - \frac{T}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{m}{k_B} \frac{\varepsilon - \varepsilon_{eq}}{\tau}, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{\varepsilon - \varepsilon_{eq}}{\tau} + E_{pump}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (v \nabla)$ ,  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность,  $T$  – поступательная температура,  $v$  – скорость,  $\gamma$  – показатель адиабаты без учета колебательных степеней свободы,  $m$  – масса молекулы,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $E_{pump}$  – мощность накачки энергии.

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\hbar\omega}{m} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1}$$

– равновесная колебательная энергия газа, отнесенная к единице массы одной молекулы.

$$\varepsilon = \frac{\hbar\omega}{m} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T_V}\right) - 1} - \text{текущая колебательная энергия газа, отне-}$$

сенная к единице массы одной молекулы.

Система гидродинамических уравнений (1) должна быть дополнена уравнением состояния газа. Рассматриваемые системы хорошо описываются уравнением состояния идеального газа  $p = \rho k_B T/m$ , которое связывает давление, плотность и поступательную температуру.

Исследование устойчивости неравновесного потока газа проводилось методом гидродинамических мод. Кратко изложим суть этого метода. Описание взаимодействия возмущений с потоком неравновесного газа проводится в рамках релаксационной гидродинамики, математический аппарат которой, помимо стандартных уравнений неразрывности, движения и энергии, включает одно или несколько релаксационных уравнений [10, 11]. Малые гармонические возмущения вида  $a' \exp(\omega t + k_x x + k_y y)$  ( $k_x, k_y$  — волновые числа вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно) позволяют линеаризовать уравнения релаксационной гидродинамики. При этом, как и в обычной гидродинамике, линеаризованная система распадается на ряд независимых уравнений, описывающих отдельные виды гидродинамических возмущений (их называют модами). Число мод равно числу уравнений. При взаимодействии возмущения с любым объектом (например, взаимодействие ударных волн со звуковыми, вихревыми или тепловыми волнами, падающими со стороны холодного или горячего газа) генерируется весь набор мод и задача сводится к нахождению их амплитуд. Применяется следующая схема расчета. В равновесных областях известны состав мод и соотношение между параметрами в каждой моде. Далее каждая мода может быть проинтегрирована с произвольной амплитудой по релаксационной зоне.

Основная трудность при этом состоит в том, что в релаксационной зоне невозможно стандартное разделение на моды, как это делается в предельных случаях. Точнее, разделение на моды возможно, как и в любой линейной задаче, но эти моды не выражаются простыми аналитическими формулами.

В области с градиентами параметров, описываемой уравнениями с переменными коэффициентами, уже в линейном приближении происходит взаимодействие различных мод. Облегчающим обстоятельством при решении задачи является то, что в конце релаксационной зоны градиенты основных параметров равны нулю. Это позволяет приравнять возмущения слева и справа от границы областей III и IV (см. рис. 1).

Во втором параграфе 1.2 рассматривается одномерное взаимодействие возмущений с неоднородностями в потоке неравновесного газа. Найдены

коэффициенты отражения (прохождения) для всех возникающих при этом возмущений во всем диапазоне частот. Показано, что при одномерном взаимодействии существует область резонансных параметров, определяемая скоростью прокачки, степенью неравновесности и частотой возмущения, для которой коэффициент прохождения и отражения падающей звуковой волны имеют аномально большие значения.

Исследована устойчивость с учетом влияния стенок резонатора. Необходимость учета влияния стенок резонатора связана с тем, что в реальных системах, помимо двух рассмотренных неоднородных профилей параметров, присутствуют стенки и торцы, от которых звуковые возмущения могут отражаться и возвращаться обратно в неравновесную область. Остальные возмущения не могут отражаться от стенок поскольку они уносятся потоком. Показано, что дополнительные препятствия существенно увеличивают значения резонансных коэффициентов.

В третьем параграфе 1.3 исследовано двумерное распространение малых гидродинамических возмущений.

