Доказательство. Из следствия теоремы 1 ясно, что ограниченное множество $\{\alpha_L(\eta)\}$ имеет по крайней мере одну предельную точку при $\eta \to 0$. Это значит, что для некоторой последовательности $\{\eta_N\} \to 0$ соответствующая последовательность параметров регуляризации $\{\alpha_N\} = \{\alpha_L(\eta_N)\}$ сходится к некоторому пределу $\widetilde{\alpha}$, $\widetilde{\alpha} \geqslant \alpha_{\min}$. Тогда из равенства (2) с $\alpha = \alpha_N$ при помощи стандартной техники доказательства (см. [3, с. 222; 8, с. 192]) можно получить сходимость

$$z^{\alpha_N} \xrightarrow{R^n} \widetilde{z} = \left(\widetilde{\alpha}E + \overline{A}^T\overline{A}\right)^{-1}\overline{A}^T\overline{u} = $$
$$= V\left(\widetilde{\alpha}E + R^TR\right)^{-1}R^TRV^T\overline{z}.$$

Поэтому

$$\lim_{N\to\infty}\|z^{\alpha_N} - \overline{z}\|^2 = \|\widetilde{z} - \overline{z}\|^2 =$$
$$= \left\|V\left[\left(\widetilde{\alpha}E + R^TR\right)^{-1}R^TR - E\right]V^T\overline{z}\right\|^2 \geqslant$$
$$\geqslant \widetilde{\alpha}^2\left\|\left(\widetilde{\alpha}E + R^TR\right)^{-1}V^T\overline{z}\right\|^2 \geqslant$$
$$\geqslant \frac{\widetilde{\alpha}^2}{\left(\widetilde{\alpha} + \rho_1^2\right)^2}\left\|V^T\overline{z}\right\|^2 \geqslant \frac{\alpha_{\min}^2}{\left(\alpha_{\min} + \rho_1^2\right)^2}\|\overline{z}\|^2.$$

Аналогичное соотношение справедливо и для любой другой сходящейся последовательности $\{\alpha_L(\eta_N)\}$, выбранной из семейства $\{\alpha_L(\eta)\}$, $\eta \to 0$. Это и доказывает теорему.

4. В заключение рассмотрим пример, иллюстрирующий результат теоремы 2. Пусть $\overline{A} = \operatorname{diag}(1, 0)$, $A_h = \operatorname{diag}(1, h)$ $(0 < h < 1)$ и $\overline{u} = u_\delta = (1, 1)^T$. Тогда, как легко вычислить, $\overline{z} = (1, 0)^T$. Для данного примера можно найти, что

$$w(\alpha) = 2\left(1 + \alpha^2\right)^{3/2}\left\{\frac{1}{(1+\alpha)^3} + \frac{h^2}{(\alpha + h^2)^3}\right\},$$

$$\|z^\alpha - \overline{z}\|^2 = \frac{\alpha^2}{(1+\alpha)^2} + \frac{h^2}{(\alpha + h^2)^2}.$$

Используя функцию $w(\alpha)$, как в теореме 1, для нахождения параметра регуляризации $\alpha_L(h)$ по методу L-кривой, получим, что $\alpha_L(h) \to \widetilde{\alpha} = 1$ при $h \to 0$. Тогда $\Delta_{\text{sist}} = \widetilde{\alpha}^2 \Big/ (1 + \widetilde{\alpha})^2 = 0,5$. Итак, в данном примере метод L-кривой дает неустранимую систематическую ошибку в 50%. Этот пример показывает, что оценка систематической ошибки снизу, данная в теореме 2, неулучшаема.

Авторы благодарят Российский фонд фундаментальных исследований за финансовую поддержку (грант 95-01-00486).

