

## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.241.13

## МОДУЛЯЦИЯ СВЕТА АКУСТИЧЕСКИМИ ВОЛНАМИ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ ПРИ СИЛЬНОМ АКУСТООПТИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

В. И. Балакший, И. А. Нагасва

(кафедра физики колебаний)

Теоретически исследована дифракция света на амплитудно-модулированной акустической волне в режиме сильного акустооптического взаимодействия. Проведен расчет эффективности дифракции для модулятора брэгговского типа. Показано, что при большой частоте модуляции из-за нарушения симметрии акустооптической связи эффективность дифракции может достигать 94% даже для сфокусированного светового пучка.

**Введение**

Принцип действия акустооптических (АО) модуляторов света основан на том, что с помощью акустических волн можно управлять различными параметрами световой волны, такими как амплитуда, фаза, частота и поляризация [1]. В зависимости от того, каким параметром световой волны надо управлять, возможны различные виды АО-модуляторов: амплитудные, фазовые и т. д. Из всего многообразия модуляторов в настоящее время исследованы и находят применение лишь некоторые виды. К наиболее важным относится широкополосный амплитудный модулятор, в котором используется бегущая ультразвуковая волна. Работа такого модулятора основана на зависимости интенсивности дифрагированного света от амплитуды акустической волны.

Строгий расчет модулятора сводится фактически к решению задачи о дифракции светового пучка на амплитудно-модулированной акустической волне. Эта задача сама по себе не является новой, она рассматривалась многими авторами [2–7], однако ранее расчеты выполнялись в приближении слабого АО-взаимодействия, когда эффективность дифракции не превышает 10%. В данной работе рассматривается модуляция света в режиме сильного взаимодействия. Для модулятора брэгговского типа исследована зависимость эффективности дифракции от параметров модулирующей ячейки и управляющего сигнала, проанализированы возникающие при модуляции нелинейные искажения.

**1. Основные соотношения**

При малой эффективности дифракции АО-взаимодействие является линейным. Поэтому, решая задачу АО-модуляции света, можно воспользоваться принципом суперпозиции. При этом световой и акустический пучки разлагаются в спектр по плоским монохроматическим волнам, учитывается взаимодействие каждой спектральной составляющей, а все парциальные дифрагированные волны на выходе АО-ячейки суммируются [1, 6, 8]. Более интересен с приклад-

ной точки зрения режим сильного АО-взаимодействия, но его анализ представляет большие трудности, поскольку в этом режиме дифракционная задача становится нелинейной по звуку. Причина заключается в том, что в сильном акустическом поле фотоны светового пучка могут испытать многократное рассеяние на фонах прежде, чем выйдут из АО-ячейки. Вследствие этого дифракционный спектр существенно обогащается. Даже при брэгговской дифракции нулевой и первый порядки могут содержать много дифракционных максимумов, количество которых растет с увеличением акустической мощности. Все максимумы черпают энергию из одного и того же падающего светового пучка, поэтому возникает эффект конкуренции дифрагированных мод, из-за которого интенсивность света в каждом отдельном максимуме зависит от интенсивности в других.

Учитывая, что по свету дифракционная задача всегда является линейной, рассмотрим сначала дифракцию плоской световой волны. Предположим, что в изотропной среде, ограниченной плоскостями  $x = 0$  и  $x = l$ , распространяется по оси  $z$  амплитудно-модулированная акустическая волна

$$a(z, t) = a_0 [1 + m \cos(\Omega_m t - K_m z)] \times \exp[j(\Omega_0 t - K_0 z)], \quad (1)$$

где  $a_0$  — амплитуда,  $m$  — глубина модуляции,  $\Omega_m = 2\pi f_m$  — частота модуляции,  $\Omega_0 = 2\pi f_0$  — частота несущей,  $K_m = \Omega_m/v$  и  $K_0 = \Omega_0/v$  — волновые числа,  $v$  — скорость звука. Спектр акустического поля содержит три составляющие: центральную с амплитудой  $a_0$  и частотой  $\Omega_0$  и две боковые с амплитудами  $a_0 m/2$  и частотами  $\Omega_0 \pm \Omega_m$ . Проходя через акустическое поле, свет дифрагирует на всех трех составляющих. При этом на первом этапе рассеяния рождаются дифрагированные волны первого порядка с частотами  $\omega + \Omega_0$  и  $\omega + \Omega_0 \pm \Omega_m$ , где  $\omega$  — частота падающего света. На втором этапе брэгговского рассеяния рождаются волны нулевого порядка с частотами  $\omega \pm 2\Omega_m$ ,  $\omega \pm \Omega_m$  и  $\omega$ . Третий этап