Невозмущенные гидродинамические параметры остаются одномерными. Хорошо известно, что в этом случае двумерные возмущения целиком описывают свойства системы, т.к ось  $z$  можно получить, повернув на соответствующий угол ось  $y$  (ось направлена по потоку, оси  $y$  и  $z$  лежат в плоскости, перпендикулярной оси  $x$ ). Итак, если рассмотреть малые двумерные возмущения в линейном приближении, то для возмущенных величин (обозначаются штрихами), представленных в виде  $A' = A \cdot e^{\omega t + ik_y y}$ , систему (1) можно переписать следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega \rho' + \rho' \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho'}{\partial x} + v'_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v'_x}{\partial x} + ik_y \rho v'_y = 0, \\ \omega \rho v'_x + \rho v \frac{\partial v'_x}{\partial x} + (\rho v'_x + \rho' v) \frac{\partial v}{\partial x} + \rho \frac{\partial T'}{\partial x} + T \frac{\partial \rho'}{\partial x} + T' \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho' \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \\ \omega \rho v'_y + \rho v \frac{\partial v'_y}{\partial x} + ik_y \rho T' + ik_y \rho' T = 0, \\ \frac{1}{\gamma - 1} \left( \omega T' + v'_x \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T'}{\partial x} \right) - \left( \frac{T'}{\rho} + \frac{T \rho'}{\rho^2} \right) v \frac{\partial \rho}{\partial x} - \\ \quad - \frac{T}{\rho} \left( \omega \rho' + v \frac{\partial \rho'}{\partial x} + v'_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = \frac{\varepsilon'}{\tau} - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{eq}}{\tau^2} \frac{d\tau}{dT} T' - \frac{\varepsilon'_{eq}}{\tau}, \\ \omega \varepsilon' + v \frac{\partial \varepsilon'}{\partial x} + v'_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = -\frac{\varepsilon'}{\tau} + \frac{\varepsilon - \varepsilon_{eq}}{\tau^2} \frac{d\tau}{dT} T' + \frac{\varepsilon'_{eq}}{\tau}. \end{array} \right. \quad (2)$$

На рис. 2 представлен трехмерный график зависимости коэффициента прохождения ( $K_{tr}$ ) падающей звуковой волны от безразмерных волновых

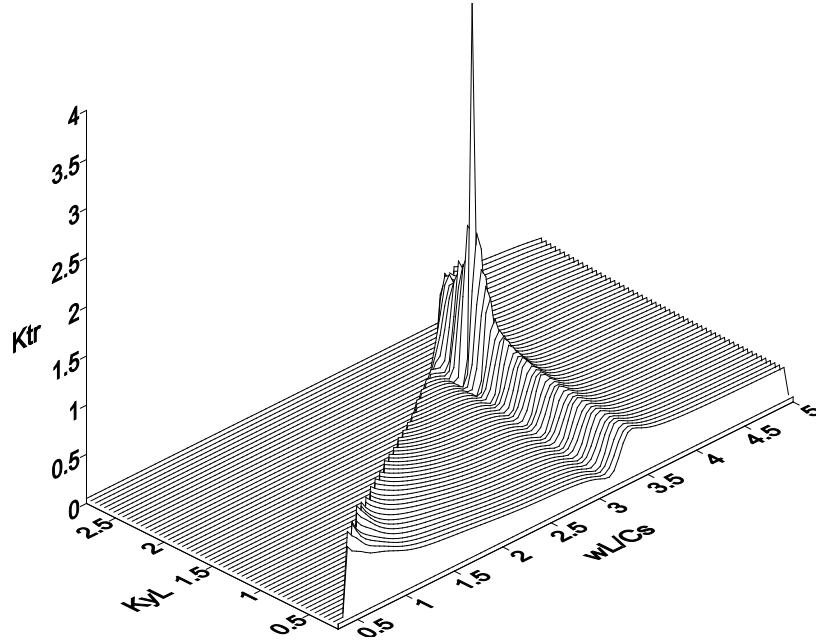


Рис. 2: Зависимость коэффициента прохождения  $K_{tr}$  падающей звуковой волны от безразмерных волновых чисел  $\omega L/C_S$  и  $k_y L$  в случае локальной накачки энергии при  $v = 100$  м/с,  $T_V = 2350$ К.

чисел  $\omega L/C_S$  и  $k_y L$  при фиксированной колебательной температуре  $T_V = 2350$ К и скорости потока газа  $v = 100$  м/с в случае локальной накачки энергии. Как видно из рис. 2, при некоторых значениях  $Im(\omega L/C_S)$  и  $k_y L$  величина коэффициента прохождения  $K_{tr} \gg 1$ , эффект сильного усиления связан со сбросом энергии из колебательных степеней свободы и при его отключении пропадает. Приведены также расчеты  $K_{tr}$  с учетом влияния стенок. Расчеты выполнены для различных моделей накачки энергии.

В четвертом параграфе 1.4 исследована дополнительная турбулизация газодинамического потока в проточных системах.

Исследование влияния состояния газодинамического потока газа на устойчивость разряда проводилось во многих работах [12, 13, 14]. В них указано, что дополнительная турбулизация газодинамического потока газа должна повышать устойчивость разряда. Неоднородность гидродинамических параметров в рабочей области может приводить к усилению возмущений, которые приводят к срыву генерации лазера. Дополнительная турбулизация, перемешивая газ в рабочей области, должна уменьшать возникающие неоднородности гидродинамических параметров и, таким образом, приводить к более стабильному разряду. Экспериментальные исследования самостоятельного разряда в турбулентных потоках проводились в широком диапазоне экспериментальных условий при скоростях газового потока 10 – 120 м/с. Изменения в уровне турбулизации достигались путем

