УДК 539.12.01

О ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ФОТОНОВ ПРИ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ

А. И. Эль-Гавхари

(*кафедра теоретической физики*)

Получено общее выражение для дифференциального сечения процесса тормозного излучения при электромагнитном рассеянии неполяризованных электронов на поляризованных ядрах с произвольным спином при учете циркулярной поляризации γ-квантов. Показано, что учет поляризации ядра таких процессов открывает возможности для исследования ядерных мультиполей по отдельности.

В последние годы появился ряд теоретических и экспериментальных работ по исследованию поляризованных ядер [1–4]. Такие исследования могут открыть хорошие перспективы для изучения структуры ядер и ядерных взаимодействий. Ориентацию ядер может вызывать магнитное сверхтонкое взаимодействие, а также воздействие сверхнизких температур, когда пространственное вырождение снимается и магнитные подуровни энергетически разделяются.

В экспериментальных исследованиях процессов взаимодействия с ориентированными ядрами имеют дело не с одним ядром, а с ансамблями ядер, в которых заселенности обычно вырожденных магнитных подуровней являются неодинаковыми [5].

Исследование ядер с помощью рассеяния на них электронов является одним из наиболее эффективных методов изучения структуры ядра, поскольку при заданном значении энергии возбуждения можно менять переданный импульс q в широком интервале и таким образом изучать зависимость формфакторов от q^2 [2, 6–8]. При этом использование в таких процессах поляризованной ядерной мишени [9] становится особенно важным, так как поляризация ядра приводит к интерференции ядерных мультиполей $\widetilde{Q}_{xl}\widetilde{Q}^*_{yl}(x,y=C,L,M,E)$ [6], что открывает новые перспективы в изучении структуры ядра.

Настоящая работа, являющаяся развитием [10–13], посвящена изучению процессов тормозного излучения при электромагнитном рассеянии неполяризованных электронов на поляризованных ядрах произвольного спина с учетом циркулярной поляризации γ-квантов:

$$e + A(J_iT_i) \to e' + A^*(J_fT_f) + \gamma. \qquad (1)$$

Здесь J_i, $T_i(J_fT_f)$ — спин и изоспин начального (конечного) состояния ядра. Получено общее выражение для дифференциального сечения процесса (1).

Матричный элемент процесса (1) в низшем порядке теории возмущений можно представить в виде

$$M_{fi} = C_\gamma L^\gamma_\mu J^\gamma_\mu, \qquad (2)$$

где $C_\gamma = \alpha/q^2$, $\alpha = e^2/4\pi$, q^2 — переданный 4-импульс; L^γ_μ и J^γ_μ — электромагнитные лептонные и адронные токи.

Если считать лептоны точечными частицами, то лептонный ток можно представить в виде

$$\begin{aligned} L^\gamma_\mu = e\Big\{&\overline{u}(p')\gamma_\mu u(p)\left[\frac{(\varepsilon p)}{(\chi p)} - \frac{(\varepsilon p')}{(\chi p')}\right] - \\ &-\overline{u}(p')\left[\frac{\gamma_\mu\widehat{\chi}\,\widehat{\varepsilon}}{2(\chi p)} + \frac{\widehat{\varepsilon}\,\widehat{\chi}\gamma_\mu}{2(\chi p')}\right]u(p)\Big\}. \end{aligned} \qquad (3)$$

Здесь $u(p)\,(\overline{u}(p'))$ и $p(p')$ — дираковский спинор и 4-импульс начального (конечного) электрона; $\chi(\varepsilon)$ — 4-импульс (4-вектор поляризации) фотона.

Далее, предполагая справедливость мультипольного разложения для тока перехода ядра $\langle f|J_\mu(q)|i\rangle$, состояние которого полностью определяется значениями спина I_n, изоспина T_n и их проекции M_n и M_{T_n}, где $n = i(f)$ для начального (конечного) состояния, в случае электромагнитного взаимодействия имеем

$$J_\mu = \beta^\tau_\mu (J_\mu)_{\tau M_\tau}; \quad \tau = 0,1; \quad M_\tau = 0; \quad \beta^\tau_\nu = 1. \qquad (4)$$

Для приведенных по спину и изоспину ядерных матричных элементов используем представление [14]:

$$\begin{aligned} &\langle J_f M_f|\widehat{Q}_{IM_I}|J_iM_i\rangle = \\ &= (-)^{J_f - M_f}\begin{pmatrix} J_f & I & J_i \\ -M_f & M_I & M_i\end{pmatrix}\langle J_f\,\|\widehat{Q}_I\|\,J_i\rangle. \end{aligned} \qquad (5)$$

