На правах рукописи

Бобылёв Юрий Владимирович

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННЫХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ

Специальность 01.04.08 – физика плазмы

Автореферат диссертация на соискание учёной степени
доктора физико–математических наук

Москва – 2007

Работа выполнена на физическом факультете Тульского государственного педагогического университета им. Л.Н. Толстого

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор Кузелев Михаил Викторович

Официальные оппоненты: член корреспондент РАН, д.ф.-м.н., профессор Лебедев Андрей Николаевич

доктор физико-математических наук, профессор Кузьменков Леонид Стефанович,

доктор физико-математических наук, профессор Ерохин Николай Сергеевич

Ведущая организация: Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

Защита диссертации состоится 22 марта.2007г. в 16 часов на заседании диссертационного Совета Д 501.001.66 при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119992, Москва, ГСП-2, Ленинские Горы, д.1, стр.2, физический факультет, ауд. 5-19.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан 15 февраля 2007г.

Учёный секретарь
Диссертационного Совета Д 501.001.66

А.П. Ершов.

ОБЩАЯ ХАРАКТКРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Впервые явление резонансной пучково-плазменной неустойчивости, представляющее собой вынужденное черенковское излучение прямолинейным электронным пучком собственных электромагнитных волн плазмы, было описано в работах А.И. Ахиезера, Я.Б. Файнберга [1*] и Д. Бома, Е. Гросса [2*].

Начало создания последовательной нелинейной теории резонансного пучково-плазменного взаимодействия относится к основополагающим работам В.Д. Шапиро, В.И. Шевченко с соавторами [3*-9*], а также Р.И. Ковтуна, А.А. Рухадзе [10*]. В данных работах исследовалось взаимодействие нерелятивистских или слаборелятивистских электронных пучков малой плотности с потенциальными ленгмюровскими волнами плазмы. Полученные результаты показали, что насыщение неустойчивости связано с захватом электронов пучка плазменной волной и приводит к полной модуляции пучка по плотности. Отсутствие в уравнениях пучково-плазменного взаимодействия малого параметра фактически свидетельствовало о невозможности создания строгой аналитической нелинейной теории явления пучковой неустойчивости в плазме. Так, например, предпринятая в [11*] попытка получить приближённые аналитические решения, основанная на предположении о наличии у замодулированного пучка в плазме равновесных состояний, оказалась не вполне успешной, поскольку, вследствие сателлитной неустойчивости равновесные состояния пучка сами оказываются неустойчивыми.

Последующие теоретические исследования физических механизмов электромагнитного взаимодействия пучков с плазмой показали, что существуют различные режимы пучково-плазменных неустойчивостей. Выяснилось, что в зависимости от значений плотностей электронов пучка и плазмы, их пространственного распределения и других геометрических факторов, степени релятивизма пучка, величины внешнего магнитного поля, могут реализовываться следующие основные режимы [12*]: одночастичный вынужденный эффект Черенкова, коллективный вынужденный эффект Черенкова, томсоновское излучение и рассеяние, рамановское излучение и рассеяние, аномальный эффект Доплера, а также многие разновидности и комбинации перечисленных режимов резонансных неустойчивостей.

Оказалось, что многие из перечисленных выше неустойчивостей стабилизируются при достаточно слабой нелинейности, при малых амплитудах плазменной и пучковой волн. Это говорит о наличии в теории малого параметра, определяющего связь пучковой и плазменной подсистем, и делает возможным аналитическое описание нелинейной динамики соответствующих режимов пучково-плазменных неустойчивостей.

В связи со сказанным разработка, развитие и обоснование аналитических методов описания нелинейной динамики пучково-плазменных неустойчивостей представляются весьма актуальными. Актуально и применение развитых аналитических методов к решению конкретным задач физики плазмы и плазменной СВЧ-электроники. Данным вопросам и посвящена настоящая диссертационная работа.

Цели и задачи работы

1. Разработка аналитических методов нелинейной теории резонансных неустойчивостей плотных электронных пучков в пространственно – ограниченных плазменных системах.
2. Последовательный учет релятивистских и непотенциальных эффектов в нелинейной теории пучково-плазменных неустойчивостей.
3. Применение разработанных аналитических методов для описания нелинейных процессов, в которых реализуются коллективные режимы пучково-плазменных и электрон-ионных взаимодействий, а также процессов рассеяния плазменных и электромагнитных волн на электронных пучках.

Основная идея работы

Наиболее общее описание нелинейных стадий пучково-плазменных неустойчивостей в отсутствии столкновений основано на кинетическом уравнении Власова для одночастичных функций распределения частиц - электронов пучка, электронов (и ионов) плазмы.

Мощный и универсальный метод решения кинетического уравнения Власова основан на представлении одночастичной функции распределения в виде интеграла по начальным данным фазовых (координата – импульс) траекторий частиц. Метод удобен как при численном моделировании, так и при аналитических исследованиях пучково-плазменных неустойчивостей.

Аналитическое описание пучково-плазменных неустойчивостей и других процессов, развивающихся в коллективных режимах, должно проводиться посредством разложения фазовых (координата – импульс) траекторий частиц по степеням малого параметра взаимодействия пучковой и плазменной подсистем.

Проверка эффективности аналитических решений, полученных разложением фазовых траекторий частиц, осуществляется сравнением с численными решениями, основанными на представлении одночастичной функций распределения в виде интегралов по начальным данным.

Научная новизна

В ходе выполнения работы впервые:

1. Разработан и строго обоснован метод решения задачи Коши для кинетического уравнения Власова с начальными и граничными условиями, заключающийся в представлении одночастичной функции распределения в виде интеграла по начальным данным фазовых траекторий частиц.

2. Разработаны и строго обоснованы методы разложения уравнений поля по возмущениям траекторий и импульсов частиц, позволяющие аналитически описывать неустойчивости, развивающиеся в режимах типа коллективного эффекта Черенкова нерелятивистского и релятивистского пучков.
3. Методами разложения траекторий и импульсов аналитически исследована нелинейная динамика следующих процессов:
- коллективного черенковского взаимодействия плотного нерелятивистского электронного пучка с нелинейной плазмой;
- трехволновых и четырёхволновых резонансных взаимодействий двух электромагнитных волн с одной и двумя пучковыми волнами плотности заряда при слабой дисперсии последних;
- резонансной бунемановской неустойчивости в условиях слабой связи электронных и ионных ленгмюровских полей;
- высокочастотной и низкочастотной неустойчивостей релятивистского электронного пучка, развивающихся в режиме коллективного эффекта Черенкова в линейной плазме.

4. Исследована нелинейная динамика резонансной бунемановской неустойчивости в существенно не одномерной электрон-ионной плазме с учётом электромагнитных полей, создаваемых изменяющейся постоянной составляющей электронного тока в нерелятивистском и релятивистском случаях.
5. Разработана релятивистская теория рассеяния линейно поляризованных волн на незамагниченном пучке электронов.
6. Получены точные граничные условия для полной нестационарной системы уравнений электромагнитного поля в цилиндрическом плазменном резонаторе с коаксиальной системой вывода излучения.

Практическая и научная значимость работы

Разработанные в диссертационной работе методы решения кинетического уравнения Власова, а также методы разложения траекторий и импульсов частиц могут быть использованы:
- при теоретическом исследовании резонансных нелинейных явлений, возникающих при взаимодействии электронных пучков с волнами в плазме и иных диспергирующих средах;
- при решении прикладных задач в релятивистской СВЧ-электронике;
- при разработке источников электромагнитного излучения, принцип действия которых основан на коллективных режимах развития пучково-плазменного взаимодействия;
- при разработке новых теоретических курсов по физике плазмы и плазмоподобных сред, использующих новые методы исследования в области нелинейной плазмы и учитывающих современные достижения в этой области.

Достоверность результатов диссертации устанавливается:

- сравнением результатов, полученных с помощью предложенных в работе аналитических методов с результатами численного моделирования;
- сравнением с результатами расчётов, проводимых другими исследователями.

На защиту выносится

1. Метод решения кинетического уравнения Власова в постановке начальной и граничной задач, основанный на представлении одночастичной функции распределения в виде интеграла по начальным данным фазовых траекторий частиц. Критерием применимости метода является отсутствие в системе диссипативных сил. В случае граничной задачи (задача инжекции) метод интегрирования по начальным данным применим приближённо в случае малого изменения скорости частиц в направлении инжекции.
2. Метод разложения траекторий, основная идея которого состоит в представлении координат частиц пучка и плазмы в виде суммы двух слагаемых, описывающих, соответственно, поступательное (усреднённое) движение данных частиц и колебательное движение, которое при коллективных режимах развития неустойчивости является малым – возмущение траектории частицы.
3. Метод разложения импульсов, заключающийся в представлении импульсов частиц в виде суммы двух функций, одна из которых описывает изменение средней скорости частиц, а другая характеризует колебательное движение и также при рассматриваемых процессах считается малой - возмущение импульса частицы.