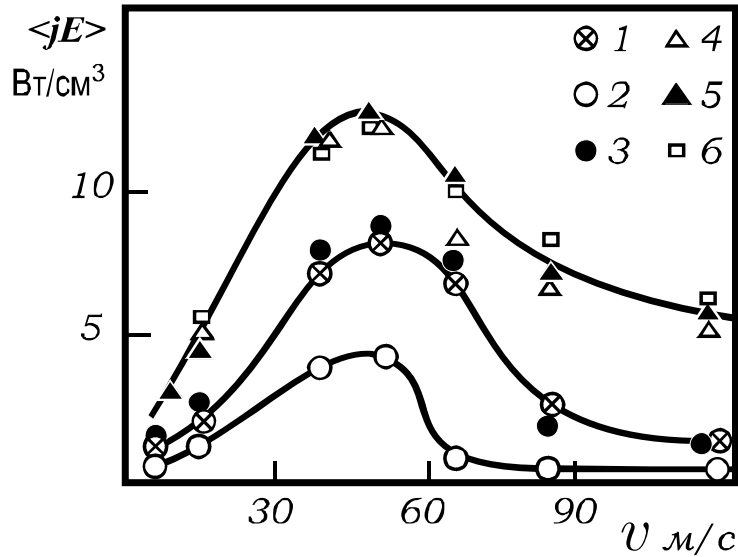


Рис. 3: Зависимость вкладываемой в продольный самостоятельный разряд предельной мощности от скорости потока и степени турбулентности среды [14]: 1.  $D_T/v = 0.25 \cdot 10^{-2}$ м 2.  $D_T/v = 0.05 \cdot 10^{-2}$ м 3.  $D_T/v = 2 \cdot 10^{-2}$ м 4.  $D_T/v = 3 \cdot 10^{-2}$ м 5.  $D_T/v = 4.5 \cdot 10^{-2}$ м 6.  $D_T/v = 7 \cdot 10^{-2}$ м,  $D_T$  – коэффициент турбулентной диффузии,  $v$  – скорость потока. [12]

изменения плотности газового потока и проходного сечения отверстий в решетках, устанавливаемых в потоке [12, 13].

Однако влияние турбулизации оказалось неоднозначным. Было показано, что с увеличением интенсивности турбулизации ухудшается устойчивость, (рис. 3). Объяснения тому, что, начиная с некоторой скорости потока увеличение  $v$  приводит к уменьшению предельной вкладываемой мощности разряда<sup>1</sup>, в указанных работах не было.

Создание дополнительной турбулизации в рамках поставленной задачи эквивалентно дополнительной вихревой моды, падающей на область накачки энергии. Используемая в данной работе методика позволяет показать, что создание вихревой моды, падающей на рабочую область, приводит к генерации всего набора гидродинамических мод и, в том числе, тепловой моды, которая оказывает наибольшее влияние на дестабилизацию разряда. При расчете учитываются амплитуды всех мод. Рассмотрим величину  $A = \frac{T'_t v}{v'_x v T}$ , которая характеризует эффективность генерации тепловой моды. Штрихами обозначены амплитуды возмущений температуры и скорости, для тепловой моды  $T'_t$  в конце неравновесной области для вихревой

<sup>1</sup>Предельная вкладываемая мощность разряда – это такая мощность при которой еще наблюдается генерация лазерного излучения в рабочей области.



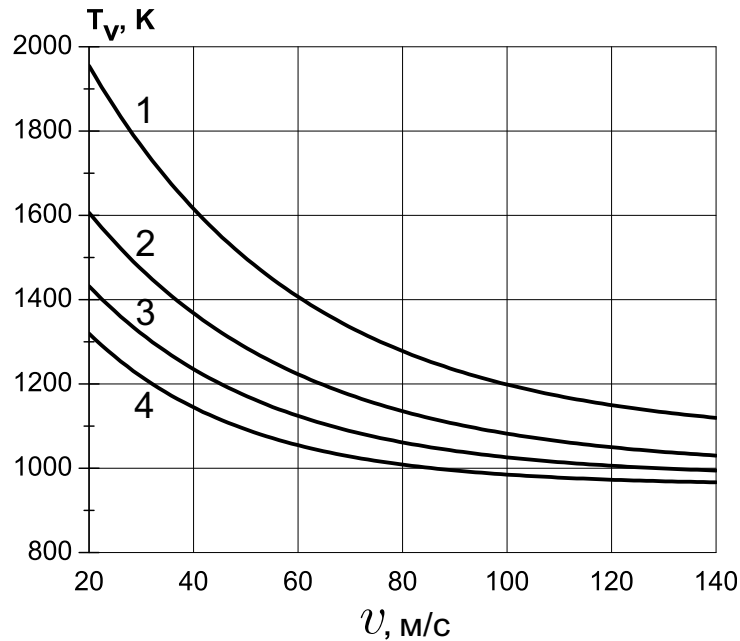


Рис. 5: Кривые нейтральной устойчивости для двумерных возмущений: 1 – модель локальной накачки энергии; 2, 3 и 4 – модель протяженной накачки энергии при ширине зоны накачки  $d=3$  см; 10 см; 30 см.

