

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.1451

КОВАРИАНТНЫЙ КВАРКОВЫЙ МЕШОК И ВЕКТОРНАЯ АНОМАЛИЯ

К. А. Свешников, И. О. Чередников

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Сформулирован явно ковариантный формализм для гибридных киральных моделей кварковых мешков в 1+1 измерениях. Показано, что в этом подходе эффект перетекания фермионного заряда через границу между фазами является прямым следствием полевых уравнений и граничных условий.

Одной из наиболее принципиальных проблем гибридных киральных моделей кварковых мешков [1,2] является отсутствие явной лоренц-ковариантности, связанное с наличием в теории наряду с квантовыми нетривиальными классическими объектами, таких как поверхность мешка и солитонное решение для мезонной составляющей. Наиболее адекватным способом восстановления явной ковариантности в данном случае является обобщение метода коллективных координат Н.Н. Боголюбова [3], состоящее в ковариантном выделении переменных центра инерции системы непосредственно на квантовом уровне. Чтобы осуществить этот переход, введем операторно-значную функцию $\xi(x, t) = Hx - Pt - L$, где H — полный гамильтониан мешка, L — генератор лоренцевых вращений и P — генератор пространственных трансляций мешка как целого, образующие 1+1-мерную алгебру Пуанкаре

$$[H, P] = 0, \quad [L, P] = i\hbar H, \quad [L, H] = i\hbar P. \quad (1)$$

Под действием преобразований группы Пуанкаре $\xi(x, t)$ ведет себя как действительное скалярное поле $U^+(\Lambda, a)\xi(x)U(\Lambda, a) = \xi(\Lambda^{-1}(x - a))$. Отсюда следует, что при замене $x \rightarrow \xi(x, t)$ любая c -числовая функция от x становится ковариантным оператором по отношению к алгебре (1), что явно восстанавливает лоренц-ковариантность для всех стационарных классических объектов, которые необходимо учесть.

В моделях мешков первым приближением являются конфигурации, стационарные в с.ц.м. мешка. Переход в с.ц.м. для таких полей имеет вид $\phi(x, t) \rightarrow D\Phi(\xi(x, t))$, $U^+(\Lambda, a)DU(\Lambda, a) = S(\Lambda)D$, где $\Phi(\xi)$ — полевые переменные в с.ц.м., а D реализует соответствующее конечномерное представление группы Лоренца. Преобразование производных полей $\partial_\mu \phi$ к инвариантным переменным осуществляется через вычисление коммутаторов с генераторами трансляций $\partial_\mu \rightarrow i/\hbar [P_\mu, \cdot]$. С учетом алгебры (1) можно показать [3], что в терминах $\Phi(\xi)$ дифференциальные операторы ∂_μ становятся операторами

конечных разностей $[\Phi(\xi \pm i\hbar) - \Phi(\xi)]/i\hbar$, где \hbar — эффективная постоянная Планка, входящая в канонические коммутационные соотношения. Таким образом, любой функционал поля ϕ и его первых производных $\partial_\mu \phi$ в терминах полей в с.ц.м. $\Phi(\xi)$ переписывается как $j[\phi(x), \partial_\mu \phi(x)] \rightarrow J[\Phi, \Phi_+, \Phi_-]$, где $\Phi_\pm = \Phi(\xi \pm i\hbar)$. Точно так же уравнения движения, выраженные через $\Phi(\xi)$, содержат $[\Phi(\xi \pm i\hbar) - \Phi(\xi)]/i\hbar$ вместо производных и становятся уравнениями в конечных разностях. Переход к пределу $\hbar \rightarrow 0$ восстанавливает классические локальные уравнения для полей в с.ц.м.

Данный подход позволяет ввести границу мешка без потери ковариантности с помощью разбиения инвариантного ξ -пространства на две части, соответствующие внутреннему и внешнему секторам мешка в с.ц.м. Полное действие мешка представляет собой сумму вкладов от внешнего и внутреннего секторов, а также дополнительных членов, определенных на границе раздела между фазами.

Вычислим поверхностные члены для конечно-разностного действия $A_{\text{left}}[\Phi] = \int_{-\infty}^{\xi_0} d\xi \mathcal{L}[\Phi, \Phi_\pm]$, определенного слева от граничной точки $+\xi_0$, с учетом аналитичности полей в комплексной полосе $|\text{Im}(\xi)| < \hbar$ [4]. В моделях мешков поля в каждом из секторов должны удовлетворять своим уравнениям Лагранжа–Эйлера. Таким образом, условие $\delta A_{\text{left}} = 0$ вместе с уравнением движения приводит к однозначному выделению поверхностного члена $\int_{-\infty}^{\xi_0} d\xi \delta \Delta[\Phi, \Phi_\pm]$, который должен быть исключен с помощью дополнительного граничного действия. Для произвольного действия прямое вычисление дает поверхностный член:

$$\int_{-\infty}^{\xi_0} d\xi \delta \Delta[\Phi] = \int_{\xi_0}^{\xi_0 + i\hbar} d\xi \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \Phi_+} \right)_- \delta \Phi + \int_{\xi_0}^{\xi_0 - i\hbar} d\xi \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \Phi_-} \right)_+ \delta \Phi.$$

Это выражение получено с помощью деформации контуров интегрирования в комплексной ξ -плоскости и использования теоремы Коши. Такая же формула имеет место и для поверхностного члена, соответствующего полям, заданным справа от ξ_0 . То, что граничные условия, связывающие поля с разных сторон от ξ_0 , должны задаваться на мнимом отрезке $[\xi_0 - i\hbar, \xi_0 + i\hbar]$, накладывает значительно более сильные ограничения на поля, чем в локальном случае.