Литература

1. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М., 1979.
2. *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.* Численные методы решения некорректных задач. М., 1990.
3. *Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г.* Нелинейные некорректные задачи. М., 1995.
4. *Hansen P.C.* // Inverse Problems. 1992. **8**. P. 849.
5. *Hansen P.C., O'Leary D.P.* // Report UMIACS-TR-91-142. Dept. of Comput. Science, Univ. of Maryland, 1991.
6. *Hansen P.C.* // SIAM Rev. 1992. **34**, No.4. P. 561.
7. *Леонов А.С., Ягола А.Г.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1995. № 4. С. 28 (Moscow University Phys. Bull. 1995. No. 4. P. 25).
8. *Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А.* Матрицы и вычисления. М., 1984.
9. *Бакушинский А.Б., Гончарский А.В.* Некорректные задачи. Численные методы и приложения. М., 1989.

Поступила в редакцию
19.03.97

УДК 530.145

АНТИСИММЕТРИЧНОЕ ТЕНЗОРНОЕ ПОЛЕ В ПРОСТРАНСТВЕ С КРУЧЕНИЕМ

А. Ю. Бауров, П. И. Пронин

(кафедра теоретической физики)

Проведено обобщение калибровочных преобразований антисимметричного тензорного поля (АТП) второго ранга для случая пространства с кручением по аналогии с преобразованиями электромагнитного поля. В результате вычислений с использованием ЭВМ получено выражение для поправки первого порядка в эффективное действие АТП в этом пространстве.

Введение

Абелевы антисимметричные тензорные поля (АТП) с необходимостью появляются в теории струн [1] и ряде моделей супергравитации [2]. Они оказались весьма полезной конструкцией при альтернативном описании спинорных полей [3] и в решеточных моделях [4]. В то же время два подхода к описанию фермионных полей оказались не вполне эквивалентными, и их различие проявилось на уровне однопетлевых вкладов в эффективное действие [5].

В действительности оказалось, что поля любого спина, в том числе и скалярные, могут быть описаны на языке АТП. Однако очевидно, что свойства симметрии АТП отличаются от свойств скалярных полей.

Возникает новая калибровочная симметрия, которая для свободных полей в евклидовом пространстве фиксируется и к новым физическим результатам не приводит. Различия же в двух способах описания проявляются при введении взаимодействия, в частности с внешним гравитационным полем. В данной работе мы исследуем этот вопрос как на классическом, так и на квантовом уровне именно для этого случая.

1. АТП второго ранга и скалярные поля

Свободное АТП второго ранга $B_{\mu\nu} \equiv B_{[\mu\nu]}$ описывается лагранжианом [6, 7]

$$L_0 = \frac{1}{6} F_{\alpha\beta\gamma} F^{\alpha\beta\gamma}, \tag{1}$$

где

$$F_{\alpha\beta\gamma} \equiv \sum_{\alpha\beta\gamma} \partial_\alpha B_{\beta\gamma} = \partial_\alpha B_{\beta\gamma} + \partial_\beta B_{\gamma\alpha} + \partial_\gamma B_{\alpha\beta}. \tag{2}$$

Лагранжиан (1) инвариантен относительно калибровочных преобразований:

$$B_{\mu\nu} \to B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} + \partial_\mu \Lambda_\nu - \partial_\nu \Lambda_\mu; \tag{3}$$

он приводит к уравнениям движения, аналогичным уравнениям Максвелла:

$$\partial_\alpha F^{\alpha\beta\gamma} = 0, \tag{4}$$

$$\partial^\mu \widetilde{F}_\mu = 0, \tag{5}$$

где дуальное векторное поле

$$\widetilde{F}_\mu \equiv \frac{1}{3} \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} F^{\alpha\beta\gamma} = \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \partial_\gamma B^{\alpha\beta}.$$

Лагранжиан (1) и уравнение (4) в терминах дуального поля имеют вид

$$L_0 = -\frac{1}{4} \widetilde{F}_\mu \widetilde{F}^\mu, \tag{6}$$

$$\widetilde{F}_{[\mu,\nu]} = 0. \tag{7}$$

Если положить $\widetilde{F}_\mu = \partial_\mu \phi$, то уравнение (7) будет выполнено тождественно, а (5) примет вид $\Box\phi = 0$. Таким образом, классическое АТП второго ранга описывает безмассовые скалярные частицы.