сти неоднородного дозвукового потока колебательно-неравновесного газа.

В первом параграфе 2.1 сформулирована строгая постановка задачи устойчивости потока газа с областью неравновесности по отношению к малым линейным одномерным и двумерным возмущениям.

Во втором параграфе 2.2 описан общий алгоритм анализа устойчивости.

В третьем параграфе 2.3 представлены результаты численного моделирования.

На рис. 5 представлены кривые нейтральной устойчивости для разных моделей накачки энергии и двумерных возмущений. Ниже кривых поток неравновесного газа будет устойчив, а выше – неустойчив. Расчет проведен при ширине зоны накачки  $d=30$  см; 10 см; 3 см.

В условиях эксперимента фиксированным параметром, как правило, является ширина зоны накачки, а скорость потока и степень неравновесности можно варьировать. На рис. 5 самая верхняя кривая соответствует бесконечно малой длине зоны накачки. При увеличении этой длины, кривые смещаются вниз.

С точки зрения физики, наибольший интерес представляет варьирование отношения длин зоны накачки и зоны релаксации. С увеличением ширины зоны накачки газ становится менее устойчивым (рис. 5).

В третьей главе представлен анализ влияния диффузии и тепло-

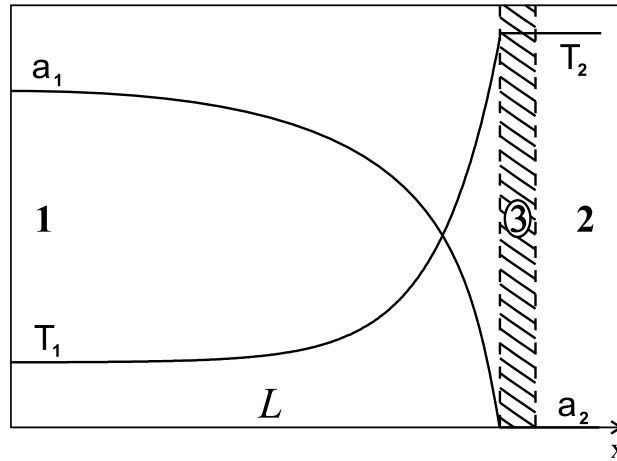


Рис. 6: Профиль  $T$  и  $a$  в волне горения в приближении ВЭА. 1 – зона нагрева и диффузии, 2 – однородная зона за волной, 3 – узкая зона реакции (заштрихована),  $L$  – длина неоднородной зоны.

проводности среды на устойчивость волн горения, позволивший единым образом описать гидродинамическую (Ландау-Даррье) и диффузионно-тепловую (ДТ) неустойчивость. Приведен обзор приближенных теорий устойчивости волн горения.

В первом параграфе 3.1 проведен расчет скорости и структуры волны горения для однокомпонентной необратимой реакции. Практическая важность расчета скорости волны горения привела в середине прошлого века к появлению многочисленных упрощенных методов такого расчета [15, 17, 18]. Сейчас, с появлением компьютерных алгоритмов, задача может быть решена точно. Единственным серьезным предположением является упрощенная кинетическая схема – рассматривается однокомпонентная необратимая реакция.

При анализе волны горения ставилась цель решить максимально точно задачу о структуре такой волны, опираясь на полную систему гидродинамических и кинетических уравнений. В простейшем варианте постановка задачи такова.

По газу с реагирующим компонентом концентрации  $a = 1$  и температурой  $T = T_0$  справа налево распространяется волна горения со скоростью  $V_0$ . За фронтом волны газ считается полностью прореагировавшим ( $a = 0$ ), при этом его температура возросла до  $T = T_2$  (см. рис.6).

В одномерном случае гидродинамические уравнения, описывающие распространение плоской волны, имеют вид



