

На правах рукописи

Пименов Александр Борисович

КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА $N = 1$ СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ
КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЙ

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва
2008

Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета Московского Государственного Университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,
доцент П.И. Пронин

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
В.А. Ильин,
кандидат физико-математических наук
А.А. Солошенко

Ведущая организация: Ярославский Государственный Университет,
г.Ярославль

Защита состоится " _____ " _____ 2008 г. в _____ час. на заседании Диссертационного Совета Д 501.002.10 при Московском Государственном Университете им. М.В. Ломоносова (119992, г. Москва, Ленинские горы, физический факультет МГУ, ауд. _____).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ.

Автореферат разослан " _____ " _____ 2008 г.

Ученый секретарь
Диссертационного Совета Д 501.002.10
доктор физико-математических наук

Ю.В. Грац

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Суперсимметричные теории являются в настоящее время весьма привлекательными. Модели теории поля, инвариантные относительно преобразований суперсимметрии, предсказывают объединение констант связи электромагнитного, слабого и сильного взаимодействий при больших энергиях, что следует из теорий Великого Объединения. Они автоматически решают проблему, связанную с отсутствием экспериментальных данных о распаде протона. Поэтому суперсимметричные модели в настоящее время рассматриваются как одни из наиболее вероятных кандидатов для построения единой теории поля. Суперсимметрия особенно интересна еще и потому, что она существенно улучшает ультрафиолетовое поведение полевых теорий. В частности, даже в теориях с нерасширенной суперсимметрией можно сделать предположение о виде β -функции точно во всех порядках теории возмущений. Впервые оно было сделано на основе исследования структуры инстантонных вкладов. В случае $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с полями материи, такая β -функция, которая называется точной β -функцией Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова, имеет вид:

$$\beta(\alpha) = -\frac{\alpha^2 \left[3C_2 - C(R) \left(1 - \gamma(\alpha) \right) \right]}{2\pi \left(1 - C_2 \alpha/2\pi \right)}, \quad (1)$$

где $\gamma(\alpha)$ – аномальная размерность суперполя материи, описываемой дираковским спинором, C_2 и $C(R)$ – инварианты, которые определяются представлением калибровочной группы.

Тем не менее остается проблема строгого вывода точной β -функции пертурбативными методами. При использовании регуляризации с помощью размерной редукции выражение (1) при специальном выборе перенормировочного предписания совпадает с результатами явного вычисления величины

$$b(\alpha) = \frac{d\alpha(\mu)}{d\ln\mu}, \quad (2)$$

где $\alpha(\mu)$ – перенормированная константа связи, а μ – точка нормировки, вплоть до четырехпетлевого приближения. Однако величина (2) является схемно зависимой. Физическая β -функция получается из нее только если производящий функционал не зависит от точки нормировки и наложены некоторые специальные граничные условия, которые требуют знания конечных частей функций Грина. Тем не менее, в размерной редукции, как правило, вычисляется только расходящаяся часть эффективного действия

в \overline{MS} -схеме. При этом точная β -функция может быть получена, если специальным образом подобрать схему вычитаний.

Для получения точной β -функции в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике наиболее удобно использовать регуляризацию высшими ковариантными производными, при которой оказалось возможным достаточно легко получить схемно независимую функцию Гелл-Манна-Лоу. В этом случае перенормировка оператора $W_a C^{ab} W_b$ оказывается чисто однопетлевой, а функция Гелл-Манна-Лоу имеет поправки во всех порядках теории возмущений и совпадает с точной β -функцией Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова. Более того, при использовании этой регуляризации в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике все интегралы, которые возникают при вычислении функции Гелл-Манна-Лоу, сводятся к интегралам от полных производных. Частично эту закономерность можно объяснить с помощью применения метода, основанного на подстановке решений тождеств Славнова-Тейлора в уравнения Швингера-Дайсона. Однако для полного доказательства оказывается необходимым предположить существование некоторого дополнительного тождества для функций Грина, причина происхождения которого пока остается неясной. Оно не следует из калибровочной инвариантности или суперсимметрии теории, и пока не удастся доказать его в общем виде из первых принципов.

Уже в электродинамике получение точной β -функции является достаточно нетривиальной задачей. Указанные закономерности позволяют предположить, что применение регуляризации высшими ковариантными производными может выявить интересные закономерности в структуре квантовых поправок неабелевых $N = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий. Однако применение этой регуляризации в неабелевых теориях, как правило, оказывается сложным с технической точки зрения.