В терминах исходных потенциалов $B_{\mu\nu}$ уравнение (4) имеет «недиагональный» вид:

$$\partial_\alpha \partial^\alpha B^{\beta\gamma} + 2\partial^{[\gamma} \partial_\alpha B^{\alpha|\beta]} = 0.$$

Поэтому на поле $B^{\alpha\beta}$ необходимо наложить дополнительно условие $\partial_\alpha B^{\alpha\beta} = 0$ или, что эквивалентно, добавить к лагранжиану (1) член, фиксирующий калибровку:

$$L_{\text{fix}} = (\partial_\alpha B^{\alpha\beta})^2. \tag{8}$$

Условие инвариантности (8) относительно калибровочных преобразований (3) имеет вид

$$\partial_\alpha \partial^\alpha \Lambda_\beta - \partial_\beta \partial^\alpha \Lambda_\alpha = 0.$$

Легко заметить, что оно само калибровочно инвариантно относительно преобразований $\Lambda_\mu \to \Lambda'_\mu = \Lambda_\mu + \partial_\mu \alpha$, которые также следует фиксировать, например наложением калибровки Лоренца: $\partial_\mu \Lambda^\mu = 0$. В процедуре ковариантного квантования с помощью континуального интеграла это приводит к появлению так называемых «духов для духов» [8].

Рассмотрим теперь взаимодействие АТП с внешним калибровочным гравитационным полем в рамках U_4-геометрии.

2. АТП второго ранга в пространстве U_4

Введение взаимодействия АТП с гравитационным полем может быть осуществлено в рамках схемы минимального взаимодействия путем замены $\partial_\mu \to \nabla_\mu$ в (1), (2).

Ковариантные производные АТП второго ранга имеют вид

$$\begin{aligned} \nabla_\mu B^{\alpha\beta} &= \partial_\mu B^{\alpha\beta} + \Gamma^\alpha{}_{\rho\mu} B^{\rho\beta} + \Gamma^\beta{}_{\rho\mu} B^{\alpha\rho}, \\ \nabla_\mu B^\alpha{}_\beta &= \partial_\mu B^\alpha{}_\beta + \Gamma^\alpha{}_{\rho\mu} B^\rho{}_\beta - \Gamma^\rho{}_{\beta\mu} B^\alpha{}_\rho, \\ \nabla_\mu B_{\alpha\beta} &= \partial_\mu B_{\alpha\beta} - \Gamma^\rho{}_{\alpha\mu} B_{\rho\beta} - \Gamma^\rho{}_{\beta\mu} B_{\alpha\rho}, \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} = \widetilde{\Gamma}^\lambda{}_{\mu\nu} + K^\lambda{}_{\mu\nu}$$

— связность Римана–Картана,

$$\widetilde{\Gamma}^\lambda{}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma})$$

— символы Кристоффеля, а

$$K^\lambda{}_{\mu\nu} = Q_{\mu\nu}{}^\lambda + Q_{\nu\mu}{}^\lambda + Q^\lambda{}_{\mu\nu}$$

— тензор конторсии. Тензор кручения является антисимметричной частью связности:

$$Q^\lambda{}_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda_{[\mu\nu]} \equiv \frac{1}{2}(\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda{}_{\nu\mu}).$$

Обсудим теперь калибровочные преобразования АТП в пространстве Римана–Картана.

Известно, что существует неоднозначность в описании калибровочных преобразований АТП в U_4, поскольку процедура замены частных производных на ковариантные (9) в кинетической части лагранжианов полей, обусловленная требованием общей ковариантности, приводит к появлению контактного взаимодействия кручения с соответствующим потенциалом. Последнее же нарушает обычную калибровочную инвариантность теории тензорного поля, если таковая имелась в M_4. Например, тензор напряженности электромагнитного поля в U_4 принимает вид

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad &\to \\ \to \quad G_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu &= F_{\mu\nu} + 2Q^\lambda{}_{\mu\nu} A_\lambda, \end{aligned} \tag{10}$$

где появляется новый член, который, вообще говоря, следует записывать со своей собственной константой взаимодействия, отличной от электромагнитной и гравитационной.