Разлагая адронные токи в ряд по мультипольным операторам, исследуя при этом циклическую систему координат, получим [8, 10–12]

$$\begin{aligned} M^\gamma_{fi} = C_\gamma &\sum_{jM_j}(-)^{J_f-M_f}(2j+1)^{1/2}\begin{pmatrix} J_f & j & J_i \\ -M_f & M_j & M_i\end{pmatrix}\times \\ \times\Big\{&(2\pi)^{1/2}\sum_{\lambda=\pm1} L_\lambda \times \\ &\times\left[\langle J_f\,\|\,\lambda J^{\mathrm{mag}}_i - \widehat{J}^{\mathrm{el}}_i\,\|\,J_i\rangle D^J_{M_j\lambda}(-\varphi^*,-\theta^*,\varphi^*)\right] - \\ &-\left[L_3\langle J_f\,\|\,\widehat{l}_j\,\|\,J_i\rangle - L_0\langle J_f\,\|\,\widehat{m}_j\,\|\,J_i\rangle\right]D^j_{M_j0}(-\varphi^*,\theta^*,\varphi^*)\Big\}. \end{aligned} \qquad (6)$$

Здесь $D^{J_i}_{M_i'M_i}(\theta^*,\varphi^*)$ — D-функция Вигнера, M_i — проекция спина ядра на ось z, θ^* и φ^* — углы, определяющие направление спина ядра в сферической системе координат, в которой ось z совпадает с направлением переданного импульса $\mathbf{q}$.

Мультипольные операторы $\widehat{m}_j, \widehat{l}_j, \widehat{J}^{\rm el}_j, \widehat{J}^{\rm mag}_j$ называются соответственно зарядовым, продольным, поперечным электрическим и поперечным магнитным векторными мультипольными операторами, квантовое число j определяется из правила отбора $|J_f - -J_i| \leqslant j \leqslant J_f + J_i$.

В случае, когда тормозной фотон вылетает по направлению импульса начального электрона, дифференциальное сечение процесса (1) дается выражением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{e'}dE_\gamma} = \frac{\alpha}{\pi}\,\xi\,\frac{d\sigma}{d\Omega_{e'}}. \tag{7}$$

Здесь

$$\xi = \frac{E^2}{E_\gamma(E-E_\gamma)^2}\times$$
$$\times\left[\left(\frac{E-E_\gamma}{E}\right)\left(2\ln\frac{2E}{m}-1\right)+\left(\frac{E_\gamma}{E}\right)^2\ln\frac{2E}{m}\right],$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega_{e'}} &= 4\pi\sigma_M f^{-1}_{\rm rec}\times\\
&\times\sum_{\tau\tau'}\begin{pmatrix} T_f & \tau & T_i\\ -M_{T_f} & 0 & M_{T_i}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_f & \tau' & T_i\\ -M_{T_f} & 0 & M_{T_i}\end{pmatrix}\times\\
&\times\Bigg\{\sum_{j\geqslant 0} f^i_j P_j(\cos\theta^*)(V_L W^j_L + V_T W^j_T)+\\
&+\sum_{j\geqslant 2}\Big[f^i_j P^2_j(\cos\theta^*)\cos(2\varphi^*)V_{TT}W^j_{TT}+\\
&\qquad +P^1_j(\cos\theta^*)\cos\varphi^* V_{TL}W^j_{TL}\Big]+\\
&+s_\gamma\Big[\sum_{j\geqslant 1} f^i_j P_j(\cos\theta^*)V_{T'}W^j_{T'}+\\
&+\sum_{j\geqslant 1} f^i_j P^1_j(\cos\theta^*)\cos\varphi^* V_{TL'}W^j_{TL'}\Big]\times\\
&\qquad\times\frac{1}{\xi E}\left(1-2\ln\frac{2E}{m}+\frac{E_\gamma}{E}\ln\frac{2E}{m}\right)\Bigg\},
\end{aligned} \tag{8}$$

где $\sigma_M = \{Z\alpha\cos(\theta/2)/[2E\sin^2(\theta/2)]\}^2$ — моттовское сечение рассеяния; θ — угол рассеяния; $f_{\rm rec} = 1 + (2E/M_{\rm nucl})\sin^2\theta/2$ — функция, учитывающая отдачу ядра; $M_{\rm nucl}$ — масса ядра; $P^m_j(\cos\theta^*)$ — присоединенные полиномы Лежандра; f^i_j — функция Фано [5]; $s_\gamma = \pm 1$ — спиральность фотона. Лептонные функции V_i ($i = L, T, TT, \ldots$) определены следующим образом:

$$\begin{aligned}
V_L &= (q^2_\mu/\mathbf{q}^2);\\
V_T &= \frac{1}{2}(q^2_\mu/\mathbf{q}^2)\,\mathrm{tg}^2(\theta/2);\\
V_{TT} &= -\frac{1}{2}(q^2_\mu/\mathbf{q}^2);\\
V_{TL} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(q^2_\mu/\mathbf{q}^2)\left((q^2_\mu/\mathbf{q}^2)+\mathrm{tg}^2(\theta/2)\right)^{1/2};\\
V_{T'} &= -\,\mathrm{tg}(\theta/2)\left((q^2_\mu/\mathbf{q}^2)+\mathrm{tg}^2(\theta/2)\right);\\
V_{TL'} &= \frac{1}{\sqrt{2}} - (q^2_\mu/\mathbf{q}^2)\,\mathrm{tg}(\theta/2),
\end{aligned} \tag{9}$$