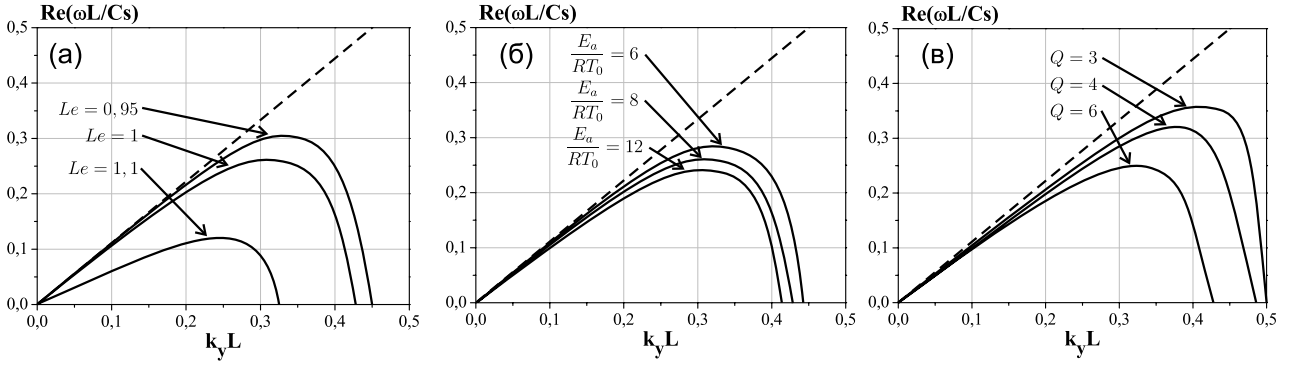


Рис. 7: Дисперсионные кривые: (а) для различных значений числа  $Le$  при  $Ea/RT_0 = 8$ ,  $Q = 6$ , (б) для различных величин энергии активации  $Ea/RT_0$  при  $Le = 1$ ,  $Q = 6$ , (в) для различных значений суммарного энерговыделения  $Q$  при  $Le = 1$ ,  $Ea/RT_0 = 8$ . Пунктирная линия – линия нейтральной устойчивости в теории ЛД.

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0, \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x}, \\ \rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \left( \frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + QW(a, T), \\ \rho \left( \frac{\partial a}{\partial t} + v \frac{\partial a}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D \frac{\partial a}{\partial x} \right) - W(a, T), \end{cases} \quad (3)$$

где  $\rho, v, T, p, H$  – плотность, скорость, температура, давление и энтальпия газа,  $Q, W$  – теплота и скорость реакции.

Для скорости реакции  $W(a, T)$  использовалось аррениусовское выражение, соответствующее химической реакции первого порядка:

$$W(a, T) = k_0 a \rho \exp \left\{ -\frac{E_a}{RT} \right\} = k_0 a \rho \exp \left\{ -\frac{E_a}{RT_0(\alpha + 1)} \right\}.$$

Система уравнений (3) после замены переменных решается методом "пристрелки".

Во втором параграфе 3.2 исследована гидродинамическая устойчивость волны горения с учетом диффузии и теплопроводности. Сначала получено общее решение задачи для газов в том диапазоне параметров, который приводит к теории ЛД, затем было исследовано влияние параметров среды на полученное решение. В заключение был определен диапазон параметров, соответствующих неустойчивости ДТ.

Путем численных расчетов были получены дисперсионные кривые для различных параметров среды. Результаты представлены на рис. 7.

Как видно из графиков, на поведение дисперсионных кривых существенным образом влияют число Льюиса, энергия активации  $E_a$  и суммарное энерговыделение  $Q$ . Число Льюиса  $Le = D/\chi$ , где  $D$  – коэффициент

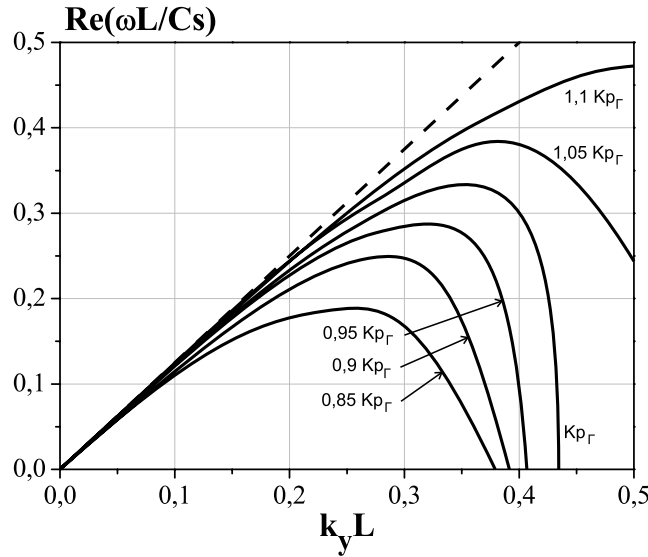


Рис. 8: Дисперсионные кривые для различных значений величины  $Kp$  при суммарном энерговыделении  $Q = 6$ ,  $Le = 1$ ,  $E_a/RT_0 = 10$ .

диффузии,  $\chi$  – коэффициент теплопроводности. Изменение  $E_a$  не приводит к заметным изменениям вида дисперсионных кривых, в то время как скорость волны горения в диапазоне рассмотренных  $E_a$  меняется на порядок.

Таким образом, строгий анализ устойчивости показывает, что для длинноволновых возмущений модель ЛД достаточно точно описывает гидродинамические неустойчивости. Однако уже при  $k_y \delta \sim 0,2$  для  $Le = 1$  происходит отклонение от решения ЛД. Гипотеза Маркштейна [19] о зависимости скорости волны от кривизны качественно правильно описывает характер изменения коэффициента усиления от длины волны, однако эта зависимость в реальности сильно отличается от параболической, полученной в [19]. Рассмотренный в работе подход позволяет решить задачу устойчивости при произвольном числе  $Le$ . Отметим, что при низких частотах гидродинамическая неустойчивость является определяющей.

