УДК 533.951; 533.93

МОДУЛЯЦИЯ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ КАК МЕХАНИЗМ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

М. А. Дрофа, Л. С. Кузьменков, С. Г. Максимов

(кафедра теоретической физики)

Показано, что модуляция интенсивности ионизирующего излучения может служить механизмом параметрического возбуждения ленгмюровских колебаний в потоке плазмы.

Как известно [1–3], в плазме с неупругими элементарными процессами, приводящими к медленной (по сравнению с периодом волны) зависимости от времени диэлектрической проницаемости, имеет место поглощение поперечных и продольных волн (см. также [4]). Динамика распространения электромагнитной волны через плазменный слой с быстро возрастающей по времени (по экспоненциальному закону) концентрацией плазмы рассмотрена в работе [5].

Целью настоящей работы является выяснение возможности параметрической раскачки плазменных колебаний в движущейся плазме внешним источником ионизации с периодически изменяющейся интенсивностью.

Ниже показано, что в потоке частично ионизованной плазмы с фотоионизацией периодическая модуляция интенсивности ионизирующего излучения приводит к периодической зависимости концентрации заряженных частиц от времени и координаты x и к возбуждению плазменных колебаний по крайней мере в направлении, перпендикулярном скорости потока плазмы. Возникающая при этом неустойчивость является параметрической [6].

Рассмотрим поток нейтрального газа с концентрацией Z, движущегося с постоянной скоростью $\boldsymbol{V} = (v_x, 0, 0)$. Газ подвергается ионизирующему воздействию внешнего электромагнитного излучения, распределенного с однородной интенсивностью в некоторой области (области ионизации), ограниченной слева плоскостью $x = 0$. В области $x < 0$ газ остается нейтральным. В такой плазме имеют место элементарные процессы фотоионизации нейтральных атомов внешним электромагнитным излучением (не дающим вклада в коллективные электромагнитные поля) и можно пренебречь процессами рекомбинации как значительно более медленными. Изменения возбужденных состояний атомов также не учитываются как несущественные для рассматриваемой задачи.

Для описания динамики системы в области ионизации воспользуемся уравнениями гидродинамики с учетом процессов рождения и уничтожения частиц [4] в низкотемпературном пределе. Для трехкомпонентной плазмы они имеют вид

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial n_0}{\partial t} + \nabla(n_0 \boldsymbol{v}_0) = -\beta(t) n_0, \\
\frac{\partial n_\pm}{\partial t} + \nabla(n_\pm \boldsymbol{v}_\pm) = \beta(t) n_0, \\
n_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_0 \nabla)\right) \boldsymbol{v}_0 = 0, \\
n_\pm \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_\pm \nabla)\right) \boldsymbol{v}_\pm = \pm \frac{e}{m_\pm} \boldsymbol{E} n_\pm + \beta(t) n_0 (\boldsymbol{v}_0 - \boldsymbol{v}_\pm),
\end{gathered} \tag{1}
$$

где величины с индексами «0», «+» и «–» относятся соответственно к нейтральным частицам, ионам и электронам, частота столкновений предполагается малой. Коэффициент β скорости фотоионизации определяется интенсивностью ионизирующего излучения. Представим его в виде

$$
\beta(t) = \beta_0 \left(1 + f(t)\right), \quad |f(t)| < 1.
$$

Система (1) должна рассматриваться совместно с уравнениями поля

$$
\nabla \boldsymbol{E} = 4\pi e(n_+ - n_-), \quad \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + 4\pi e(n_+ \boldsymbol{v}_+ - n_- \boldsymbol{v}_-) = 0
$$

при граничных условиях

$$
\begin{gathered}
n_0(\boldsymbol{r}, t)_{x=0} = Z, \quad n_\pm(\boldsymbol{r}, t)_{x=0} = 0, \\
\boldsymbol{v}_{0,\pm}(\boldsymbol{r}, t)_{x=0} = \boldsymbol{V}.
\end{gathered} \tag{2}
$$

Исследуем динамику коллективных возмущений в линейном по полю $\boldsymbol{E}$ приближении. Найдем сначала концентрацию частиц в отсутствие самосогласованного поля $\boldsymbol{E}$. В этом случае концентрации ионов и электронов совпадают: $N_+(x,t) = N_-(x,t) \equiv N(x,t) = Z - N_0(x,t)$, а для концентрации нейтральных частиц имеем из (1) и (2)

$$
\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x}\right) N_0(x,t) = -\beta(t) N_0(x,t). \tag{3}
$$