Аналогичная ситуация складывается и для АТП второго ранга, а именно: если в лагранжиане (1) сделать замену

$$F_{\alpha\beta\gamma} \;\to\; G_{\alpha\beta\gamma} = F_{\alpha\beta\gamma} - 2\sum_{\alpha\beta\gamma} Q^{\lambda}{}_{\alpha\beta} B_{\gamma\lambda}, \qquad (11)$$

то уравнения движения (4),(5) примут вид

$$\widetilde{\nabla}_{\gamma} F^{\gamma\alpha\beta} = 2F^{\mu\nu[\alpha} Q^{\beta]}{}_{\mu\nu},$$

$$\varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \widetilde{\nabla}^{\mu} F^{\alpha\beta\gamma} = 0.$$

Некоторые авторы [9], рассматривавшие общие вопросы квантовой теории поля на фоне U_4, предлагали вообще отказаться от введения взаимодействия кручения с калибровочными полями. Однако подобная модернизация принципа минимального взаимодействия, как было отмечено в работах [10–13], нарушает единообразие введения взаимодействия между гравитационным полем и полями материи.

В работах [12, 13] было предложено модифицировать сами калибровочные преобразования для электромагнитного поля, заменив

$$A_{\mu} \to A'_{\mu} = A_{\mu} + \partial_{\mu}\alpha \qquad (12)$$

на новое соотношение

$$A_{\mu} \to A'_{\mu} = A_{\mu} + \mathrm{e}^{\phi(x)}\, \partial_{\mu}\alpha,$$

где $\phi(x)$ подчиняется уравнению

$$\delta^{\lambda}_{[\mu}\,\partial_{\nu]}\phi = Q^{\lambda}{}_{\mu\nu}. \qquad (13)$$

Тем самым в определение калибровочных преобразований закладывалась информация о геометрии пространства-времени, для того чтобы сохранить инвариантной форму $F_{\mu\nu}$. При этом нетрудно видеть, что функция $\phi(x)$ связана только со следом кручения:

$$\partial_{\mu}\phi(x) = -\frac{2}{3}Q_{\mu} \quad\Longrightarrow\quad \phi(x) = -\frac{2}{3}\oint_{C\in U_4} Q_{\mu}dx^{\mu}.$$

При этом тензор напряженности (13) принимает вид

$$G_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} + \frac{4}{3}Q_{[\mu}A_{\nu]}.$$

Легко заметить, что аналогичная ситуация складывается и для случая АТП второго ранга. Действительно, рассмотрим для $B_{\mu\nu}$ вместо калибровочных преобразований (3) новые:

$$B_{\mu\nu} \to B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} + (\partial_{\mu}\Lambda_{\nu} - \partial_{\nu}\Lambda_{\mu})\,\mathrm{e}^{f(x)}\,.$$

Подстановка их в (11) и учет инвариантности дают уравнение для функции *f(x)*:

$$\sum_{\mu\nu\lambda}(\delta^{[\alpha}{}_{\nu}\partial_{\mu}f(x) + 2Q^{[\alpha}{}_{\mu\nu})\delta^{\beta]}{}_{\lambda} = 0, \qquad (14)$$

аналогичное (13) и также имеющее решение, если кручение выражается через свой след:

$$\partial_{\mu}f(x) = -\frac{4}{3}Q_{\mu} \quad\Longrightarrow\quad f(x) = -\frac{4}{3}\oint_{C\in U_4} Q_{\mu}dx^{\mu}.$$

При этом тензор (11) примет вид

$$G_{\mu\nu\lambda} = F_{\mu\nu\lambda} + \frac{4}{3}\sum_{\mu\nu\lambda} Q_{\mu}B_{\nu\lambda}.$$

Таким образом, для АТП в U_4 аналогично электродинамике можно ввести расширенную калибровочную инвариантность.

Рассмотрим квантование такой модели с учетом введенных модификаций.

3. Поляризация вакуума АТП второго ранга в пространстве Римана–Картана

Выберем действие для $B_{\mu\nu}$ в U_4 в виде

$$S = S_0 + S_{\text{fix}} = \int_{U_4}\Big\{\frac{1}{6}(G_{\mu\nu\lambda})^2 + (\nabla_{\mu}B^{\mu\nu})^2\Big\}\sqrt{-g}\,d^4x, \qquad (15)$$

где $G_{\mu\nu\lambda}$ определено соотношением (11).