При разложение уравнений поля и уравнений движения по степеням возмущений траекторий и импульсов частиц данные уравнения существенно упрощаются и во многих случаях допускают аналитические решения.
4. Математические модели низкочастотной и высокочастотной неустойчиворстей плотного прямолинейного релятивистского электронного пучка, развивающихся в условиях коллективного вынужденного эффекта Черенкова в плазменном волноводе. Уравнения, описывающие данные модели, отличаются большой общностью и универсальностью.
5. Результаты исследования с помощью описанных выше методов и моделей, нелинейной динамики следующих процессов:
А) коллективного черенковского взаимодействия плотного нерелятивистского электронного пучка с плотной нелинейной плазмой в случае резонансного и нерезонансного взаимодействия гармоник пучковых и плазменных волн;
Б) трехволновых и четырёхволновых резонансных взаимодействий двух электромагнитных волн с одной и двумя пучковыми волнами плотности заряда;
В) резонансной бунемановской неустойчивости в условиях слабой связи электронных и ионных ленгмюровских полей;
Г) с использованием соответствующих численных методов нелинейной динамики резонансной бунемановской неустойчивости в существенно не одномер-

ной электрон-ионной плазме с учётом электромагнитных полей, создаваемых изменяющейся постоянной составляющей электронного тока в нерелятивистском и релятивистском случаях;
Д) высокочастотной и низкочастотной неустойчивостей релятивистского электронного пучка, развивающихся в режиме коллективного эффекта Черенкова в линейной плазме;
Е) рассеяния линейно поляризованных волн на незамагниченном пучке электронов.
6. Нестационарные парциальные граничные условия излучения для полной нестационарной системы уравнений электромагнитного поля в цилиндрическом резонаторе с коаксиальной системой вывода излучения. Показана применимость этих условий для наиболее полной и строгой постановки актуальных задач, возникающих в нелинейной электродинамике плазмы.

Апробация работы.

Основные результаты диссертации опубликованы в 24 работах, в числе которых 3 обзора (включая статью в “Энциклопедии низкотемпературной плазмы”) и 21 статья в центральных научных журналах.

Материалы диссертационной работы докладывались и обсуждались: на научных семинарах кафедры электроники физического факультета МГУ, на семинарах по плазменной электронике лаборатории физики плазмы в Институте общей физики АН СССР, на IY Всесоюзной конференции по физике газового разряда в г. Махачкала в 1988г., на III Всесоюзном семинаре по плазменной электронике в г.Харьков в 1988г.

Основные аналитические методы и ряд результатов, полученных в работе, использованы в учебном пособии, допущенном МО РФ для студентов Вузов, обучающихся по специальностям “Физика” и “Радиоэлектроника и электроника” (В частности, в МГУ им. М.В. Ломоносова и МГТУ им. Н.Э. Баумана.)

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Диссертационная работа содержит 288 страниц машинописного текста, 74 рисунка, 3 таблицы и состоит из введения, восьми глав, двух приложений и заключения. Список литературы включает 111 наименований.

Во **Введении** обосновывается актуальность работы, формируется её цель, перечисляются те результаты диссертации, которые являются новыми и приводятся основные положения, выносимые на защиту.

В **Главе 1** подробно излагается метод решения кинетического уравнения Власова основанный на представлении одночастичной функции распределения в виде интеграла по начальным данным фазовых (координата – импульс) траекторий частиц.

В §1.1 формулируются основные положения метода решения задач электродинамики плазмы, основанного на кинетическом уравнении Власова. Данное уравнение является линейным однородным уравнением в частных производных первого порядка. В связи с этим в §1.2 кратко излагается традиционный, принятый в математике метод решения таких уравнений с помощью первых интегралов, и показывается, с какими трудностями приходится сталкиваться при его практической реализации. С целью преодоления указанных трудностей в §1.3 предлагается более удобный для практического применения в расчётных задачах метод интегрирования по начальным данным. Строго обосновываются все его теоретические положения.

В §1.4 рассматривается методика применения метода интегрирования по начальным данным при решении начальной задачи Коши для уравнения Власова

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v}\,\frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} + \vec{F}(t,\vec{r},\vec{v})\frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{p}} = 0, \qquad f_\alpha(0,\vec{r},\vec{p}) = f_{\alpha 0}(\vec{r},\vec{p}), \tag{1}$$

определяются границы его применимости и приводятся конкретные примеры.

Суть данного метода заключается в представлении функции распределения в виде следующего интеграла по начальным данным частицы

$$f_\alpha(t,\vec{r},\vec{p}) = \iint d\vec{r}_0 d\vec{p}_0 f_{\alpha 0}(\vec{r}_0,\vec{p}_0)\delta(\vec{r} - \vec{R}(t,\vec{r}_0,\vec{p}_0))\delta(\vec{p} - \vec{P}(t,\vec{r}_0,\vec{p}_0)), \tag{2}$$

где $\vec{R}(t,\vec{r}_0,\vec{p}_0)$ и $\vec{P}(t,\vec{r}_0,\vec{p}_0)$ – решения характеристической системы уравнения (1)

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \tag{3}$$

при начальных условиях $\vec{r}\big|_{t=0} = \vec{r}_0$, $\vec{p}\big|_{t=0} = \vec{p}_0$, $\delta(z)$ – дельта-функция.

В работе показывается, что функция (2) является решением начальной задачи Коши для уравнения Власова при выполнении единственного условия: отсутствия в системе диссипативных сил. Кроме того, интеграл (2) обладает всеми свойствами одночастичной функции распределения. Он удовлетворяет уравнению Власова, что подтверждается непосредственной проверкой, сохраняет норму решения и фазовый объём, то есть, при представлении функции распределения в форме такого интеграла остаётся справедливой теорема Лиувилля.

В случае граничной задачи (задача инжекции), которой посвящены §1.5 и §1.6, метод интегрирования по начальным данным может быть применён лишь приблизительно для частиц, у которых скорость в направлении инжекции (ось z) достаточно велика и изменяется незначительно. Это обусловлено тем, что характеристическая система уравнения Власова, в данном случае имеет особую точку $v_z = 0$, и в тех точках оси z, в которых выполняется данное условие, происходит поворот частиц, их отражение в сторону места инжекции. В свою очередь это приводит к неоднозначной зависимости решений характеристических уравнений от переменной z, и как следствие, к не сохранению фазового объёма.

И только если все частицы пучка при $z=0$ имеют большую среднюю направленную скорость, параллельную оси z, отклонения от которой, при распространении пучка достаточно малы, граничная задача формально может быть сведена к начальной, и для функции распределения применимо представление в виде интеграла, аналогичное (2).

Для демонстрации основных положений, изложенной в Главе 1 теории, в §1.7 рассмотрены примеры решения начальной и граничной задач для уравнения Власова для простых плазм, функция распределения которых легко вычисляется как традиционным методом, так и методом интегрирования по начальным данным.

Вторая глава диссертации посвящена описанию нелинейной динамики резонансного взаимодействия нерелятивистского электронного пучка с плазмой.

Исходной при этом являлась следующая достаточно общая модель пучково – плазменной системы. В цилиндрическом металлическом волноводе с произвольным односвязным поперечным сечением находятся бесконечно тонкие в поперечном сечении (“игольчатые”) нерелятивистский электронный пучок и плазма. Волновод помещен в продольное сильное внешнее магнитное поле, препятствующее поперечным движениям электронов пучка и плазмы (движение тяжелых ионов вообще не учитывается). И пучок и плазма в начальном состоянии являются моноскоростными. С помощью метода интегрирования по начальным данным в § 2.1 была получена следующая система интегро-дифференциальных уравнений:

$$
\begin{aligned}
&\frac{d^2 y_p}{dt^2} = -\frac{1}{2} i \sum_n \frac{1}{n}\left[\left(g_{pn}\rho_{pn} + \tilde{\omega}_b^2 q_n \rho_{bn}\right)\exp\left(iny_p\right) - к.с.\right],\\
&\frac{d^2 y_b}{dt^2} = -\frac{1}{2} i \sum_n \frac{1}{n}\left[\left(\tilde{\omega}_p^2 q_n \rho_{pn} + g_{bn}\rho_{bn}\right)\exp\left(iny_b\right) - к.с.\right]\\
&\rho_{\alpha n} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \exp\left(-iny_\alpha\right) dy_0, \quad y_\alpha = k_z z_\alpha .
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Здесь $y_{p,b}$ - безразмерные координаты электронов пучка и плазмы, $\rho_{p,bn}$ - амплитуды гармоник возмущения плотности заряда плазмы и пучка.

Величины $g_{\alpha n}$ и q_n существенно определяют свойства системы. А именно, $\sqrt{g_{\alpha n}}[рад/с]$ являются, частотами собственных колебаний в пучке и в плазме на длине волны $\lambda_n = 2\pi n/L$, зависят от поперечной геометрии системы. (Предполагается, что начальное возмущение в рассматриваемой системе имеет характерный продольный размер (период) L.) Величины q_n описывают степень взаимодействия собственных колебаний пучка и плазмы, $\tilde{\omega}_\alpha^2 = S_\alpha \omega_\alpha^2 [см^2 \cdot рад^2 \cdot с^{-2}]$ - величины, пропорциональные погонным плотностям электронов пучка и плазмы $(\alpha = p,b)$.