Из уравнения (3) получаем

$$
\begin{aligned}
N_0(x,t) &= Z \exp\left(-\frac{\beta_0}{v_x} x - F(t) + F\left(t - \frac{x}{v_x}\right)\right), \\
F(t) &= \beta_0 \int\limits_0^t f(\tau) d\tau.
\end{aligned} \tag{4}
$$

Формулами (4) представлено точное решение системы (1) в условиях квазинейтральности потока плазмы для произвольной зависимости от времени коэффициента фотоионизации. Далее будем полагать, что $f(t)$ является произвольной периодической функцией времени с периодом T. Концентрацию $N_0(x,t)$ в этом случае можно представить в виде

$$N_0(x,t) = \bar{N}_0(x)(1 + C(x,t)), \tag{5}$$

где

$$\bar{N}_0(x) = \frac{1}{T}\int\limits_0^T N_0(x,t)dt,$$

а $C(x,t)$ — функция, периодическая как по времени с периодом T, так и по координате x с периодом Tv_x. Соответственно для заряженных частиц имеем

$$\begin{aligned} N(x,t) &= \bar{N}(x)\left(1 - \frac{\bar{N}_0(x)}{\bar{N}(x)}C(x,t)\right), \\ \bar{N}(x) &= Z - \bar{N}_0(x). \end{aligned} \tag{6}$$

Формулами (4), (5) и (6) определяется динамика потока плазмы в отсутствие коллективных возмущений.

Для исследования на устойчивость такого динамического состояния плазмы представим концентрации и гидродинамические скорости частиц в виде

$$n_{0,\pm}(\boldsymbol{r},t) = N_{0,\pm}(\boldsymbol{r},t) + \delta n_{0,\pm}(\boldsymbol{r},t),$$

$$\boldsymbol{v}_{0,\pm}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{V} + \delta\boldsymbol{v}_{0,\pm}(\boldsymbol{r},t),$$

где $\delta n_\pm \sim |\boldsymbol{E}|$, а $\delta n_0, \delta\boldsymbol{v}_0 = 0$, как это следует из системы (1).

Рассматривая только линейные по полю возмущения, введем новые параметры: $\rho \equiv \delta n_+ - \delta n_-$ и $\boldsymbol{u} \equiv \delta\boldsymbol{v}_+ - \delta\boldsymbol{v}_-$. Тогда из (1) для ленгмюровских колебаний в направлении, перпендикулярном потоку, получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \left(\tfrac{\partial}{\partial t} + v_x\tfrac{\partial}{\partial x}\right)(N(x,t)u_y) &= e\left(\tfrac{1}{m_+} + \tfrac{1}{m_-}\right)E_y N(x,t), \\ \tfrac{\partial E_y}{\partial t} + 4\pi e N(x,t)u_y &= 0, \end{aligned} \tag{7}$$

а для колебаний вдоль потока получаем уравнения

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x\frac{\partial}{\partial x}\right)\rho + \frac{\partial}{\partial x}(N(x,t)u_x) + N(x,t)\frac{\partial}{\partial y}u_y = 0, \\ &\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x\frac{\partial}{\partial x}\right)(N(x,t)u_x) = e\left(\frac{1}{m_+} + \frac{1}{m_-}\right)E_x N(x,t), \\ &\frac{\partial E_x}{\partial t} + 4\pi e(N(x,t)u_x + v_x\rho) = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Покажем, что система (7) имеет нарастающие со временем решения. Из (7) получаем относительно $E_y(x,t)$:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x\frac{\partial}{\partial x}\right)E_y(x,t) + \\ &+\Omega_p(x)\left(1 - \frac{\bar{N}_0(x)}{\bar{N}(x)}C(x,t)\right)E_y(x,t) = 0, \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\Omega_p(x) = 4\pi e^2\left(\frac{1}{m_+} + \frac{1}{m_-}\right)\bar{N}(x)$$