Рассмотрим теперь устойчивость волн горения при произвольных термодинамических параметрах. В общем виде изменение плотности при изменении давления и температуры описывается известной зависимостью  $\rho'/\rho = Kp \cdot p' - \beta \cdot T'$ , где  $Kp$  – коэффициент изотермической сжимаемости, а  $\beta$  – коэффициент теплового расширения. Используя алгоритм, описанный выше, можно получить дисперсионные кривые для различных значений  $Kp$  и  $\beta$ . В газовой фазе при  $Kp = Kp_\Gamma = \frac{1}{p}$  и  $\beta = \beta_\Gamma = \frac{1}{T}$  результаты совпадают с полученными выше.

Ни рис. 8 представлены результаты расчета коэффициента усиления

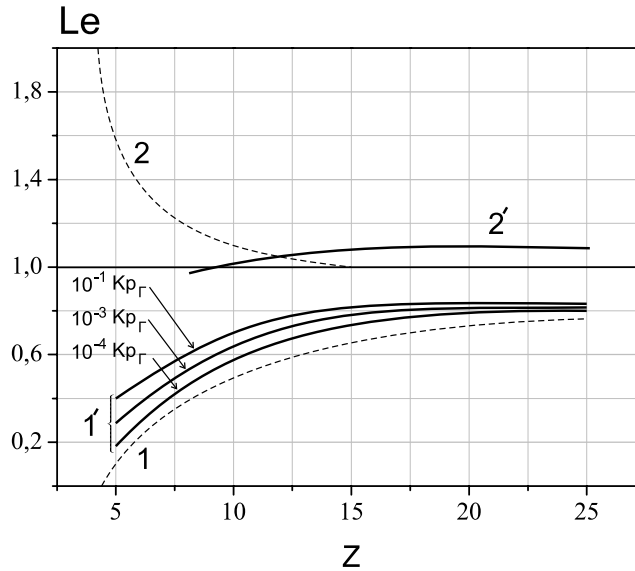


Рис. 9: Кривые нейтральной устойчивости в координатах  $Le - z$  ( $z = \frac{E_a(T_2 - T_1)}{2RT_2}$ ): под пунктирной кривой 1 – область неустойчивости по отношению к одномерным возмущениям из [15], над пунктирной кривой 2 – область неустойчивости по отношению к искривлениям фронта пламени из [15]. Результаты численного моделирования: под линиями 1' – область неустойчивости по отношению к одномерным возмущениям для разных  $Kr$ , над кривой 2' – область неустойчивости по отношению к искривлениям фронта пламени.

для различных значений коэффициента сжимаемости  $Kr$ . Видно, что при уменьшении  $Kr$ , соответствующему переходу к жидкой фазе, дисперсионная кривая начинает еще больше отклоняться от теории ЛД. Таким образом, теория ЛД остается справедливой только для очень малых волновых векторов, т.е. для очень больших длин волн возмущений, которым соответствуют малые коэффициенты усиления возмущений.

При дальнейшем уменьшении  $Kr$  будет происходить переход к ДТ неустойчивости. Однако это оказывается верным только для одномерных возмущений. На рис. 9 представлен набор кривых нейтральной устойчивости, отделяющих область неустойчивости (ниже кривых 1 и 1') от устойчивых режимов. Как видно из графика, полученные нами кривые 1' при уменьшении  $Kr$  приближаются к кривой 1 известного приближения ДТ неустойчивости для одномерного случая [15]. Изменение  $Kr$  только сдвигает эту кривую, не меняя характера зависимости.

Однако кривая 2' для двумерных возмущений сильно отличается от полученной аналитически кривой 2 для ДТ неустойчивости, (см. рис. 9). Это связано с тем, что, несмотря на исчезновение влияния звуковых мод,

вихревая мода, характеризующая простое круговое движение жидкости, остается практически неизменной и продолжает влиять на устойчивость, существенно снижая ее порог при малых  $z$ . Область между кривыми 2 и 2' оказывается неустойчивой за счет возмущений "смешанного" типа. То есть в чистом виде теория ДТ неустойчивости для двумерных возмущений не реализуется из-за появления гидродинамических возмущений в виде вихревой моды.

**В четвертой** главе проведен анализ потока неравновесного неоднородного газа в условиях неустойчивости стационарного течения. Если для покоящихся сред результат развития малых возмущений очевиден и соответствует возникновению режимов с высокой температурой (теплого взрыва), то для проточных систем такой результат невозможен. Поэтому итоговый режим, возникающий при развитии малых возмущений в проточных средах, не может быть получен путем анализа стационарной задачи. Этот результат оказывается нестационарным и связан с пульсациями основного потока.

В первом параграфе 4.1 обсуждаются методы решения нестационарных задач в газовой динамике. Представлен обзор работ по применению различных численных методов для описания волн в нестационарных задачах.

Во втором параграфе 4.2 сформулирована нестационарная задача для потока неоднородного неравновесного газа. Для решения поставленной задачи были выбраны два метода решения – метод характеристик и метод Лакса-Вендроффа.