Рассмотрим теперь простейшую конфигурацию, когда слева от ξ_0 находятся безмассовые дираковские фермионы без ароматов с плотностью лагранжиана $\mathcal{L}_f = i\bar{\psi}\partial_\mu\gamma^\mu\psi$, а справа от ξ_0 — действительное скалярное поле с нелинейным самодействием $\mathcal{L}_b = (1/2)(\partial\phi)^2 - V(\phi)$, обладающее солитоноподобным классическим решением. В терминах инвариантных полей действия имеют вид

$$A_f[\Psi, \bar{\Psi}] = -\frac{M}{4\hbar} \int_{-\infty}^{\xi_0} d\xi \bar{\Psi} \left[\gamma^0(2\Psi - \Psi_+ - \Psi_-) - \gamma^1(\Psi_+ - \Psi_-) \right] + (\text{э.с.}),$$

$$A_b[\Phi] = \int_{\xi_0}^{\infty} d\xi \left\{ -\frac{M^2}{4\hbar^2} [(\Phi - \Phi_+)^2 + (\Phi - \Phi_-)^2] - V(\Phi) \right\},$$

где M — полная масса мешка. Кирально инвариантное граничное действие, которое должно быть добавлено к сумме $A_f + A_b$, имеет вид

$$A_{\text{он}} = \frac{M}{2i\hbar} \left(\int_{\xi_0}^{\xi_0+i\hbar} d\xi \bar{R}U_{(-)}^{\gamma_5} L - \int_{\xi_0}^{\xi_0-i\hbar} d\xi \bar{L}U_{(+)}^{\gamma_5} R \right), \quad (2)$$

где $U_{(\pm)}^{\gamma_5} = \exp[i\lambda(\Phi + \Phi_{\pm})\gamma_5/2]$. Здесь использованы правые и левые спиноры R и L , а λ — произвольная безразмерная константа связи. Варьирование (2) с учетом поверхностных членов дает следующие граничные условия для полей:

$$R_- = i\gamma^0 U_{(-)}^{\gamma_5} L, \quad L_+^+ = iR^+ \gamma^0 U_{(-)}^{\gamma_5}, \quad (3)$$

$$\frac{M}{\hbar}(\Phi - \Phi_-) = i\lambda R^+ R_- = i\lambda L_+^+ L$$

на отрезке $[\xi_0, \xi_0 + i\hbar]$ и сопряженные им на $[\xi_0 - i\hbar, \xi_0]$. В пределе $\hbar \rightarrow 0$ мнимый отрезок $[\xi_0 - i\hbar, \xi_0 + i\hbar]$ стягивается в точку ξ_0 и (3) переходит в стандартные условия бозонизации [1,5]. Однако для конечного \hbar эти граничные условия содержат значительно больше информации, а именно: единственность аналитического продолжения через конечный

отрезок полей с разных сторон границы приводит к взаимно-однозначному соответствию между различными полями, что является дальнейшим расширением бозонно-фермионной эквивалентности и накладывает существенные ограничения на динамику полей по обе стороны границы.

Развитый формализм позволяет также легко вычислить так называемую векторную аномалию. В стандартном подходе с помощью регуляризации фермионного тока $j^\mu = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)$ и учета граничных условий устанавливается, что скорость перетекания фермионного заряда из мешка через границу пропорциональна производной по времени от скалярного поля ϕ на границе [5]. В нашем подходе векторный ток дается формулой $J^\mu = (1/2M)\{K_+\bar{\Psi}_-\gamma^\mu\Psi_+ + K_-\bar{\Psi}_+\gamma^\mu\Psi_- + \epsilon^{\mu\nu}[K_-\bar{\Psi}_+\gamma_\nu\Psi_- - K_+\bar{\Psi}_-\gamma_\nu\Psi_+]\}$, где $K_\pm = H \pm P$, и является хорошо определенным оператором вследствие сдвига аргументов в комплексную ξ -плоскость. Скорость утечки фермионного заряда $Q = \int_{-\infty}^{\xi_0} d\xi J^0$ из мешка находим сведением пути интегрирования к граничному отрезку $[\xi_0 - i\hbar, \xi_0 + i\hbar]$ и учета граничных условий (3), что дает

$$\partial_t Q = -\frac{i}{2\hbar\lambda M} \partial_t \left[\int_{\xi_0}^{\xi_0+i\hbar} d\xi K_- \Phi - \int_{\xi_0}^{\xi_0-i\hbar} d\xi K_+ \Phi \right]. \quad (4)$$

Усредняя (4) по состояниям с нулевым полным импульсом $P = 0$, в пределе $\hbar \rightarrow 0$ находим $\langle P = 0 | \partial_t Q | P = 0 \rangle = \lambda^{-1} \partial_t \Phi(\xi_0)$ в соответствии с известным выражением для векторной аномалии [5]. Отметим, что векторная аномалия возникает здесь не как квантово-полевой, а чисто квантовомеханический эффект, будучи прямым следствием конечно-разностной структуры динамики инвариантных полей и задания граничных условий на мнимом отрезке.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 96-02-18097, 96-15-96674) и Санкт-Петербургского конкурсного центра (грант 95-0-6.3-20).

Литература

1. *Rho M.* // Phys. Reports. 1994. **C240**. P. 1
2. *Hosaka A., Toki H.* // Phys. Reports. 1996. **C277**. P. 65.
3. *Sveshnikov K.* // Phys. Lett. 1990. **B136**. P. 1.
4. *Sveshnikov K., Silaev P., Cherednikov I.* // Mod. Phys. Lett. 1997. **A12**. P. 465.
5. *Nadkarni S., Nielsen H.B., Zahed I.* // Nucl. Phys. 1986. **B263**. P. 1.

Поступила в редакцию
22.10.97