— плазменная частота в точке x. Для доказательства предположим сначала, что достаточно далеко от границы области ионизации, когда $\bar{N}_0(x)/\bar{N}(x) \ll 1$ (сильно ионизованная плазма), существует некоторая точка x_0, в окрестности которой в уравнении (9) можно пренебречь градиентом $E_y(x,t)$. Тогда уравнение (9) без $\partial^2 E_y(x,t)/\partial t\partial x$ будет представлять собой уравнение Хилла с зависимостью от x в качестве параметра. Решение этого уравнения ищем в виде [7]

$$E_y(x,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n(x)\,\mathrm{e}^{-i(n\omega_0-\omega)t}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}.$$

Тогда получаем

$$\begin{aligned} (\Omega_p^2(x) - (n\omega_0 - \omega)^2)E_n(x) &= \Omega_p^2(x)\frac{\bar{N}_0(x)}{\bar{N}(x)}\times \\ &\times\sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{n-m}(x)E_m(x), \end{aligned} \tag{10}$$

где

$$C(x,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(x)\,\mathrm{e}^{-in\omega_0 t}, \quad C_0(x) = 0,$$

а $C_n(x)$ — периодические функции. Рассматривая далее только резонансный случай [6], приходим к уравнению для комплексной частоты:

$$\left(\Omega_p^2(x) - (\omega_0 - \omega)^2\right)\left(\Omega_p^2(x) - \omega^2\right) = \Omega_p^4(x)\eta^2(x),$$

где

$$\eta(x) = \frac{\bar{N}_0(x)}{\bar{N}(x)}|C_1(x)| \ll 1.$$

Значение ω, соответствующее неустойчивому решению уравнения (9) с инкрементом $\gamma(x,\omega_0)$, имеет вид

$$\begin{aligned} \omega &= \tfrac{\omega_0}{2} - i\gamma(x), \\ \gamma(x,\omega_0) &\approx \sqrt{\tfrac{\Omega_p^3(x)}{2\omega_0}\eta^2(x) - \left(\Omega_p(x) - \tfrac{\omega_0}{2}\right)^2}. \end{aligned} \tag{11}$$

Максимальной неустойчивости в точке x_0 соответствует частота модуляции $\omega_0 = 2\Omega_p(x_0)$ (с точностью до членов порядка $\eta(x_0)$). Таким образом, уравнение (9) для электрического поля $E_y(x,t)$ в точке x_0 имеет нарастающее со временем решение:

$$\begin{aligned} E_y(x,t) &= \mathrm{e}^{\gamma(x)t}\times \\ &\times\mathrm{Re}\left(E_0(x)\exp\left(-i\frac{\omega_0}{2}t\right) + E_1(x)\exp\left(i\frac{\omega_0}{2}t\right)\right). \end{aligned} \tag{12}$$

Осталось показать, что существует такая точка x_0, в окрестности которой градиент $E_y(x,t)$ мал. Для этого заметим, что из уравнения (10) следует соотношение для комплексных амплитуд $E_0(x)$ и $E_1(x)$:

$$\frac{E_0(x)}{E_1(x)} = \frac{\bar{N}_0}{\bar{N}(x)}\frac{\Omega_p^2(x)}{\Omega_p^2(x)-\omega^2}C_{-1}(x). \tag{13}$$

С другой стороны, из условия (13), используя (11), легко показать, что $|E_0(x)| = |E_1(x)| \equiv \tilde{E}(x)$, т. е. $E_{0,1}(x) = \tilde{E}(x)\exp(i\Phi_{0,1}(x))$. Таким образом, решение (12) можно представить в виде

$$E_y(x,t) = E(x)\,\mathrm{e}^{\gamma(x)t}\cos\left(\frac{\omega_0}{2}t + \Phi(x)\right), \tag{14}$$

где

$$E(x) \equiv \tilde{E}(x)\cos\left(\frac{\Phi_0(x)-\Phi_1(x)}{2}\right), \qquad \Phi \equiv \frac{\Phi_0(x)+\Phi_1(x)}{2} \tag{15}$$

— произвольные функции (определяемые из начальных условий). Очевидно, начальные условия всегда можно выбрать так, чтобы в точке $x = x_0$ амплитуда $E(x)$ и фаза $\Phi(x)$ достигали экстремальных значений или, в частности, были константами:

$$\left(\frac{dE(x)}{dx}\right)_{x=x_0} = 0, \qquad \left(\frac{d\Phi(x)}{dx}\right)_{x=x_0} = 0.$$

Инкремент $\gamma(x,\omega_0)$ также достигает в точке $x = x_0$ экстремума:

$$\left(\frac{d\gamma(x,\omega_0)}{dx}\right)_{x=x_0} = 0, \qquad \omega_0 = 2\Omega_p(x_0). \tag{16}$$

Условие (16) представляет собой систему уравнений относительно x_0 и ω_0, которая, как легко видеть, всегда разрешима, что и оправдывает сделанное выше предположение относительно возможности пренебрежения градиентом поля $E_y(x,t)$ в окрестности точки x_0.