В § 2.2 проведена процедура линеаризации уравнений (4), определены основные режимы развития неустойчивости и вычислены соответствующие инкременты.

Наиболее подробно рассмотрены следующие два режима резонансного пучково - плазменного взаимодействия: одночастичный вынужденный эффект Черенкова и коллективный вынужденный эффект Черенкова. Первый из них имеет место в случае сильной связи плазмы и пучка ($q_n \approx 1$), в том числе в поперечно-однородных системах. Кроме того, для реализации данного режима необходимым условием является требование малости плотности пучка по сравнению с плотностью плазмы. Стабилизация неустойчивости, развивающейся в режиме одночастичного эффекта Черенкова, обусловлена захватом электронов пучка возбуждаемой пучком плазменной волной и может быть исследована лишь численными методами.

В отличие от одночастичного, коллективный вынужденный эффект Черенкова может иметь место только в поперечно – неоднородных пучково - плазменных системах, когда связь плазмы и пучка, порождаемая перекрытием индуцированных ими полей достаточно слаба ($q_n << 1$). При этом плотность пучка может быть высокой, даже сравнимой с плотностью плазмы. Нелинейная стабилизация неустойчивостей, обусловленных коллективным эффектом Черенкова, происходит из-за нелинейного сдвига частот взаимодействующих пучковой и плазменной волн, и, соответственно, нарушения их резонанса и с хорошей точностью может быть описана аналитически с помощью метода разложения траекторий электронов пучка и плазмы.

Суть этого метода, излагаемого в § 2.3 заключается в представлении координат электронов пучка и плазмы в виде следующей суммы функций (y_0 - начальная координата электрона):

$$\begin{aligned} y_p &= y_0 + w_p(t) + x_p(y_0,t), \\ y_b &= y_0 + kut + w_b(t) + x_b(y_0,t) \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $w_{p;b}(t)$ описывают усреднённое движение (изменения поступательного движения электронов плазмы в лабораторной системе координат и электронов пучка в системе координат, движущейся со скоростью u), $x_{p,b}(y_0,t)$ - движение колебательного характера, которое в силу периодичности формулировки задачи может быть разложено в тригонометрический ряд.

$$\begin{aligned} x_p(y_0,t) &= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_{pk}(t)\exp(iky_0) + к.с.\right), \\ x_b(y_0,t) &= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_{bk}(t)\exp(iky_0) + к.с.\right) \end{aligned} \tag{6}$$

При подстановке (5) и (6) в (4) трансцендентные нелинейности в этих уравнениях сводятся к алгебраическим путём разложения в степенные ряды. При этом для амплитуд гармоник колебательного движения a_{pk} и a_{bk}, получаются бесконечные зацепляющиеся системы обыкновенных дифференциальных уравнений с алгебраическими рациональными нелинейностями бесконечного порядка. Данные цепочки уравнений в свою очередь, могут быть оборваны, и записаны с точностью до наперёд заданного порядка малости. Единственным условием применимости описанной процедуры обрыва, как и всего метода, является требование наличия в системе малого параметра. При коллективных режимах развития неустойчивостей такой параметр всегда существует. В связи с этим, метод разложения траекторий является основным при аналитическом исследовании нелинейных коллективных процессов нерелятивистских пучков.

С помощью метода разложения траекторий в § 2.3 были получены соответствующие аналитические решения, описывающие нелинейную динамику коллективного эффекта Черенкова. Так, например, максимальные амплитуды первых гармоник пучковой и плазменной волн определяются выражениями:

$$\left|a_{b1}\right|^2_{\max} = \frac{4q_1\tilde{\omega}_p^2}{\tilde{\alpha}_b\tilde{\omega}_p^2+\tilde{\alpha}_p\tilde{\omega}_b^2}\left(\frac{\tilde{\omega}_p^2\tilde{\omega}_b^2}{g_{b1}\sqrt{g_{p1}g_{b1}}}\right)^{1/2}, \quad \left|a_{p1}\right|^2_{\max} = \frac{4q_1\tilde{\omega}_b^2}{\tilde{\alpha}_b\tilde{\omega}_p^2+\tilde{\alpha}_p\tilde{\omega}_b^2}\left(\frac{\tilde{\omega}_p^2\tilde{\omega}_b^2}{g_{p1}\sqrt{g_{p1}g_{b1}}}\right)^{1/2}, \tag{7}$$

где

$$\tilde{\alpha}_p = 1-\frac{3}{2}\left(\frac{g_{p2}-g_{p1}}{g_{p2}-4g_{p1}}\right), \qquad \tilde{\alpha}_b = 1-\frac{3}{2}\left(\frac{g_{b2}-g_{b1}}{g_{b2}-4g_{b1}}\right) \quad - \tag{8}$$

– важные величины, которые можно назвать коэффициентами нелинейной стабилизации неустойчивости, первые слагаемые в которых отвечают за стабилизации неустойчивости вследствие изменения средней скорости электронов пучка и плазмы и, как следствие, нарушение условия резонанса, а вторые слагаемые описывают зависимость частот пучковой и плазменной волн от их амплитуд.

Далее во второй главе в § 2.4 рассматривается резонансное возбуждение вторых гармоник возмущения плотности плазмы и пучка. Кроме того, исследуется нелинейная динамика взаимодействия пучковых ленгмюровских волн в отсутствие излучения, как в одномерном, так и в неодномерном случаях. Показано, что когда колебания неодномерны, происходит перекачка энергии, первоначально запасённой в первой гармонике, в высшие гармоники возмущения плотности заряда пучка. Особенно ярко этот процесс выражен в резонансном случае, характеризуемом линейным законом дисперсии пучковой ленгмюровской волны. В неодномерном случае получена нелинейная поправка к частоте, определяющая зависимость частоты ленгмюровских колебаний от их амплитуды.

В § 2.5 численными методами исследуется нелинейная динамика неустойчивости, развивающейся в длинноволновой области в режиме одночастичного эффекта Черенкова в случае, когда в резонансе с пучком находится одновременно несколько гармоник плазменной волны. В расчётах наблюдался рост всех этих гармоник. При этом интенсивней всего росла гармоника, инкремент которой был наибольшим.

<u>Глава 3</u> посвящена описанию с помощью метода разложения траекторий параметрических процессов в плазменном волноводе с тонким пучком в сильном внешнем магнитном поле. Исходной является следующая система уравнений, вывод которой приведён в § 3.1:

$$\begin{aligned}
&\frac{d\varepsilon_\alpha}{d\tau} = -\nu\varepsilon_\beta \rho_1 e^{i\eta_0\tau}, \\
&\frac{d\varepsilon_\beta}{d\tau} = \beta\nu\varepsilon_\alpha \rho_1^* e^{-i\eta_0\tau}, \\
&\frac{d^2 y}{d\tau^2} = -\frac{i}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\alpha_n}{n}\left(\rho_n e^{iny} - k.c.\right) + \frac{\nu}{2}\left(\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta^* e^{iny - i\eta_0\tau} + k.c.\right), \\
&\rho_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} e^{-iny} dy_0
\end{aligned} \tag{9}$$

Первые два уравнения системы (9) представляют собой уравнения для изменения амплитуд волн, а третье - есть уравнение движения электронов пучка, которое содержит в правой части силу со стороны высокочастотного пространственного заряда пучка (первое слагаемое) и силу со стороны комбинационной волны (второе слагаемое); η_0 - обезразмеренная расстройка, причём $\eta_0 = +1$ означает синхронизм комбинационной волны с быстрой волной пространственного заряда, а $\eta_0 = -1$ - с медленной; параметр β определяет вид процесса: $\beta = +1$ ($\eta_0 = -1$) - реализуется распад с повышением частоты, а если $\beta = -1$ ($\eta_0 = -1$) - взрывной процесс; ν играет роль параметра связи комбинационной волны и пучка, и считается в рассматриваемом в настоящей главе случае малым, то есть $\nu << 1$.

В § 3.2 в результате применения к системе (9) метода разложения траекторий, была получена система уравнений, содержащая члены до третьего порядка малости включительно. Благодаря такому подходу удалось учесть все кубичные нелинейности, возникающие вследствие как торможения пучка, так и вследствие генерации гармоник волны плотности заряда, что позволило существенно уточнить по сравнению с ранее известными выражениями структуру нелинейного потенциала и проанализировать влияние этих новых кубичных нелинейностей на стабилизацию трёхволновых неустойчивостей.