В случае $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с полями материи, регуляризованной высшими ковариантными производными, имеет место похожая ситуация: метод, основанный на использовании тождеств Славнова-Тейлора и уравнений Швингера-Дайсона, позволяет вычислить вклад суперполей материи в β -функцию точно во всех порядках теории возмущений. При этом также требуется предположить справедливость аналогичного тождества для функций Грина.

Таким образом, исследование квантовых свойств суперсимметричных калибровочных теорий, регуляризованных непротиворечивым способом, на сегодняшний день являются актуальной задачей.

Целью диссертационного исследования является изучение квантовых свойств суперсимметричных калибровочных теорий, регуляризованных непротиворечивым образом методом высших ковариантных производных, на примере $N = 1$ суперсимметричной электродинамики и $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, что подразумевает исследование вопроса о справедливости нового тождества для функций Грина в конечных порядках теории возмущений, а также анализ двухпетлевых квантовых поправок и вычисление функции Гелл-Манна-Лоу $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса.

Научная новизна. В диссертационной работе впервые регуляризация методом высших ковариантных производных применена для вычисления квантовых поправок в неабелевых суперсимметричных калибровочных теориях; впервые при использовании регуляризации высшими ковариантными производными проведено двухпетлевое вычисление ренормгрупповых функций в $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса; впервые проведены четырехпетлевое в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике и трехпетлевое в $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса вычисления, позволяющие судить о справедливости нового тождества для функций Грина.

Научная и практическая ценность работы. Полученные результаты могут быть использованы для исследования структуры квантовых поправок в различных суперсимметричных калибровочных теориях. В частности, при исследовании поведения констант связи методом ренормгруппы в МССМ и моделях Великого Объединения.

Результаты могут быть использованы в НИИЯФ МГУ, ИЯИ, ЛТФ ОИЯИ, ФИАН, ИТЭФ, МИАН, МГПУ им. Ленина.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на научной ломоносовской конференции (Москва – 2005), конференции форума "Всемирный год физики" (Москва – 2005), 13-ой ломоносовской конференции по физике элементарных частиц (Москва – 2007), Международной конференции SQS-07 (Дубна), а также на кафедре теоретической физики МГУ.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 4 работы.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав основного текста, двух приложений, заключения и списка цитируемой литературы. Объем диссертации составляет 149 страниц текста, набранного в издательской системе \LaTeX .

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** производится обзор литературы по тематике диссертации, формулируются цели исследования и описывается построение диссертационной работы.

В **главе 1** приведены основные сведения о суперсимметричных калибровочных теориях, которые исследуются в диссертации: $N = 1$ суперсимметричная электродинамика и $N = 1$ суперсимметричная теория Янга-Миллса.

В параграфе 1.1 в суперполево́м формализме описывается $N = 1$ суперсимметричная электродинамика. Рассматривается действие, его симметрии, дается компонентное представление суперполей теории, а также вид их суперсимметричных калибровочных преобразований, оставляющих действие инвариантным (подпараграф 1.1.1). В подпараграфе 1.1.2 проводится квантование $N = 1$ суперсимметричной электродинамики. Вводится регуляризация высшими производными и осуществляется фиксация калибровки, которые не нарушают ни суперсимметричную, ни калибровочную инвариантности. Здесь формулируются правила Фейнмана.

В параграфе 1.2 описывается $N = 1$ суперсимметричная теория Янга-Миллса. В частности, в подпараграфе 1.2.1 представлены действие модели в суперпространстве и его симметрии. В подпараграфе 1.2.2 рассматривается формализм фонового поля для суперсимметричных калибровочных теорий. Здесь действие модели записывается в методе фонового поля, а также указаны его фоновая и квантовая инвариантности. Квантование проводится в подпараграфе 1.2.3 при использовании формализма фонового поля в суперпространстве. Производится фиксация калибровки, вводятся духовые поля Фаддеева-Попова и Нильсена-Каллош. В этом подпараграфе рассматриваемая модель регуляризуется методом высших ковариантных производных и описывается дополнительная регуляризация Паули-Вилларса для ликвидации остаточных однопетлевых расходимостей. Так же здесь осуществляется построение производящего функционала для функций Грина и эффективного действия.

Определение ренормгрупповых функций, интересующих нас, вынесено в подпараграф 1.2.4. Вводится β -функция, определяемая по расходимости и функция Гелл-Манна-Лоу. Показывается, что в случае, если производящий функционал не зависит от точки нормировки, обе функции являются эквивалентными.