где $E_\gamma(E)$ — энергия фотона (электрона).

Адронные функции W^j_l ($l = L, T, TL', \ldots$), входящие в дифференциальное сечение (8), даются формулами [8, 10]:

$$\begin{aligned}
W^l_L &= \sum_{jj'} p^+_{jj'}A^l_{00}F_{cj}F_{cj'};\\
W^l_T &= \sum_{jj'} A^l_{-1,1}\Big[p^+_{jj'}(F_{Ej}F_{Ej'}+F_{Mj}F_{Mj'})+\\
&\qquad +p^-_{jj'}(F_{Ej'}F_{Mj}-F_{Mj'}F_{Ej})\Big];\\
W^l_{TL} &= \sum_{jj'} A^l_{1,0}F_{cj'}(p^+_{jj'}F_{Mj}+p^-_{jj'}F_{Ej});\\
W^l_{TT} &= -\sum_{jj'}\Big[p^+_{jj'}(F_{Ej}F_{Ej'}+F_{Mj}F_{Mj'})-\\
&\qquad -p^-_{jj'}(F_{Ej}F_{Mj'}-F_{Mj}F_{Ej'})\Big];\\
W^l_{T'} &= -W^l_T;\quad W^l_{TL'} = W^l_{TL},
\end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
p^+_{jj'} &= \frac{1}{2}(-)^{(1/2)(j'-j)}(1+(-)^{j'+j});\\
p^-_{jj'} &= \frac{1}{2}(-)^{(1/2)(j'-j+1)}(1-(-)^{j'+j});\\
A^l_{m,m'} &= (-)^{J_i+J_f}[j'][j][l]\left(\frac{(l-M)!}{(l+M)!}\right)^{1/2}\times\\
&\qquad\times\begin{pmatrix} j' & j & l\\ m' & m & M\end{pmatrix}\begin{Bmatrix} j' & j & l\\ J_i & J_i & J_f\end{Bmatrix}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Здесь $[j] = \sqrt{2j+1}$, $[j'] = \sqrt{2j'+1}$, $[l] = \sqrt{2l+1}$.

Формула (8) является наиболее общей для дифференциального сечения тормозного излучения фотона при рассеянии электронов на поляризованных ядрах и обобщает результаты [13] на случай поляризации ядра мишени [12]. В формуле (8) члены, пропорциональные f^i_0, дают дифференциальное сечение тормозного излучения фотона при рассеянии электрона на неполяризованной ядерной мишени, причем характеристики тормозного излучения в этом случае определяются двумя адронными функциями: W_L^0 и W_T^0, которые зависят только от квадратов матричных элементов кулоновского и поперечных электрического и магнитного векторных мультипольных операторов различного ранга. В дальнейшем мы будем интересоваться случаем, когда $p(J_i = M_i) = 1$ (100%-я поляризация ядра).

Перейдем к случаю рассеяния электрона на поляризованной ядерной мишени со спином $J_i = J_f = 1$ (без учета круговой поляризации фотона), при котором разрешенными мультипольными операторами являются $\widehat{Q}_{c0}$, $\widehat{Q}_{c2}$ и $\widehat{Q}_{M1}$. Определим следующую величину:

$$R = \frac{d\sigma(\varphi^* = 0, \theta^* = \pi/2) - d\sigma(\varphi^* = \pi, \theta^* = \pi/2)}{d\sigma(\varphi^* = 0, \theta^* = \pi/2) + d\sigma(\varphi^* = \pi, \theta^* = \pi/2)}, \tag{12}$$

т. е. ориентационная ось направлена по или против оси x ($\varphi^* = 0$, $\theta^* = \pi/2$; $\varphi^* = \pi$, $\theta^* = \pi/2$). Тогда из (8) можно получить следующее выражение для R:

$$R \propto V_{TL} W_{TL}^l = f_2^l V_{TL} F_{M1} F_{C2}. \tag{13}$$

Величина R, как видно, определяется лишь интерференцией вида $F_{M1}F_{C2}$. В этом случае различие в сечениях $d\sigma(\varphi^* = 0)$ и $d\sigma(\varphi^* = \pi)$ возникает в основном за счет интерференционного члена, который отсутствует при рассеянии на неполяризованных ядрах.