В работе исследуются два наиболее интересных трёхволновых процесса, а именно распадный с повышением частоты – в § 3.3 и взрывной - в § 3.4. Оба эти процесса реализуются при синхронизме с медленной волной пространственного заряда пучка. Получены аналитические решения, описывающие указанные процессы как в случае адиабатического “включения” полей, так и в общем случае неадиабатических начальных условий, когда пучковые волны плотности заряда неодномерны. Вычислены также характерные времена развития неустойчивостей. При этом в случае распада с повышением частоты одна волна считалась накачкой.

Далее в третьей главе в § 3.5 рассматривается взаимодействие двух электромагнитных и двух ленгмюровских пучковых волн, когда возбуждение второй гармоники носит резонансный характер и её вклад наиболее значителен. Здесь удаётся получить только численные решения. Из-за большой разницы характерного времени взаимодействия электромагнитных волн с ленгмюровскими и ленгмюровских волн друг с другом до насыщения электромагнитных волн происходит многократное взаимодействие ленгмюровских пучковых волн между собой.

В <u>Главе 4</u> диссертации рассматривается нелинейная теория неустойчивости Бунемана.

Исходной является следующая модель: считается, что бесконечно-длинные "тонкие" электронный и ионный пучки, локализованы вдоль бесконечно-длинного металлического волновода произвольного сечения. На систему наложено бесконечно-сильное продольное внешнее магнитное поле, замагничивающее как электроны, так и ионы, причём, предположение о замагниченности ионов не носит принципиального характера, а сделано лишь для удобства записи последующих уравнений.

Для данной модели в § 4.1 выводится следующая система нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, справедливая для нерелятивистских электронных пучков в потенциальном приближении

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2 y_e}{dt^2}+\frac{1}{2}i\omega_e^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{R_{en}}{n}\left(\rho_{en}\exp(iny_e)-к.с.\right)=\frac{1}{2}i\omega_e^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{G_{in}}{n}\left(\rho_{in}\exp(iny_e)-к.с.\right),\\
&\frac{d^2 y_i}{dt^2}+\frac{1}{2}i\nu\omega_e^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{R_{in}}{n}\left(\rho_{in}\exp(iny_i)-к.с.\right)=\frac{1}{2}i\nu\omega_e^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{G_{en}}{n}\left(\rho_{en}\exp(iny_i)-к.с.\right),\\
&\rho_{\alpha n}=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\exp(-iny_\alpha)dy_0 \qquad (\alpha=e,i).
\end{aligned} \tag{10}$$

Здесь $R_{\alpha n}$ и $G_{\alpha n}$ - геометрические факторы, $\omega_e^2=4\pi e^2 n_e/m$, $\nu=m/M$ (m и M – массы электрона и иона, соответственно)

В результате линейного анализа системы (10) в § 4.2 установлены два основных режима резонансной бунемановской неустойчивости и вычислены их инкременты. Известно, что неустойчивость Бунемана возникает при синхронизме ионной и медленной электронной ленгмюровских волн. Первый режим резонансной бунемановской неустойчивости реализуется в случае сильной связи электронных и ионных волн (случай сильного взаимодействия, когда пучки совмещены в пространстве). Стабилизация неустойчивости наступает вследствие захвата электронов полем собственной волны, фазовая скорость которой очень мала (самозахват, приводящий к полному срыву электронного тока). Другой режим резонансной бунемановской неустойчивости реализуется, когда пучок электронов и ионы разведены в пространстве (случай слабой связи или слабого взаимодействия). Срыва тока при этом не происходит, и основным фактором стабилизации неустойчивости является нелинейный сдвиг частоты. В работе определён порог развития неустойчивости Бунемана.

Для случая сильного взаимодействия в § 4.3 нелинейная система уравнений (8) интегрировалась на ЭВМ. Результаты расчётов показывают, что следствием развития неустойчивости является полный срыв электронного тока.

Для описания слабого взаимодействия в § 4.4 применялся метод разложения траекторий электронов и ионов. При этом были получены соответствующие аналитические решения, показывающие, что в данном случае искажение электронного тока будет весьма незначительным.

Далее в четвёртой главе - в § 4.5 качественно учитывается постоянная, не зависящая от продольной координаты z, составляющая электрического поля. Она способна препятствовать изменениям тока. При этом проявляются непотенциальные эффекты, для описания которых используется уравнение для продольной компоненты векторного потенциала - ответственной за постоянную составляющую электрического поля. Отметим, что составляющие поля, зависящие от z, остаются потенциальными. Рассматривается только режим сильного взаимодействия, когда изменение тока может быть весьма велико. Из полученной системы уравнений вытекают в качестве противоположных пределов два известных результата, предсказывающих либо срыв электронного тока, либо отсутствие такого срыва. Анализ численных решений этой системы позволяет сделать следующий общий вывод для нерелятивистских пучков: в случае небольшой надпороговости наблюдается срыв электронного тока, при очень большой надпороговости срыва тока нет.

Последние два параграфа данной главы посвящены изложению некоторых вопросов релятивистской теории неустойчивости Бунемана.

А именно в § 4.6 получено общее непотенциальное дисперсионное уравнение линейной теории бунемановской неустойчивости. Исходя из данного уравнения, был определён критерий применимости потенциального приближения (применительно к зависящим от z составляющим поля) а также показано, что с точностью до незначительных ионных поправок порогом развития резонансной неустойчивости Бунемана, обусловленным поперечной неоднородностью системы в случае релятивистских электронов является превышение током пучка предельного тока Пирса.

В § 4.7 проводится обобщение на релятивистский случай рассмотренного в § 4.5 качественного учёта влияния постоянной составляющей электрического поля на динамику резонансной неустойчивости Бунемана, развивающейся в режиме сильного взаимодействия. Анализ численных решений показывает, что сделанные в § 4.5 выводы остаются справедливы и для релятивистских пучков, релятивизм электронов качественного изменения в картину развития бунемановской неустойчивости не вносит. Кроме того, результаты расчётов показывают, что увеличение релятивизма приводит вначале к достаточно плавному и глубокому уменьшению тока, а при ещё большем релятивизме пучка происходит срыв, и, фактически, полное отражение электронного тока (ток, полностью срываясь, даже начинает течь в обратную сторону).

В **Главе 5** на основе метода интегрирования по начальным данным выводятся нелинейных уравнения пучково – плазменного взаимодействия в релятивистском непотенциальном случае и проводится их линейный анализ.

Построение релятивистской нелинейной теории при этом проводится исходя из той же математической модели пучково-плазменной системы, что и в Главе 2 (за исключением того, что электронный пучок теперь считается релятивистским). В результате процедуры вывода в § 5.1 была получена следующая система уравнений:

$$\begin{gathered}\frac{d^2 y_p}{dt^2}=-\frac{i}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\exp(iny_p)}{n}\left[\tilde{\omega}_p^2\tilde{C}_{pn}\rho_{pn}+\tilde{\omega}_b^2\tilde{Q}_n\rho_{bn}\right]-к.с.\right\}\\ \frac{d^2 y_b}{dt^2}=-\frac{i}{2}\left(1-\frac{1}{k_z^2c^2}\left(\frac{dy_b}{dt}\right)^2\right)^{3/2}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\exp(iny_b)}{n}\left[\tilde{\omega}_b^2\tilde{C}_{bn}\rho_{bn}+\tilde{\omega}_p^2\tilde{Q}_n\rho_{pn}\right]-к.с.\right\}\end{gathered}, \qquad (11)$$

где

$$\tilde{C}_{\alpha n}=\sum_{m=1}^{\infty}\tilde{S}_{nm}\frac{\varphi_m^2(\vec{r}_\alpha)}{\|\varphi_m\|^2},\quad \tilde{Q}_n=\sum_{m=1}^{\infty}\tilde{S}_{nm}\frac{\varphi_m(\vec{r}_p)\varphi_m(\vec{r}_b)}{\|\varphi_m\|^2},\quad \tilde{S}_{nm}=\frac{n^2k_z^2-\tilde{\omega}^2/c^2}{k_{\perp m}^2+n^2k_z^2-\tilde{\omega}^2/c^2},\quad \tilde{\omega}=i\frac{d}{dt} \qquad (12)$$

Здесь введён оператор частоты $\tilde{\omega}=i\dfrac{d}{dt}$. Уравнения (11) отличаются большой общностью, поскольку при их выводе никакие ограничения на динамику рассматриваемых электродинамических процессов не накладывались. Это отразилось в псевдодифференциальном характере операторов в коэффициентах (12) и бесконечном суммировании по всем гармоникам плотности пучка и плазмы. В диссертации приводятся различные формы записи, а также частные случаи этих уравнений. В § 5.2 описывается процедура получения законов сохранения энергии и импульса в рассматриваемой пучково-плазменной системе. Структура уравнений, определяющих эти законы оказывается весьма сложной.