Для вычисления вклада поляризации вакуума АТП на фоне U_4 в эффективное действие воспользуемся методом фонового поля [14], в котором для полей любой тензорной размерности эффективное действие в первом порядке по h имеет вид

$$\Gamma[\phi] = S[\phi] + i\,\frac{h}{2}\,\ln(\det\|\widehat{D}\|) + \cdots,$$

где

$$\widehat{D} \equiv \frac{\delta^2 S[\phi]}{\delta\varphi^2}.$$

Воспользуемся хорошо известным результатом [15], из которого следует, что для оператора

$$\widehat{D} = -(\Box + 2S^{\mu}\widetilde{\nabla}_{\mu} + X), \qquad (16)$$

где $\Box = g^{\mu\nu}\widetilde{\nabla}_{\mu}\widetilde{\nabla}_{\nu}\delta_{ij}$, а $S^{\mu} = \{S^{\mu}{}_{ij}\}$ и $X = \{X_{ij}\}$ — некоторые $N\times N$-матрицы, можно записать

$$\{\ln(\det\widehat{D})\}_{\infty} = -\frac{1}{16\pi^2\epsilon}B_4(D),$$

где

$$B_4(D) = \int_{U_4} b_4(x)\sqrt{-g}d^4x, \quad n = 2k, \quad k\in Z,$$

а

$$b_4(D) = \mathrm{Tr}\left\{\frac{1}{6}\Box\left(Z + \frac{\mathbf{I}}{5}\widetilde{R}\right) + \frac{1}{2}\left(Z + \frac{\mathbf{I}}{6}\widetilde{R}\right)^2 + \frac{1}{12}Y_{\mu\nu}Y^{\mu\nu} + \frac{\mathbf{I}}{180}\widetilde{R}_{\alpha\beta\mu\nu}\widetilde{R}^{\alpha\beta\mu\nu} - \frac{\mathbf{I}}{180}\widetilde{R}_{\mu\nu}\widetilde{R}^{\mu\nu}\right\}. \qquad (17)$$

Здесь введены следующие обозначения для $(N \times N)$-матриц: $\mathbf{I} = \delta_{ij}$ — единичная матрица, $Z = X - \widetilde{\nabla}_\mu S^\mu - S^\mu S_\mu$, $Y_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} + G_{\mu\nu}$, где $G_{\mu\nu} = \widetilde{\nabla}_\mu S_\nu - \widetilde{\nabla}_\nu S_\mu + S_\mu S_\nu - S_\nu S_\mu$.

В нашем случае оператор второй вариации $\widehat{D}$ действия принимает вид (16)*)

$$\frac{\delta^2 S}{\delta B_{\alpha\beta}\delta B^{\rho\tau}} = \widetilde{\nabla}_\mu \widetilde{\nabla}^\mu \delta^{[\alpha\beta]}{}_{\rho\tau} + 2S_\mu{}^{\alpha\beta}{}_{\rho\tau}\widetilde{\nabla}^\mu + X^{\alpha\beta}{}_{\rho\tau},$$

где

$$\mathbf{I} = \delta^{[\alpha\beta]}{}_{\rho\tau} = \frac{1}{2}(\delta^\alpha{}_\rho \delta^\beta{}_\tau - \delta^\beta{}_\rho \delta^\alpha{}_\tau),$$