В третьем параграфе 4.3 представлен алгоритм метода характеристик. Выписаны характеристические направления и условия совместности для неравновесного газа.

В четвертом параграфе 4.4 рассматривается широко известный метод Лакса-Вендроффа. В этом случае для удовлетворения граничных условий требуется смещение границы расчета по мере распространения малых возмущений в обе стороны от исследуемой области.

В пятом параграфе 4.5 представлены результаты расчета нелинейного режима описанными выше методами характеристик и Лакса-Вендроффа. Алгоритм расчета следующий. Методом малых возмущений, описанным во второй главе, решается линейная задача устойчивости и находятся малые возмущения в устойчивом и неустойчивом режимах. Далее полученные параметры подставляются в качестве начальных условий для нелинейной задачи. Решая нелинейную задачу, можно проследить эволюцию гидродинамических параметров во времени.

На рис. 10 представлены графики эволюции температуры с течением

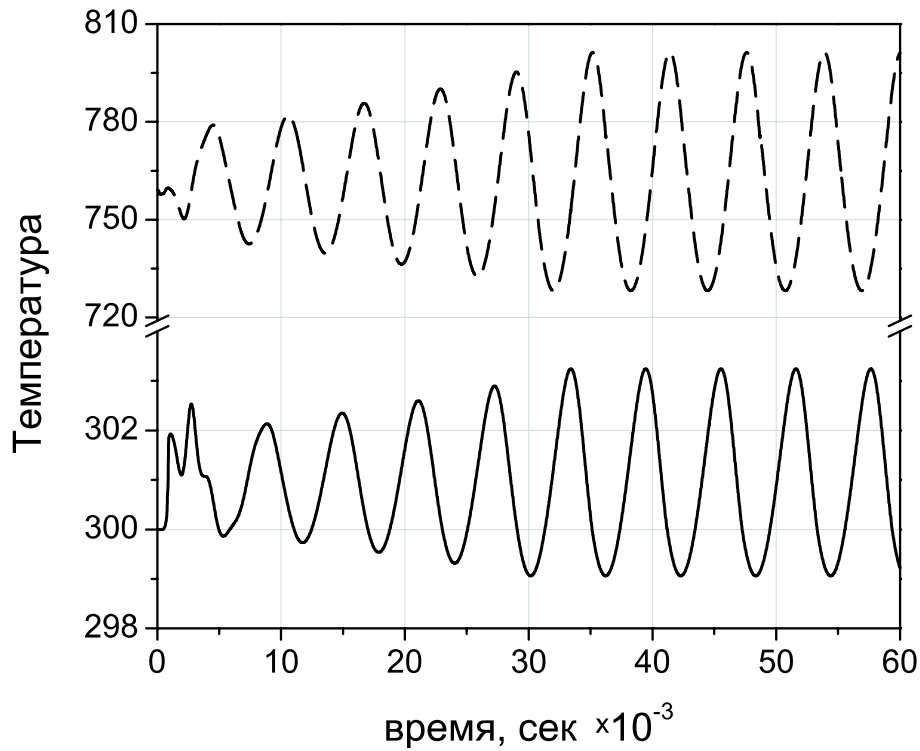


Рис. 10: График зависимости поступательной температуры от времени в условиях неустойчивости стационарного течения. Пунктир – в начале релаксационной зоны, сплошная линия – в конце релаксационной зоны.  $v=50$  м/с и  $T_V = 2700$  К.

времени в начале и конце релаксационной зоны в неустойчивом режиме. С течением времени колебания гидродинамических параметров усиливаются, но затем выходят на режим, при котором наблюдается нелинейная стабилизация системы. Нелинейная стабилизация связана с ограниченностью вкладываемой энергии в поток неравновесного газа. В неустойчивом режиме в потоке генерируются сильные пульсации гидродинамических параметров. Такое развитие малых возмущений полностью соответствует теории: с одной стороны, стационарного режима больше не может быть из-за его неустойчивости; с другой стороны, не существует другого стационарного профиля, поэтому происходит переход к пульсирующему режиму. Такие эффекты хорошо известны в энерговыделяющих средах как для волн горения, так и для электрических разрядов [20].

Сравнение результатов показывает полную согласованность как между нелинейной и линейной задачами, поскольку развитие возмущений происходит строго в области неустойчивых режимов, так и между различными методами расчета нелинейной задачи.