Далее в работе, в § 5.3 проводится линеаризация уравнений (11). Получающееся в результате общее дисперсионное уравнение в длинноволновом приближении может быть записано в виде

$$\left(\eta_0-\left(\frac{2}{\sigma\alpha_p}+1+O(k_z)\right)\delta\right)\left(\delta^2-\alpha_b\left(1-\sigma\left(1+O(k_z)\right)\delta\right)\right)=-\frac{\tilde{\alpha}\alpha_b}{\sigma}\left(1-\sigma\left(1+O(k_z)\right)\delta\right)^2 \qquad (13)$$

Здесь $\delta-$ безразмерный инкремент развития черенковской пучковой неустойчивости ($\omega=k_zu(1+\delta)$, $|\delta|<<1$), через $O(k_z)$ обозначены слагаемые порядка k_z, являющиеся малыми величинами и введены следующие обозначения:

$$\alpha_p=\frac{\omega_p^2}{k_{\perp p}^2u^2\gamma^2},\quad \alpha_b=\frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{k_{\perp b}^2u^2\gamma^2},\quad \tilde{\alpha}=k_{\perp p}^2k_{\perp b}^2S_pS_bG^2,\quad \sigma=2\frac{u^2}{c^2}\gamma^2,\quad \eta_0=\frac{1}{\sigma}\left(1-\frac{1}{\alpha_p}\right),$$

$$k_{\perp\alpha}^2=\left(S_\alpha\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{k_{\perp m}^2+k_z^2\gamma^{-2}}\frac{\varphi_m^2(\vec{r}_\alpha)}{\|\varphi_m\|^2}\right)^{-1};\ \alpha=b,p.,\qquad G=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{k_{\perp m}^2+k_z^2\gamma^{-2}}\frac{\varphi_m(\vec{r}_b)\varphi_m(\vec{r}_p)}{\|\varphi_m\|^2} \qquad (14)$$

Величины $k_{\perp b}$ и $k_{\perp p}$ в этих формулах являются поперечными волновыми числами низкочастотных поверхностных собственных волн E-типа тонких в поперечном сечении волновода пучка и плазмы. Параметр $\tilde{\alpha}$ есть коэффициент связи этих волн (видно, что $\tilde{\alpha}$ удовлетворяет неравенствам $0 < \tilde{\alpha} \le 1$; равенство имеет место только при $\vec{r}_b = \vec{r}_p$).

В § 5.4 диссертационной работы проводится подробный систематический анализ дисперсионного уравнения (13). При этом в зависимости от значений параметров, определяющих динамику пучково–плазменного взаимодействия, определены режимы развития неустойчивостей релятивистского трубчатого электронного пучка в волноводе с трубчатой плазмой, проведена их классификация. В различных предельных случаях вычислены инкременты неустойчивостей и определены необходимые для их развития резонансные условия. Рассмотрена неустойчивость с максимальным инкрементом нарастания, развивающаяся в случае релятивистского сильноточного пучка в волноводе с плотной плазмой. Исследована возможность развития низкочастотной неустойчивости пучка в волноводе с плазмой малой плотности. Для систем с параметрами близкими к экспериментальным приведены характерные примеры зависимостей инкрементов от волновых чисел возмущений.

Глава 6 посвящена разработке аналитической нелинейной теории резонансной неустойчивости плотного прямолинейного релятивистского электронного пучка, развивающейся в условиях коллективного вынужденного эффекта Черенкова в волноводе с линейной плазмой. Рассмотрены два случая, соответствующие двум предельным возможностям преобразования псевдодифференциальных операторов $\hat{S}_{nm}$ в (12): плазмы большой плотности, когда неустойчивость развивается в высокочастотной области, а возбуждаемая в плазме волна оказывается потенциальной; и плазмы меньшей плотности, когда неустойчивость имеет место в низкочастотной области, а возбуждаемые плазменные волны сильно непотенциальны.

Первый случай рассмотрен в § 6.1 - § 6.3. В § 6.1, исходя из уравнений (1), в предположении, что для большого числа низших поперечных мод выполнены неравенства $\left| n^2 k_z^2 - \tilde{\omega}^2 / c^2 \right| \sim n^2 k_z^2 \gamma^{-2} >> k_{\perp m}^2$ (здесь $n \ge 1$), и поэтому все операторы $\hat{S}_{nm} \approx 1$, выводится система уравнений, описывающая нелинейную динамику изучаемой неустойчивости. Поскольку при линейной плазме генерация гармоник незначительна, то в (11) достаточно учесть только одну гармонику, и в результате данная система может быть представлена в виде

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} - i\eta_0 \varepsilon = -q' \rho_b, \;\; \rho_b = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-iy) dy_0,$$

$$\frac{dy}{d\tau} = \frac{1}{\mu} \left(1 - \frac{1}{p^2} \right), \tag{15}$$

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{\mu}{4} \left[-i(\rho_b \exp(iy) - k.c.) + q'(\varepsilon \exp(iy) + k.c.) \right]$$

Здесь введены безразмерные переменные и параметры, имеющие следующий смысл: $\tau = \omega_b \gamma^{-3/2} t$ - безразмерное время, ε - амплитуда плазменной волны, $p = (1 - \mu\eta)^{-1/2}$ представляет собой безразмерный "импульс" электрона пучка, (η – его безразмерная скорость), $q' << 1$ - параметр связи пучковой и плазменной подсистем, $\mu = 2\frac{u^2}{c^2}\gamma^2 \frac{\omega_b \gamma^{-3/2}}{k_z u}$ - параметр релятивизма электронного пучка при коллективном эффекте Черенкова, η_0 – расстройка.

Для дальнейшего преобразования уравнений (15) в § 6.2 был использован метод разложения траекторий, а также метод разложения релятивистских импульсов электронов, основная идея которого заключается в представлении импульсов в виде суммы двух функций

$$p = \langle p \rangle(\tau) + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(A_n(\tau)\exp(iny_0) + к.с.)) \tag{16}$$

одна из которых (первое слагаемое в (16)) описывает действие средней силы реакции излучения, а другая характеризует колебательное движение частиц. При подстановке (16) в (15) для амплитуд гармоник колебаний импульса получаются системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с алгебраическими иррациональными нелинейностями. Благодаря наличию в системе малого параметра q', иррациональные нелинейности могут быть разложены до кубических.

В результате проведения данной процедуры, (с учётом в суммах в (16) и в (6) по одному слагаемому), вместо (15) получаем систему уравнений, содержащую лишь кубичные нелинейности. В § 6.2 данная система была решена аналитически, получены выражения для амплитуд волн, а также вычислено время насыщения неустойчивости. Для примера приведём выражения для максимальных безразмерных амплитуд плазменной и пучковой волн

$$|\varepsilon|^2_{\max} = \frac{2^{\frac{7}{2}} q'}{1 + \frac{3}{2}\mu + \frac{3}{8}\mu^2}, \qquad |\rho|^2_{\max} = \frac{2^{\frac{5}{2}} q'}{1 + \frac{3}{2}\mu + \frac{3}{8}\mu^2} \tag{17}$$

Проведённое § 6.3 сравнение аналитических решений с компьютерными решениями точных нелинейных уравнений (15), показало их хорошее согласие в случае релятивистских и ультрарелятивистских пучков.

Второй предельный случай, когда возможно упрощение операторов $\hat{S}_{nm}$ - они превращаются в обычные дифференциальные операторы - имеет место при выполнении, хотя бы для нескольких n, неравенств $\left|n^2 k_z^2 - \bar{\omega}^2/c^2\right| \sim n^2 k_z^2 \gamma^{-2} << k_{\perp 1}^2$, (означающих, что неустойчивость имеет место в длинноволновой области и развивается на низкой частоте), рассмотрен в § 6.4 - § 6.6. Уравнения (11) для данного случая могут быть записаны в виде

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau}-i\frac{\eta_0}{\beta_p}\varepsilon=-\frac{q}{\beta_p}\left(1-i\mu\frac{d}{d\tau}\right)\rho_b,\ \rho_b=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\exp(-iy)dy_0,$$
$$\frac{dy}{d\tau}=\frac{1}{\mu}\left(1-\frac{1}{p^2}\right) \quad . \tag{18}$$
$$\frac{dp}{d\tau}=\frac{\mu}{4}\left[-i\left(\exp(iy)\left(1-i\mu\frac{d}{d\tau}\right)\rho_b-k.c.\right)+q\left(\exp(iy)\left(1-i\mu\frac{d}{d\tau}\right)\varepsilon+k.c.\right)\right],$$

где безразмерные переменные и параметры аналогичны соответствующим величинам, ведённым в (15), $\beta_{\text{p}}=1+\dfrac{u^2}{c^2}\dfrac{\omega_{\text{p}}^2}{k_{\perp\text{p}}^2u^2}$ ($k_{\perp p}^2$ определено в (14)). Видно, что правые части уравнений (18) содержат производные по времени от амплитуд пучковой и плазменной волн, что является отражением их непотенциальности.

В § 6.4 была проведена линеаризация системы (18), вычислен инкремент неустойчивости, и определены условия её реализации, а также получены первые интегралы этой системы.