$$\begin{aligned}[S_\mu]^{\alpha\beta}{}_{\rho\tau} = {} & 2\left(Q_{[\rho}^{[\alpha|\mu} - Q^{[\alpha\mu}{}_{[\rho]}\right)\delta^{\beta]}_{\tau]} + \\ & + 2\left(Q^{[\alpha}\delta^{\beta]}_{[\rho} - Q_{[\rho}{}^{\alpha\beta}\right)\delta^\mu{}_{\tau]} + \\ & + 2\left(Q_{[\rho}\delta^{[\alpha}_{\tau]} - Q^{[\alpha}{}_{\rho\tau}\right)g^{\beta]\mu},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X^{\alpha\beta}{}_{\rho\tau} = {} & 2\widetilde{R}^{[\alpha}{}_{[\rho\tau]}{}^{\beta]} - 2\widetilde{R}^{[\alpha}_{[\rho}\delta^{\beta]}_{\tau]} + 8Q^{[\alpha}Q_{[\rho}\delta^{\beta]}_{\tau]} - \\ & -4\left(Q^{[\alpha}Q^{\beta]}{}_{\rho\tau} + Q_{[\tau}{}^{\alpha\beta}Q_{\rho]}\right) + 2Q_\eta{}^{\alpha\beta}Q^\eta{}_{\rho\tau} + \\ & +4Q^{[\alpha}{}_{\mu\nu}Q_{[\rho}{}^{\mu\nu}\delta^{\beta]}_{\tau]} + 8Q^{[\alpha}{}_{[\tau|\mu}Q_{\rho]}{}^{\mu|\beta]} + 4\widetilde{\nabla}_\mu Q_{[\rho}{}^{[\alpha|\mu}\delta^{\beta]}_{\tau]} - \\ & -2\widetilde{\nabla}_{[\tau}Q_{\rho]}{}^{\alpha\beta} + 2\widetilde{\nabla}^{[\alpha}Q^{\beta]}{}_{\rho\tau} - 4\widetilde{\nabla}^{[\alpha}Q_{[\rho}\delta^{\beta]}_{\tau]}.\end{aligned}$$

Коэффициент спектрального разложения $b_4(D)$ рассчитывался по формуле (17) с помощью программного пакета ТЕНЗОР [16], использующего REDUCE 3.4. В случае, когда кручение выражается через свой след, было получено следующее выражение:

$$\begin{aligned}b_4(D) = {} & \frac{133}{30}\widetilde{R}^2_{\mu\nu} - \frac{9}{20}\widetilde{R}^2 - \frac{8}{27}(\nabla_\mu Q^\mu)^2 + \\ & + \frac{64}{81}(Q_\mu)^2(\nabla_\mu Q^\mu) + \frac{16}{9}(\nabla_\mu Q^\nu)(\nabla_\nu Q^\mu) - \\ & - \frac{64}{81}(\nabla_\nu Q_\mu)^2 - \frac{32}{81}(Q_\mu)^4 + \frac{8}{9}\widetilde{R}_{\mu\nu}(\nabla^\mu Q^\nu) - \\ & - \frac{8}{27}\widetilde{R}(Q_\mu)^2 + \frac{16}{27}\widetilde{R}_{\mu\nu}Q^\mu Q^\nu.\end{aligned} \tag{18}$$

Действие духов Фаддеева—Попова, построенное для АТП второго ранга по стандартному алгоритму, само оказывается калибровочно инвариантным относительно преобразований (12), так как это действие для «электромагнитного поля» с антикоммутирующими векторными полями. Поэтому к нему также нужно добавить член, фиксирующий калибровку Лоренца, и написать вклад так называемых «духов для духов» — коммутирующих скаляров [8]. В результате полное действие духов для АТП второго ранга будет иметь вид

$$\begin{aligned}S_{gh} = {} & S_{gh_1} + S_{gh_2} = \\ & = \int\limits_{U_4} \mathrm{e}^{f(x)}\left\{\bar{\eta}_\mu\left(\widetilde{\nabla}_\alpha\widetilde{\nabla}^\alpha\delta^\mu{}_\nu - \widetilde{R}^\mu{}_\nu\right)\eta^\nu + 2\bar{\xi}\tilde{\Box}\xi\right\}\sqrt{-g}\,d^4x.\end{aligned} \tag{19}$$

Вклад духов в эффективное действие $\Gamma[B_{\mu\nu}]$ следует взять с коэффициентами «-2» для S_{gh_1}, так как гауссов функциональный интеграл в этом случае берется по грассмановым переменным, и «$+2$» для S_{gh_2}. Интегралы имеют следующий вид:

$$\int D\bar{\eta}D\eta\,\mathrm{e}^{-\langle\bar{\eta}|\widehat{D}|\eta\rangle} = \left\{\det\widehat{D}\right\}^{\pm 1},$$