**В заключении** сформулированы основные результаты и выводы.

### 3 Основные результаты и выводы

1. Впервые сформулирована и решена задача о взаимодействии малых гидродинамических и тепловых возмущений с потоком газа, содержащим локальную неравновесную область.
2. Показано, что при взаимодействии возмущений с неравновесной областью генерируется весь набор малых возмущений, а также наблюдается возникновение отраженных звуковых волн. Проанализировано влияние разных типов накачки энергии на коэффициенты прохождения и отражения.
3. Предложено объяснение экспериментов, в которых обнаружено немотонное изменение теплоотода в лазерах и разрядах при дополнительной турбулизации потока. Показано, что при взаимодействии вихревых возмущений с потоком возникают также тепловые волны, которые могут приводить к дополнительному нагреву системы и, как следствие, к срыву генерации.
4. Найдены критерии устойчивости неравновесной локальной области в проточной среде. Показано, что кривая нейтральной устойчивости в координатах энергозатрат – скорость прокачки определяется в наибольшей степени видом температурной зависимости времени релаксации.
5. Развитая методика впервые применена к анализу устойчивости волн горения в условиях, когда существенную роль начинают играть эффекты теплопроводности. Анализ устойчивости, проведенный с учетом простейшей необратимой реакции горения, позволяет обобщить имеющиеся гидродинамическую и диффузионно-тепловую теории неустойчивости и создать общую теорию, не связанную с известным разделением возмущений на два типа.
6. Показано, что при развитии малых возмущений в неустойчивом режиме происходит переход к новому пульсирующему режиму распространения потока.

### 4 Цитируемая литература

1. Осипов А.И., Уваров А.В. // УФН, 1996, т.166, №6, с. 639-650
2. Осипов А.И., Уваров А.В. // УФН, 1992, т.162, №11, с.1-42.

3. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. - М., Наука, 1987.
4. Ландау Л.Д. ЖЭТФ, 1944, т.14, №6, с.240.
5. Darrieus G. La Mecanique de fluides - Paris:Dunod,1941.
6. Щелкин К.И., Трошин Я.К. Газодинамика горения – М:Наука, 1963 - 255с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
8. Зельдович Я.Б. ЖЭТФ, 1942,т.12, в.11-12.
9. Истратов А.Г., Либрович В.Б. ПММ, 1966, т.30, вып.3,с.4 51.
10. Гордиец Б.Ф., Осипов А.И., Щелепин Л.А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. М.: Наука, 1980.
11. Haas R.A. // Phys. Rev. A. 1973. v.8. №2. P. 1017-1043.
12. Бондаренко А.В., Голубев В.С., Даньщиков Е.В., Лебедев Ф.В., Рязанов А.В. // Физика плазмы 1979, №3, с. 687-692.
13. Акишев Ю.С., Козлов А.Н., Напартович А.П., Ничипорук А.Ф., Пашкин С.В., Трушкин Н.И. // Физика плазмы 1982, Т.8, С.736-745.
14. M.G. Galushkin, V.S. Golubev, Yu.N. Zavalova, V.Ya. Panchenko // Quantum Electronics 27(3), 1997, С. 217-220.
15. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980, 478с.
16. Савченкова Е.А. Волны релаксации в неравновесном газе. автореферат диссертации на соискание научной степени к.ф-м.н. // М., 2001, 20с.
17. Теория горения и взрыва./ под ред. Фролова Ю.В./ М., Наука, 1981, 411с.
18. J. Buckmaster and J. Neves.  
*Phys. Fluids*, 1988, **31** , №12, p.3571.
19. Нестационарное распространение пламени./ под ред. Маркштейна Д./ М.: Мир, 1968, 437с.

20. Ершов А.П., Черников В.А., Шибков В.М. Поперечные электрические разряды в сверхзвуковых потоках воздуха. М: Изд. МГУ, 2006

## 5 Публикации

Результаты работы представлены в следующих основных публикациях:

1. Мукин Р.В., Осипов А.И., Уваров А.В. Взаимодействие малых гидродинамических возмущений с неравновесной областью в потоке газа. // Журнал прикладной механики и технической физики, 2005, т. 46, №6, с. 58-64.
2. Мукин Р.В., Осипов А.И., Уваров А.В. Устойчивость неоднородного потока колебательно-неравновесного газа в волноводе. // Изв. РАН. МЖГ. 2007. №1. с. 144-150.
3. Мукин Р.В., Уваров А.В. Устойчивость проточных неравновесных систем. // конференция "Ломоносов-2002", Москва, 2002, с. 115-116.
4. Mukin R.V., Osipov A.I. Uvarov A.V., "Hydrodynamic stability of nonequilibrium gas in fast flow gas lasers", Technical Digest of Second International Conference on Laser Optics for Young Scientists (LOYS-2003), St. Petersburg, Russia, 2003, p.65
5. Мукин Р.В. Взаимодействие малых гидродинамических возмущений с потоком неоднородного колебательно неравновесного газа // конференция "Ломоносов-2003", Москва, 2003, с.117-118.
6. R.V. Mukin, A.I. Osipov, "Interaction of small hydrodynamic perturbations with inhomogeneous nonequilibrium gas flow", Nonequilibrium processes in combustion and plasma based technologies Minsk, Belarus, (MIC 2005) 2005, p.141-143
7. Мукин Р.В. Осипов А.И. Роцина Н.А. Уваров А.В. Гидродинамическая устойчивость в неравновесных газовых системах с энерговыделением при разных способах теплоотвода // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике т.II Аннотации докладов, Нижний Новгород, изд-во Нижегородский гос. университет.