Глава 2 посвящена пертурбативным вычислениям в суперсимметричных калибровочных теориях. В параграфе 2.1

рассматривается стандартная техника суперграфов. Здесь она иллюстрируется явным вычислением однопетлевых диаграмм, определяющих двухточечную функцию Грина калибровочного поля $N = 1$ суперсимметричной электродинамики, регуляризованной высшими производными. Производятся вычисления однопетлевых константы Z_3 перенормировки заряда, β -функции, определяемой по расходимости, и функции Гелл-Манна-Лоу. Эти результаты используются в дальнейшем при анализе квантовых поправок в $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными.

Суперполевая техника вычисления диаграмм Фейнмана, являясь достаточно непростой даже в низших порядках теории возмущений, тем не менее, может быть значительно упрощена при вычислении диаграмм, определяющих двухточечную функцию Грина калибровочного поля (последняя, в свою очередь, позволяет вычислить β -функцию). Параграф 2.2 посвящен рассмотрению предложенного в диссертационной работе упрощенного метода вычисления суперграфов.

В подпараграфе 2.2.1 новый метод формулируется для произвольной суперсимметричной калибровочной теории. Он может быть использован как для абелевых, так и для неабелевых моделей и не чувствителен к регуляризации теории. В подпараграфе 2.2.2 осуществляется сравнительный анализ упрощенного метода со стандартной техникой суперграфов на примере явного двухпетлевого вычисления в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике.

Глава 3 посвящена вопросу о построении перенормированного действия и нахождении ренормгрупповых функций в $N = 1$ суперсимметричных калибровочных теориях с полями материи. В этой главе освещается один из результатов, представленных в диссертации.

В параграфе 3.1 приводится вывод уравнений Швингера-Дайсона и тождеств Славнова-Тейлора на примере суперсимметричной теории Янга-Миллса. Подставляя решения последних в первые, удается получить β -функцию точно во всех порядках теории возмущений. Но при этом оказывается необходимым предположить выполнение некоего тождества для функций Грина. Гипотеза о его справедливости играет в данном случае ключевую роль. И поскольку доказать его в общем виде пока не удается, проверить новое тождество можно только явными пертурбативными вычислениями в высших петлях. В параграфе 3.2 формулируется сама гипотеза. Пертурбативная проверка нового тождества в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике, регуляризованной высшими производными, в четырехпетлевом приближении производится в параграфе 3.3. В параграфе 3.4 осуществляется анализ тождества в

$N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными, на уровне трех петель.

Глава 4 посвящена исследованию квантовых поправок к эффективному действию $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса. Этот анализ при использовании регуляризации высшими ковариантными производными осуществляется впервые. Здесь демонстрируется, что применяемый в работе подход ко введению регуляризации высшими ковариантными производными позволяет провести анализ квантовых поправок достаточно несложным образом. В этой главе вычислена двухпетлевая функция Гелл-Манна-Лоу. Показано, что расходимости присутствуют только в однопетлевом приближении, а сама функция Гелл-Манна-Лоу имеет поправки во всех порядках теории возмущений и совпадает с точной β -функцией Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова. Существенным является то, что причиной отличия функции Гелл-Манна-Лоу от β -функции, определяемой по расходимости, которая оказывается определяемой только однопетлевым приближением, является зависимость производящего функционала от точки нормировки, что явно демонстрируется в работе. Она возникает из-за способа регуляризации диаграмм с контрчленными вставками.

В параграфе 4.1 вычисляются однопетлевые квантовые поправки в $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными. Используемый нами способ введения регуляризации позволяет привести структуру однопетлевых квантовых поправок теории Янга-Миллса к соответствующим известным результатам в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике, что дает возможность путем непосредственного обобщения найти однопетлевые константу перенормировки заряда, β -функцию, определяемую по расходимости, и функцию Гелл-Манна-Лоу.

Параграф 4.2 посвящен двухпетлевым квантовым поправкам. Здесь производится анализ вклада всех двухпетлевых диаграмм, определяющих двухточечную функцию Грина калибровочного поля в методе фонового поля. Вклад диаграмм с петлей духовых полей Фаддеева-Попова исследуется в подпараграфе 4.2.1, вклад диаграмм с петлями калибровочного поля – в подпараграфе 4.2.2. На основе этого анализа становится возможным нахождение двухпетлевой β -функции Гелл-Манна-Лоу (подпараграф 4.2.3). Учет вклада диаграмм с контрчленными вставками осуществляется в подпараграфе 4.2.4.