В § 6.5 использование методов разложения траекторий и импульсов электронов позволило преобразовать общие уравнения (18) к релятивистским уравнениям с кубическими нелинейностями, описывающими эффекты нелинейного сдвига частот пучковой и плазменной волн. Получены аналитические решения данных уравнений, сравнение которых с известными ранее результатами показало, что влияние непотенциальности плазменной волны на нелинейную динамику рассматриваемой неустойчивости весьма значительное. Для примера приведём выражения для максимальных амплитуд плазменной и пучковой волн:

$$|\varepsilon|^2_{\max}=\frac{32q}{3\mu^2\beta_p\sqrt{\mu\beta_p}}, \qquad |\rho|^2_{\max}=\frac{32q}{3\mu^3\sqrt{\mu\beta_p}}. \tag{19}$$

Сравнение аналитических решений с численными решениями общих нелинейных уравнений (19), проведённое в § 6.6, показало их хорошее согласие в достаточно широком диапазоне значений параметров рассматриваемой задачи.

В **Главе 7** исследуется, какое влияние оказывает нелинейность плазмы на динамику высокочастотной неустойчивости. При этом помимо обобщения результатов Главы 6 на случай нелинейной плазмы, проводится обобщение на релятивистский случай теории, пучково-плазменного взаимодействия, изложенной в Главе 2.

В § 7.1, исходя из системы уравнений (11), в которой, учитывая, что для решения задачи с точностью до кубичной нелинейности в суммах по n достаточно оставить только два слагаемых, (в предположении $\left|n^2k_z^2-\varpi^2/c^2\right|\sim n^2k_z^2\gamma^{-2}>>k_{\perp m}^2$) выводится следующая система уравнений:

$$\frac{d^2 y_p}{d\tau^2} = -\frac{\gamma^3}{2} i \sum_{n=1}^{2} \left\{ \frac{1}{n} \left[\frac{g_{pn}}{g_{b1}} \rho_{pn} + \frac{\varpi_b^2 q_n}{g_{b1}} \rho_n \exp(-in\xi\tau) \right] \exp(iny_p) - к.с. \right\},$$

$$\frac{dy}{d\tau} = \frac{1}{\mu_0} \left(1 - \frac{1}{p^2} \right), \tag{20}$$

$$\frac{dp}{d\tau} = -\frac{i}{4} \mu_0 \sum_{n=1}^{2} \left\{ \frac{1}{n} \left[\frac{g_{bn}}{g_{b1}} \rho_n + \frac{\varpi_p^2 q_n}{g_{b1}} \rho_{pn} \exp(in\xi\tau) \right] \exp(iny) - к.с. \right\},$$

$$\rho_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-iny) dy_0$$

где безразмерные переменные и параметры по смыслу аналогичны соответствующим величинам, определённым в (15), однако записаны в несколько обобщённой форме - в них введены геометрические факторы, позволяющие учесть возможную дисперсию плазменной и пучковой волн: $\tau = \sqrt{g_{b1}\gamma^{-3}}\, t$, $p = (1 - \mu_0 \eta)^{-1/2}$, $\mu_0 = 2\frac{u^2}{c^2}\gamma^2 \frac{\sqrt{g_{b1}\gamma^{-3}}}{k_z u}$.

Следуя методам разложения траекторий и импульсов, в § 7.2 из (20) была выведена система уравнений для амплитуд гармоник плазменной и пучковой волн, содержащая все нелинейности до третьей степени включительно.

В § 7.3 получены аналитические решения рассматриваемой задачи, вычислены амплитуды насыщения волн, а также время развития неустойчивости. Так, например, максимальные безразмерные амплитуды первых гармоник пучковых и плазменных волн определяются формулами:

$$|a_{b1}|^2_{\max} = \frac{4 q_1 \varpi_p^2 \gamma^{\frac{3}{4}}}{\tilde{\alpha}_b \varpi_p^2 + \tilde{\alpha}_p \varpi_b^2 \gamma^3} \sqrt{\frac{\varpi_p^2 \varpi_b^2}{g_{b1} (g_{p1} g_{b1})^{\frac{1}{2}}}}, \quad |a_{p1}|^2_{\max} = \frac{4 q_1 \varpi_b^2 \gamma^{\frac{9}{4}}}{\tilde{\alpha}_b \varpi_p^2 + \tilde{\alpha}_p \varpi_b^2 \gamma^3} \sqrt{\frac{\varpi_p^2 \varpi_b^2}{g_{p1} (g_{p1} g_{b1})^{\frac{1}{2}}}}, \tag{21}$$

где коэффициенты нелинейной стабилизации

$$\tilde{\alpha}_b = 1 - \frac{3}{2} \frac{g_{b2} - g_{b1}}{g_{b2} - 4 g_{b1}} - \frac{9}{4} \mu_0 \frac{g_{b1}}{g_{b2} - 4 g_{b1}}, \quad \tilde{\alpha}_p = 1 - \frac{3}{2} \frac{g_{p2} - g_{p1}}{g_{p2} - 4 g_{p1}}. \tag{22}$$

совпадают при $\gamma = 1$ с величинами (8), определёнными в нерелятивистской теории. Дополнительный же член в $\tilde{\alpha}_b$, пропорциональный μ_0, описывает обусловленную релятивистскими эффектами нелинейную зависимость частоты пучковой волны от ее амплитуды. В плазме, поскольку она нерелятивистская, аналогичный член отсутствует.

В § 7.3 проведено сравнение аналитических результатов с результатами численного моделирования общих нелинейных уравнений (20). Показано, что в определённом диапазоне значений параметров имеется достаточно хорошее их согласие.

В **Главе 8** рассматривается релятивистская теория рассеяния линейно поляризованных электромагнитных волн на незамагниченном пучке электронов.

В § 8.1 излагается вывод нерелятивистских нелинейных уравнений, описывающих изучаемые процессы рассеяния. Подробно обсуждается процедура усреднения исходных уравнений движения электронов пучка и уравнений поля, приводящая к появлению в правых частях полученных уравнений пучковых нелинейностей разной природы, характеризующих процессы рассеяния, как второго, так и четвёртого порядков по параметру $v_{\perp}/c$ ($v_{\perp}$ - поперечная по отношению к направлению распространения пучка скорость электронов). При этом слагаемые, описывающие процессы четвёртого порядка по параметру $v_{\perp}/c$ возникают в результате разложения фаз падающей и рассеянной волн по быстрым осцилляциям координат электронов и последующего усреднения. (При усреднении предполагается, что движение электрона в полях падающей и рассеянной волн является быстрым, а в поле комбинационной волны – медленным.) Если же в полученных уравнениях отбросить члены, появляющиеся в результате усреднения по быстрым осцилляциям, то будем иметь систему, описывающую обычные трёхволновые взаимодействия. В этом случае процессы рассеяния будут иметь второй порядок по параметру $v_{\perp}/c$.

Далее в работе в § 8.2 выводятся нелинейные уравнения релятивистской теории. При этом чтобы избежать трудностей, связанных с процедурой усреднения уравнений, содержащих релятивистский γ - фактор, полный релятивистский фактор электрона считался независимой переменной, для которой записывалось соответствующее уравнение и затем по обычным правилам проводилось его усреднение. Для полученной системы уравнений были вычислены первые интегралы – законы сохранения потоков энергии и импульса взаимодействующих с пучком электромагнитных волн. Здесь же рассматривается конкретная модель: рассеяние линейно поляризованных волн на незамагниченном пучке электронов в замедляющей системе с диэлектрическим заполнением. Для данной модели, считая, что падающая и рассеянная волны имеют линейный закон дисперсии, общие уравнения удаётся существенно упростить. Оценивая различные члены в этих уравнениях можно показать, что в случае сильно релятивистских пучков возможны ситуации, когда процессы рассеяния более высокого порядка, чем второй будут иметь существенно больший инкремент.

В § 8.3 проводится линейный анализ рассматриваемой задачи и даётся классификация различных режимов процессов рассеяния, для ряда предельных случаев вычисляются инкременты неустойчивости.

В § 8.4 в соответствии с приведенной в § 8.3 классификацией, обсуждаются механизмы нелинейной стабилизации этих процессов.

Нужно отметить, что помимо обычных режимов развития неустойчивости, когда имеет место одночасточное (томсоновское) или коллективное (рамановское) рассеяние, возможен, как показано в работе, ещё один режим, когда процесс вынужденного рассеяния обусловлен эффектом энергетической группировки. При этом неустойчивость стабилизируется вследствие полной модуляции пучка по импульсу.

В § 8.5 с помощью методов разложения траекторий и импульсов электронов пучка для случая, когда рассеяние происходит в коллективном режиме, в исходных уравнениях было проведено разложение до кубичных нелинейностей включительно, и получены соответствующие аналитические решения. Определены амплитуды насыщения волн, время нелинейной стабилизации процесса рассеяния, а также максимальная эффективность рассеяния.