Приведенные результаты справедливы для любой периодической по времени модуляции интенсивности ионизирующего излучения. Для случая гармонической модуляции ($\beta(t) = \beta_0(1 + A\cos(\omega_0 t))$, $A < 1$) средняя по периоду концентрация $\bar{N}_0(x)$ (при $\boldsymbol{E} = 0$) определяется формулой

$$\bar{N}_0(x) = Z\exp\left(-\frac{\beta_0}{v_x}x\right) I_0\left(2A\frac{\beta_0}{\omega_0}\sin\left(\omega_0\frac{x}{2v_x}\right)\right),$$

а для полной концентрации имеем

$$N_0(x,t) = Z\exp\left(-\frac{\beta_0}{v_x}x - \left\{\sin(\omega_0 t) - \sin\left(\omega_0 t - \omega_0\frac{x}{v_x}\right)\right\}\right).$$

Инкремент неустойчивости в точке x_0 определяется формулой

$$\gamma(x_0) = \frac{1}{2}\Omega_p(x_0)\exp\left(-\frac{\beta_0}{v_x}x_0\right) \times \left| I_1\left(A\frac{\beta_0}{\Omega_p(x_0)}\sin\left(\Omega_p(x_0)\frac{x_0}{v_x}\right)\right)\right|$$

и обращается в нуль в отсутствие потока плазмы ($v_x = 0$), а также при равной нулю амплитуде модуляций ($A = 0$). Система (16) в этом случае выглядит следующим образом:

$$\frac{d}{dx}\left\{\exp\left(-\frac{\beta_0}{v_x}x\right) I_1\left(2A\frac{\beta_0}{\omega_0}\sin\left(\omega_0\frac{x}{2v_x}\right)\right)\right\}_{x=x_0} = 0,$$

$$\omega_0 = 8\pi e^2\left(\frac{1}{m_+}+\frac{1}{m_-}\right) \times Z\left\{1 - \exp\left(-\frac{\beta_0}{v_x}x_0\right) I_0\left(2A\frac{\beta_0}{\omega_0}\sin\left(\omega_0\frac{x_0}{2v_x}\right)\right)\right\}. \tag{17}$$

Область, в которой гармоническая модуляция интенсивности ионизирующего излучения приводит к возбуждению ленгмюровских колебаний в направлении, перпендикулярном потоку плазмы, определяется системой уравнений (17).

Физической причиной неустойчивости являются быстрые осцилляции концентрации заряженных частиц (4)–(6), вызванные периодической модуляцией интенсивности ионизирующего излучения на частоте порядка двух плазменных частот. Как видно из уравнений (8), колебания в направлении, перпендикулярном скорости потока, вызывают колебания в направлении вдоль потока. Таким образом, модуляция интенсивности ионизирующего излучения может служить механизмом возбуждения ленгмюровских колебаний в потоке плазмы. Экспериментальное обнаружение этого явления связано с возможностями реализации указанных выше постановки задачи и ограничений на физические параметры в условиях реального эксперимента.

Литература

1. *Степанов Н.С.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. **19**, № 7. С. 960.
2. *Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И.* Геометрическая оптика неоднородных сред. М., 1980.
3. *Кривицкий В.С.* // ЖЭТФ. 1990. **98**, № 4(10). С. 1292.
4. *Дрофа М.А., Кузьменков Л.С., Максимов С.Г.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 2. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 2. P.1).
5. *Глазов Л.Г., Рухадзе А.А.* // ЖТФ. 1992. **62**, № 3. С.63.
6. *Силин В.П.* Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М., 1973.
7. *Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н.* Курс современного анализа. М., 1962.

Поступила в редакцию
23.06.97