где берется знак «+» для антикоммутирующих полей и «−» в противоположном случае. Таким образом, эффективное действие для АТП второго ранга в пространстве U_4 примет вид

$$\Gamma[B_{\mu\nu}] = S[B_{\mu\nu}] - \frac{ih}{32\pi^2\epsilon}\{B_4(D) - 2B_4(D_{gh})\}, \tag{20}$$

где $B_4(D)$ определяется формулой (18), а $B_4(D_{gh})$ - коэффициентом спектрального разложения для электромагнитного поля с духами:

$$b_4(D_{gh}) = \frac{1}{5}\left(\widetilde{R}^2_{\mu\nu} - \frac{1}{3}\widetilde{R}^2\right).$$

Заключение

В данной работе вычислено эффективное действие для антисимметричного тензорного поля второго ранга в пространстве Римана–Картана. Продемонстрированный нами подход может быть распространен на случай АТП более высокого ранга. В последующих публикациях мы уделим этому внимание.

Следует отметить, что выбранное обобщение калибровочных преобразований не является единственным. Однако оно оказывается наиболее удобным, так как в этом случае нет необходимости обобщать соответствующие преобразования для действия духов.

Заметим также, что результат при $Q_\alpha = 0$:

$$\Delta L^{(1)}_{\text{eff}} = \frac{121}{30}\widetilde{R}^2_{\mu\nu} - \frac{19}{60}\widetilde{R}^2$$

отличается от приведенного в работе [17], где исследовалось взаимодействие антисимметричных тензорных полей с гравитацией на фоне псевдориманова пространства.

Литература

1. *Nambu Y.* // Phys. Reports. 1976. **23**. P. 250.
2. *Gliozzi F., Scherk J., Olive D.* // Nucl. Phys. 1977. **B122**. P. 253.
3. *Ivanenko D., Landau L.* // Z. f. Phys. 1928. **48**. P.340; *Kähler E.* // Rend. Semin. Mat. 1962. **21**. P. 425.
4. *Savit R.* // Rev. Mod. Phys. 1980. **52**. P. 453.
5. *Obuchov Yu.N.* // Nucl. Phys. 1983. **B212**. P. 237.
6. *Hayashi K.* // Phys. Lett. 1973. **44B**. P. 497.
7. *Kalb M., Ramond P.* // Phys. Rev. 1974. **D9**. P. 2282.
8. *Tounsend P.K.* // Phys. Lett. 1979. **88B**. P. 97.
9. *Hehl F.W., Heyde P. von der, Kerlick G.D., Nester J.M.* // Rev. Mod. Phys. 1976. **48**. P. 393.
10. *Обухов Ю.Н., Пронин П.И.* // Проблемы гравитации / Под. ред. Д. В. Гальцова. М., 1986. С. 130.

*) Знак перед $\widehat{D}$ не влияет на вид коэффициента (17).

11. *Пономарев В.Н., Сметанин Е.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1978. № 5. С. 29; № 6. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 1978. No.5. P. 25; No.6. P. 1).
12. *Hoiman S., Rosenbaum M., Ryan M.P., Shepley L.C.* // Phys. Rev. 1978. **D17**. P. 3141.
13. *Mukku C., Sayed W.A.* // Phys. Lett. 1979. **82B**. P. 382.
14. *Де'Витт Б.* Динамическая теория групп и полей. М., 1987.
15. *Биррел Н., Девис П.* Квантовые поля в искривленном пространстве-времени. М., 1986.
16. *Pronin P.I., Stepanyantz K.V.* // Proc. Fourth Intern. Workshop on Software Engineering, Artificial Intelligence and Expert Systems for High Energy and Nuclear Physics. World Scientific, 1995. P. 187.
17. *Sezgin E., Nieuwenhuizen P. van* // Phys. Rev. 1980. **D22**. P. 301.

Поступила в редакцию
31.03.97