Из (8) можно определить еще одну величину. Рассмотрим степень циркулярной поляризации фотонов, определяемую формулой

$$p_\gamma = \frac{d\sigma(s_\gamma = 1) - d\sigma(s_\gamma = -1)}{d\sigma(s_\gamma = 1) + d\sigma(s_\gamma = -1)} = \frac{\Delta}{\Sigma}, \tag{14}$$

которая в случае неполяризованной ядерной мишени тождественно равна нулю. Поэтому отклонение значения этой величины от нуля прямо пропорционально вкладам интерференции мультиполей Q_{M1}, Q_{C0}, Q_{C2}.

В случае поляризованного ядра мишени возьмем ядро с $J_i = J_f = 1$. Тогда Δ описывается выражением

$$\begin{aligned} \Delta \propto f_1^l (V_{T'} P_1(\cos\theta^*) W_{T'}^1 + \\ + V_{TL'} P_1^1(\cos\theta^*) \cos\varphi^* W_{TL'}^1). \end{aligned} \tag{15}$$

Здесь

$$\begin{aligned} W_{T'}^1 &= -\frac{3}{2\sqrt{2}} F_{M1}^2, \\ W_{TL'}^1 &= -2\sqrt{3}\, F_{M1} \left(F_{C0} + \frac{1}{2\sqrt{2}} F_{C2} \right). \end{aligned} \tag{16}$$

Рассмотрим следующие случаи.

А. Ориентационная ось перпендикулярна к плоскости рассеяния ($\theta^* = \varphi^* = \pi/2$), тогда

$$P_\gamma = \left(\frac{\Delta}{\Sigma}\right)_N = 0. \tag{17}$$

Б. Ориентационная ось направлена по или против оси x ($\varphi^* = 0$, $\theta^* = \pi/2$; $\varphi^* = \pi$, $\theta^* = \pi/2$), тогда

$$P_\gamma^{S,L} \propto W_{TL'}^1 = F_{M1} \left(F_{C0} + \frac{1}{2\sqrt{2}} F_{C2} \right). \tag{18}$$

Величина P_γ, как видно из (18), в длинноволновом приближении определяется лишь интерференцией вида $F_{M1}F_{C0}$.

Таким образом, из выражений (13)–(18), которые содержат интерференции матричных элементов кулоновского и поперечных мультиполей, видно, что учет поляризации ядра в таких процессах открывает возможности для исследования по отдельности этих матричных элементов F_{M1}, F_{C0}, F_{C2} как функций от переданного импульса.

Литература

1. *Фигнер М.* Ориентация короткоживущих радиоактивных ядер. Современные методы ядерной спектроскопии. М., 1984. С. 90–131.
2. *Donnelly T.W., Raskin A.S.* // Ann. of Phys. (N. Y.). 1986. **169**. P. 247.
3. *Самсоненко Н.В., Усман М.Д., Невский А.Д.* и др. // Изв. вузов, Физика. 1993. № 1. С. 36.
4. *Авдеева Т.М., Калашников Ю.А.* // Изв. РАН, сер. физ. 1995. **59**, № 5. С. 38.
5. *Fano U.* // Phys. Rev. 1953. **90**. P. 577.
6. *Donnely T.W.* Polarization Degree of Freedom in Electron Scattering from Nuclei. N. Y., 1986. P. 151–212.
7. *Ализаде В.Н.* // Изв. АН СССР, сер. физ. 1989. **53**, № 1. С. 127.
8. *Керимов Б.К., Муалла Т., Эль-Гавхари А.И.* // Матер. научн. конф. Отделения ядерной физики АН СССР по фундаментальным взаимодействиям элементарных частиц (26–29.11.1990).
9. *Изосимов И.Н., Наумов Ю.В.* // ЭЧАЯ. 1987. **18**. С. 249.
10. *Зухейр Аль-Мамма, Самсоненко Н.В., Эль-Гавхари А.И.* Деп. ВИНИТИ № 9151 В-87 от 29.12.87.
11. *Усман Адаму, Зухейр Аль-Мамма, Эль-Гавхари А.И.* и др. // Матер. XI конф. УДН: Математика. Физика. Химия. 1988. С. 12.
12. *Усман Адаму, Самсоненко Н.В., Эль-Гавхари А.И.* // Там же. С. 12.
13. *Усман Адаму, Зухейр Аль-Мамма, Самсоненко Н.В, Эль-Гавхари А.И.* // Матер. XXIII конф. УДН. 1987. С. 6.
14. *Варщалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.* Квантовая теория углового момента. Л., 1975.

Поступила в редакцию
15.09.97