В **приложении А** осуществляется проверка алгоритма суммирования диаграмм Фейнмана в суперсимметричных калибровочных теориях с полями материи на примере $N = 1$ суперсимметричной электродинамики

в четырехпетлевом приближении. Метод, основанный на подстановке решений уравнений Швингера-Дайсона в тождества Славнова-Тейлора, позволяет найти точное выражение для двухточечной функции Грина калибровочного поля. Оно выражается через ряд функций, определяющих вид вершинной функции взаимодействия полей матери с калибровочным полем и двухточечную функцию Грина поля материи. Непосредственными вычислениями демонстрируется, что алгоритм позволяет найти сумму диаграмм определенного класса с двумя внешними линиями калибровочного поля в заданном порядке теории возмущений, явно не анализируя вклад каждой из них по-отдельности. Сумма диаграмм вычисляется двумя независимыми способами: первый основан на технике суперграфов, второй подразумевает использование алгоритма суммирования, что позволяет сравнить полученные результаты.

В **приложении В** воспроизводятся вычисления суммы диаграмм с контрчленными вставками и аномального вклада в β -функцию для $N = 1$ суперсимметричной электродинамики, регуляризованной высшими производными, точно во всех порядках теории возмущений. Результат этого приложения используется в главе 4 при исследовании вклада диаграмм с контрчленными вставками в $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Разработан метод, упрощающий вычисления диаграмм Фейнмана, которые определяют вклад в двухточечную функцию Грина калибровочного поля, в суперсимметричных калибровочных теориях в суперполево-формализме, применимый для любой регуляризации.
2. Предложен внутренне непротиворечивый метод вычисления квантовых поправок в неабелевых $N = 1$ суперсимметричных калибровочных теориях с использованием регуляризации высшими ковариантными производными, который не нарушает суперсимметричную инвариантность (в том числе и в высших петлях), а также позволяет самосогласованным образом проводить пертурбативные вычисления в суперсимметричных теориях.

3. Впервые регуляризация высшими ковариантными производными применена для вычисления квантовых поправок в неабелевых суперсимметричных калибровочных теориях.
4. С помощью регуляризации высшими ковариантными производными и формализма фонового поля вычислена двухпетлевая функция Гелл-Манна-Лоу в $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса.
5. Явным вычислением доказано, что в двухпетлевом приближении расходимости являются чисто однопетлевыми, тогда как функция Гелл-Манна-Лоу совпадает с точной β -функцией Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова.
6. Показано, что в рассматриваемых случаях при использовании регуляризации высшими ковариантными производными интегралы, которые определяют квантовые поправки в эффективное действие, сводятся к полным производным и могут быть легко вычислены аналитически.
7. Произведена пертурбативная проверка нового тождества, возникающего при получении β -функции точно во всех порядках теории возмущений, методом, основанным на подстановке решений тождеств Славнова-Тейлора в уравнения Швингера-Дайсона, в четырехпетлевом приближении в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике и в трехпетлевом приближении в $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса.
8. Проверено совпадение результата для вклада четырехпетлевых диаграмм Фейнмана в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике, полученного при помощи алгоритма суммирования, с результатом, даваемым стандартной техникой суперграфов.

ПУБЛИКАЦИИ

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. *Андряши Е.А., Пименов А.Б., Степаньянц К.В.*, Упрощенный метод вычисления суперграфов, определяющих двухточечную функцию Грина калибровочного поля.// Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астр. – 2005. – 4. – с. 7.

2. *А. Пименов, К. Степаньянц*, Четырехпетлевая проверка алгоритма суммирования диаграмм Фейнмана в $N = 1$ суперсимметричной электродинамике.// ТМФ – 2006. – 147. – с. 290.

A.V.Pimenov, K.V.Stepanyantz, Four-loop verification of algorithm for Feynman diagrams summation in $N = 1$ supersymmetric electrodynamics.// hep-th 0603030.

3. *А. Пименов, К. Степаньянц*, Двухпетлевая функция Гелл-Манна-Лоу $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными.// ТМФ – 2008. – 155. – с. 398.

A.V.Pimenov, K.V.Stepanyantz, Two-loop Gell-Mann-Low function of $N = 1$ supersymmetric Yang-Mills theory, regularized by higher covariant derivatives.// hep-th 0707.4006.

4. *А. Пименов, К. Степаньянц*, Проверка нового тождества для функций Грина в $N = 1$ суперсимметричной неабелевой теории Янга-Миллса с полями материи.// ТМФ – 2008. – 156 – с. 292.

A.V.Pimenov, K.V.Stepanyantz, Verification of new identity for the Green functions in $N = 1$ supersymmetric non-Abelian Yang-Mills theory with the matter fields.// hep-th 0710.5040.