В § 8.6 исследуется процесс вынужденного рассеяния линейно поляризованных волн на сильно релятивистском электронном пучке в режиме энергетической группировки. Получены выражения для эффективностей при рассеянии в рассматриваемом режиме. Из их анализа следует, что в данном случае процесс рассеяния четвёртого порядка по параметру $v_{\perp}/c$ реализуется с большей эффективностью по сравнению с процессом второго порядка.

В **Приложении 1** проводится численное моделирование нелинейной динамики одночастичной резонансной черенковской неустойчивости ультрарелятивистского электронного пучка в плазме вблизи порога, когда возбуждаемая в плазме волна оказывается сильно непотенциальной.

Исходной является система уравнений (18), в которой учитываются кратные гармоники плазменной и пучковой волн. В работе проводится линеаризация полученной системы, вычисляются инкремент неустойчивости и порог её развития.

В результате анализа результатов численного моделирования можно заключить, что с увеличением релятивизма пучка пропадает резонансная зависимость инкремента неустойчивости от волнового числа k_z, одночастичная резонансная черенковская неустойчивость становится всё более широкополосной, вследствие чего происходит интенсивная генерация высших (относительно резонансной), гармоник плотности плазменной волны.

В **Приложении 2** описывается метод постановки граничных условий в нестационарных задачах релятивистской электродинамики сильноточных пучков.

Проблема, связанная с правильной постановкой граничных условий заключается в том, что известные граничные условия излучения в виде условий Зоммерфельда, принципа предельного поглощения и принципа предельной амплитуды разрабатывались для решения стационарного уравнения Гельмгольца, описывающего установившийся колебательный процесс. Поэтому возможность непосредственного применения этих условий в нестационарных задачах электродинамики плазмы сильно ограничена, а полученные при этом результаты относятся, вообще говоря, лишь к случаю установившихся колебаний.

Обобщение на нестационарный случай указанных принципов излучения может проводиться различным образом. Так, в ряде работ для моделирования

СВЧ - генератора в качестве граничных условий был предложен нестационарный аналог парциальных условий излучения. Обобщение этого варианта граничных условий на системы с плазменным заполнением с более общей, в том числе, коаксиальной системой вывода излучения и рассматривается в диссертационной работе.

В Приложении 2 подробно описывается вывод нестационарных парциальных условий излучения. Основная идея этого метода постановки граничных условий заключается в следующем. В рупоре (излучающем устройстве, сопряжённом с плазменным волноводом) уравнения Максвелла могут быть решены точно (аналитически). Так, для коаксиального волновода компоненты поля можно представить в виде:

$$
\begin{aligned}
E_z(t,r,z) &= \sum_{n=1}^{\infty} E_z^{(n)}(t,z)\Psi_0(\chi_n r),\\
E_r(t,r,z) &= \frac{1}{r}E_r^{(0)}(t,z) + \sum_{n=1}^{\infty} E_r^{(n)}(t,z)\Psi_1(\chi_n r),\\
B_\varphi(t,r,z) &= \frac{1}{r}B_\varphi^{(0)}(t,z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_\varphi^{(n)}(t,z)\Psi_1(\chi_n r)
\end{aligned}
\tag{23}
$$

Здесь Ψ_0 и Ψ_1 - собственные функции поперечного сечения коаксиального волновода, χ_n - корни следующего уравнения:

$$J_0(\chi R_1)N_0(\chi R) - J_0(\chi R)N_0(\chi R_1) = 0, \tag{24}$$

где R_1 и R - соответственно, внутренний и внешний радиусы коаксиала, а J_n и N_n - функции Бесселя и Неймана порядка $n:(n=0,1)$.

В выражениях (23) члены, пропорциональные $E_r^{(0)}$ и $B_\varphi^{(0)}$ отвечают за кабельную (ТЕМ) волну. Как известно в этой волне $E_z = 0$ Подставляя (23) в уравнения Максвелла, решая их с помощью преобразования Лапласа, отбирая из полученных решений, решение, удовлетворяющее условиям излучения, можно получить следующие соотношения:

$$B_\varphi^{(n)}(t,z) = -c\int_0^t J_0(c\chi_n(t-\tau))\frac{\partial B_\varphi^{(n)}(\tau,z)}{\partial z}d\tau, \tag{25}$$

(где $n = 1,2,...$) и отдельное соотношение для $n = 0$

$$B_\varphi^{(0)}(t,z) = -c\int_0^t \frac{\partial B_\varphi^{(0)}(\tau,z)}{\partial z}d\tau \tag{26}$$

справедливые в любой области волновода вне плазмы. Данные соотношения могут рассматриваться как нестационарные парциальные граничные условия излучения, записанные в произвольной точке излучающего устройства.

В качестве иллюстрации использования нестационарных парциальных условий излучения из них в работе были получены обычные парциальные условия излучения, а также вычислен коэффициент отражения волны от резкой границы плазма – вакуум. В обоих случаях полученные выражения совпали с известными результатами.

Далее в диссертации рассматривается пример практического применения нестационарных парциальных условий излучения для расчёта возбуждения электромагнитных колебаний открытого вакуумного и плазменного резонатора.

Из проведённого анализа результатов расчётов можно сделать вывод о том, что использование при численном моделировании парциальных граничных условий излучения, верно отражает динамику рассматриваемых электродинамических процессов и является перспективным для изучения переходных процессов в электродинамических системах с плазменным и иным заполнением, независимо от природы причины, приводящей к возникновению колебаний.
В **Заключении** приведены основные результаты диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработан и строго обоснован метод решения кинетического уравнения Власова с начальными и граничными условиями, основанный на представлении функции распределения в виде интеграла по начальным данным фазовых траекторий частиц. В начальной задаче Коши для уравнения Власова единственным условием применимости метода является отсутствие диссипативных сил. В случае граничной задачи (задачи инжекции) рассматриваемый метод применим приближенно для частиц, у которых скорость в направлении инжекции велика и изменяется незначительно.
2. Разработаны и математически обоснованы методы разложения уравнений поля и уравнений движения по степеням возмущений траекторий и импульсов частиц, позволяющие аналитически описывать нелинейную динамику пучково-плазменных неустойчивостей и других процессов, развивающихся в коллективных режимах. С помощью метода разложения траекторий аналитически исследована нелинейная динамика коллективного черенковского взаимодействия плотного нерелятивистского электронного пучка с плотной нелинейной плазмой, рассмотрено резонансное и нерезонансное взаимодействие гармоник пучковых и плазменных волн.
3. Методом разложения траекторий электронов пучка для трёхволновых пучковых неустойчивостей в плазменном волноводе установлены новые кубичные нелинейности, существенно уточняющие структуру нелинейного потенциала; проанализировано влияние новых нелинейностей на стабилизацию неустойчивостей. Установлено, что в случае резонансного четырёхволнового взаимодействия до момента насыщения амплитуд плазменных и электромагнитных волн волновода происходит многократный обмен энергией между ленгмюровскими волнами пучка.
4. Исследована нелинейная динамика бунемановской неустойчивости в существенно неодномерной электрон-ионной плазме с учётом генерируемого в плазме постоянного электрического поля. Установлены условия, при которых

наблюдается обычный для бунемановской неустойчивости срыв электронного тока в плазме, а также условия, когда срыв тока отсутствует. Релятивизм электронов качественного изменения в картину развития бунемановской неустойчивости не вносит. Аналитически, с помощью метода разложения траекторий, проанализирован случай слабой связи, когда ионный и электронный пучки разведены в пространстве. Получено соответствующее аналитическое решение.

5. Методом интегрирования по начальным данным получены общие уравнения, описывающие нелинейную динамику пучково-плазменного взаимодействия в релятивистском непотенциальном случае. В результате линеаризации этих уравнений получено дисперсионное уравнение, анализ которого позволил определить новые режимы развития неустойчивостей плотного релятивистского трубчатого электронного пучка в волноводе с трубчатой плазмой, провести классификацию данных режимов, определить необходимые для их развития резонансные условия и в предельных случаях вычислить соответствующие инкременты.

6. Методами разложения траекторий и импульсов электронов разработана аналитическая нелинейная теория резонансной неустойчивости плотного прямолинейного релятивистского электронного пучка, развивающейся в условиях коллективного вынужденного эффекта Черенкова в волноводе с линейной плазмой. Рассмотрены два случая: плазмы большой плотности, когда неустойчивость развивается в высокочастотной области, а возбуждаемая в плазме волна оказывается потенциальной; и плазмы меньшей плотности, когда неустойчивость имеет место в низкочастотной области, а возбуждаемые плазменные волны сильно непотенциальны. Получены аналитические решения, сравнение которых с результатами численного решения общих нелинейных уравнений показало их хорошее согласие в широком диапазоне параметров. Аналитически исследована также нелинейная динамика высокочастотной неустойчивости релятивистского электронного пучка в плотной нелинейной плазме.

7. Разработана нелинейная теория рассеяния линейно поляризованных электромагнитных волн на незамагниченном релятивистском пучке электронов. Получены общие нелинейные уравнения, описывающие процесс рассеяния с точностью до четвёртого порядка по параметру $v_\perp/c$ ($v_\perp$ - поперечная по отношению к направлению распространения пучка скорость электронов). Проведена классификация различных режимов процессов рассеяния, определены их инкременты и механизмы нелинейной стабилизации. С помощью методов разложения траекторий и импульсов электронов пучка для случая, когда рассеяние происходит в коллективном режиме, вычислены амплитуды насыщения волн, время нелинейной стабилизации, а также максимальная эффективность рассеяния. Отдельно рассмотрен процесс вынужденного рассеяния в режиме энергетической группировки. Показано, что в данном случае процесс рассеяния четвёртого порядка по параметру $v_\perp/c$ реализуется с большей эффективностью по сравнению с процессами второго порядка.

8. Сформулированы точные граничные условия для полной нестационарной системы уравнений электромагнитного поля в цилиндрическом плазменном резонаторе с коаксиальной системой вывода излучения. Показана применимость этих условий для наиболее полной и строгой постановки актуальных задач, возникающих в нелинейной электродинамике плазмы и плазменной СВЧ-электронике.
9. Методами численного моделирования установлено, что при сильном взаимодействии ультрарелятивистского электронного пучка с плазмой вблизи порога, когда возбуждаемая в плазме волна является сильно непотенциальной происходит интенсивная генерация высших (относительно резонансной), гармоник плотности плазменной волны. При этом с увеличением релятивизма пучка одночастичная резонансная Черенковская неустойчивость становится все более широкополосной.

Цитируемая литература

1*. Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б. О взаимодействии пучка заряженных частиц с электронной плазмой. // ДАН СССР, 1949, Т.69, №3,. С.555-561.
2*. Bohm D., Gross E. Theory of Plasma Oscillations, Excitation and Damping of Oscillations. // Phys. Rev, 1949, V.75, №11, P.1864-1869.
3*. Файнберг Я.Б., Шапиро В.Д., Шевченко В.И. К нелинейной теории взаимодействия с плазмой "монохроматического" пучка релятивистских электронов. // ЖЭТФ, 1969, Т.57, № 3, С.966-977.
4*. Онищенко И.Н. Линецкий А.Р., Мациборко Н.Г., Шапиро В.Д., Шевченко В.И. К нелинейной теории возбуждения монохроматической плазменной волны электронным пучком. // Письма в ЖЭТФ – 1970, Т.12, №8. С. 407-411.
5*. Шапиро В.Д., Шевченко В.И. К нелинейной теории релаксации "моноэнергетического" пучка в плазме. - ЖЭТФ, 1971, Т.60, № 3, С.1023-1035.
6*. Шапиро В.Д. К нелинейной теории резонансного взаимодействия частиц и волн в плазме. - В кн.: Проблемы теории плазмы /Под ред. А.Г. Ситенко. Киев: Наук, думка, 1972, С.257-268.
7*. Shapiro V.D., Shevchenko V.I. The exitation of monochromatic wave during steady injection of en electron beam a plasma. // Nucleus Fussion, 1972, V.12, №1, P. 133-135.
8*. Matsiborko N.G., Onizhenko I.N., Shapiro V.D., Shevchenko V.I. On non – linear theory of instability of a mono – energetic electron beam in plasma. // Plasma phys, 1972, V.14, №6, P.591-600.
9*. Шапиро В.Д., Шевченко В.И. Взаимодействие волна-частица в неравновесных средах. // Изв. вузов, сер. Радиофизика, 1976, Т.19, С.767-791.
10*.Ковтун Р.И., Рухадзе А.А. К теории нелинейного взаимодействия релятивистского электронного пучка малой плотности с плазмой. // ЖЭТФ, 1970, Т.58, №5, С.1709-1714.
11*.Кузелев М.В., Рухадзе А.А. К теории сателлитной неустойчивости равно-

весного состояния замодулированного пучка в плазме. // Физика плазмы, 1981, Т.7, №1, С.91-96,
12*. Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 544с.

Основные публикации по теме диссертации

1. Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Бобылёв Ю.В., Панин В.А. Метод разложения по траекториям в нелинейной электродинамике неравновесной плазмы.// ЖЭТФ, 1986, Т.91,№6(11), С.1620-1632.
2. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Общая структура кубической нелинейности и нелинейный потенциал в теории параметрической неустойчивости пучковой плазмы.// Краткие сообщения по физике ФИАН СССР, 1987, №6, С.27-29.
3. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Нелинейная динамика неустойчивости плазмы с током. // Краткие сообщения по физике ФИАН СССР, 1988, №5, С.14-16.
4. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Панин В.А. К теории резонансного четырёхволнового взаимодействия волн в пучковой плазме. // Вестник МГУ, сер. 3. Физика. Астрономия, 1988, Т.29,№4, С.48-52.
5. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В. Панин В.А. Распадные и взрывные неустойчивости нерелятивистской пучковой плазмы в приближении кубической нелинейности. // Изв. вузов, сер. Радиофизика, 1988, Т.31, №10, С.1193-1200.
6. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В. Рухадзе А.А. Об устойчивости поперечно-неоднородной электрон-ионной плазмы с током. // Краткие сообщения по физике ФИАН СССР, 1989, №8, С.15-17.
7. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В. Режимы нелинейного взаимодействия электронных и ионных потоков в сильном магнитном поле. // Физика плазмы, 1989, Т.15, №9, С.1057-1063.
8. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Рухадзе А.А Нелинейная динамика тока в релятивистской электронной плазме. // Краткие сообщения по физике ФИАН СССР, 1990, №3, С.36-38.
9. Бобылёв Ю.В., Панин В.А., Плотников А.П. Динамика широкого спектра колебаний при рассеянии электромагнитных волн на релятивистском пучке электронов. // Вестник МГУ, сер. 3. Физика. Астрономия, 1991, Т32, №5, С.28-33.
10. Бобылёв Ю.В., Северьянов В.В. Результаты численного моделирования линейных процессов, возбуждаемых РЭП в гладком закороченном резонаторе.// Краткие сообщения по физике ФИАН СССР, 1992, №3-4, С.25-29.
11. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Панин В.А. Релятивистская теория рассеяния линейно поляризованных электромагнитных волн на незамагниченном пучке электронов. // ЖЭТФ,1993, Т.104,№1(7), С.2339-2365.

12. Бобылёв Ю.В., Панин В.А К нелинейной теории рассеяния электромагнитных волн на модулированном по плотности нерелятивистском электронном пучке в режиме аномального эффекта Доплера. // Вестник МГУ, сер 3. Физика. Астрономия, 1998, №3, С.22-25.
13. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Свешников А.Г. Нестационарные парциальные условия излучения в задачах релятивистской сильноточной плазменной электроники. // Физика плазмы, 1999, Т.25, №7, С.615-620.
14. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В. Задача Коши для кинетического уравнения Власова и метод интегрирования по начальным данным.// В Сборнике научных трудов, посвящённом 70-летию А.А. Рухадзе, Издат. ТГПУ, 2000, С.3-41.
15. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Панин В.А Методы теоретической плазменной СВЧ – электроники. // В Сборнике научных трудов, посвящённом 70-летию А.А. Рухадзе, Издат. ТГПУ, 2000, С.42-114.
16. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Общие проблемы теоретической плазменной СВЧ-электроники. // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 2000, Раздел X, Глава 5, С.66-75.
17. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Нелинейная теория резонансного пучково-плазменного взаимодействия. // ЖЭТФ, 2000, Т.118, вып.1(7), С.105-118.
18. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Задача Коши для кинетического уравнения Власова и метод интегрирования по начальным данным. // Радиотехника и электроника, 2002, Т.47, №2, С.166-185.
19. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В. Классификация режимов черенковских пучковых неустойчивостей в плазменных волноводах. // Физика плазмы, 2004, Т.30, №1, С.73-79.
20. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Нелинейная теория коллективного черенковского взаимодействия плотного релятивистского электронного пучка с плотной нелинейной плазмой в волноводе. // Физика плазмы, 2004г., Т.30, №5, С.419-433.
21. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В. Нелинейная теория высокочастотной черенковской неустойчивости ультрарелятивистского электронного пучка в плотной плазме. // Радиотехника и электроника, 2005, Т.50, №3, С.304-313.
22. Бобылёв Ю.В. Нелинейная динамика электронов слаботочного ультрарелятивистского пучка при нерезонансной пучково-плазменной неустойчивости. // Краткие сообщения по физике ФИАН, 2005, №6, С.23-32.
23. Бобылёв Ю.В. О спектрах Черенковской неустойчивости слаботочного ультрарелятивистского электронного пучка в плотной плазме вблизи порога. // Краткие сообщения по физике ФИАН, 2005, №7, С.3-13.
24. Бобылёв Ю.В., Кузелев М.В. Нелинейная электромагнитная теория низкочастотной неустойчивости в плазме при сильной непотенциальности плазменной и пучковой волн. // Радиотехника и электроника, 2006, №3, Т.52, С.374-383.