рассеяния добавит в спектре первого порядка частоты  $\omega + \Omega_0 \pm 3\Omega_m$  и т.д. Нетрудно видеть, что при таком характере рассеяния на выходе из АО-ячейки сформируется оптический спектр, состоящий из эквидистантно расположенных частот:  $\omega \pm i\Omega_m$  — в нулевом и  $\omega + \Omega_0 \pm i\Omega_m$  — в первом порядке, где  $i$  — целые числа. Можно утверждать, что независимо от того, на каком этапе рассеяния образуется тот или иной дифракционный уровень, он будет связан только с тремя другими уровнями. Например, на уровень первого порядка  $(1, i)$  свет будет рассеиваться только с уровней нулевого порядка  $(0, i)$ ,  $(0, i+1)$  и  $(0, i-1)$ , а на уровень нулевого порядка  $(0, i)$  — с уровней  $(1, i)$ ,  $(1, i+1)$  и  $(1, i-1)$ . Следовательно, система уравнений, описывающих брэгговскую дифракцию света на амплитудно-модулированном звуке (1), будет иметь вид

$$\begin{cases} 2\frac{dC_{0i}}{dx} = q \left[ C_{1i} \exp(j\eta_{ii}x) + \frac{m}{2} C_{1,i+1} \exp(j\eta_{i,i+1}x) + \frac{m}{2} C_{1,i-1} \exp(j\eta_{i,i-1}x) \right], \\ 2\frac{dC_{1i}}{dx} = -q \left[ C_{0i} \exp(-j\eta_{ii}x) + \frac{m}{2} C_{0,i-1} \exp(-j\eta_{i-1,i}x) + \frac{m}{2} C_{0,i+1} \exp(-j\eta_{i+1,i}x) \right], \end{cases} \quad (2)$$

где  $C_{0i}$  и  $C_{1i}$  — относительные амплитуды спектральных компонент нулевого и первого порядков,  $q$  — коэффициент связи, пропорциональный амплитуде акустической волны  $a_0$  [1]. Параметры  $\eta_{ik}$  определяют расстройку  $i$ -го уровня нулевого порядка и  $k$ -го уровня первого порядка. В случае изотропной дифракции для расстроек можно получить следующее выражение:

$$\eta_{ik} = \frac{2\pi f_0}{v} [1 + (k-i)F] \left\{ \theta + \frac{\lambda f_0}{2nv} [1 + (k+i)F] \right\},$$

где  $\theta$  — угол падения световой волны на АО-ячейку,  $\lambda$  — длина волны света,  $n$  — показатель преломления,  $F = f_m/f_0$  — нормированная частота модуляции. Уравнения (2)–(3) решаются с естественными граничными условиями:  $C_{0i}(x=0) = \delta_{0i}$ ,  $C_{1i}(x=0) = 0$ . Количество уравнений, которое должно быть учтено при расчете, зависит от значений параметра Рамана–Ната  $V = ql$  и волнового параметра  $Q = \lambda l f_0^2 / nv^2$  [1].

Быстродействие АО-модулятора определяется временем, за которое ультразвуковая волна пересечет световой пучок [1]. Следовательно, для получения высокого быстродействия необходимо предельно уменьшить размеры области АО-взаимодействия, т.е. использовать сильно сфокусированный световой пучок. При этом для обеспечения наибольшей полосы модуляции перетяжка пучка должна находиться в центре области взаимодействия, в плоскости  $x = l/2$ .

Будем считать для определенности, что на АО-ячейку под углом  $\theta_0$  падает гауссов пучок. Тогда спектр света на входе в ячейку будет иметь вид

$$U(\theta) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} u_0 d \exp \left[ -\frac{\pi^2 d^2 n^2}{4\lambda^2} (\theta - \theta_0)^2 \right] \times \exp \left[ -j \frac{\pi n l}{2\lambda} \theta^2 \right], \quad (4)$$

где  $u_0$  — амплитуда,  $d$  — диаметр пучка в перетяжке. При дифракции ограниченного светового пучка дифракционные уровни уширяются. Если ширина пучка  $d$  меньше пространственного периода модуляции  $\Lambda_m = 2\pi/K_m$ , то дифракционные максимумы в каждом порядке перекрываются. Вследствие этого возникают биения на разностных частотах  $i\Omega_m$ , что и приводит к модуляции интенсивности дифрагированного излучения.

Определим интегральную эффективность дифракции  $\xi$  как отношение мощности дифрагированного излучения первого порядка к мощности падающего света. Тогда можно записать:

$$\xi(t) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \sum_i U(\theta^{(i)}) C_{1i}(\theta^{(i)}) \exp[j\Omega_0 t(1+iF)] \right|^2 d\theta_d}{\int_{-\infty}^{\infty} |U(\theta)|^2 d\theta}, \quad (5)$$

где  $\theta_d$  — углы на выходе АО-ячейки. Комплексные амплитуды  $C_{1i}(\theta)$  определяются из решения системы (2)–(3) при  $x = l$ . В выражении (5) надо дополнительно учесть сдвиг пространственного спектра света в процессе дифракции:

$$\theta^{(i)} = \theta_d - \frac{\lambda}{\Lambda_0 n} (1+iF), \quad (6)$$

где  $\Lambda_0 = v/f_0$  — длина волны ультразвука. Подставив (4) и (6) в (5), получим

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \left| \sum_i \exp \left[ -\frac{\pi^2 D^2}{16} (\Theta_d - \Theta_0 - 2 - 2iF)^2 \right] \times \right. \\ &\times \exp \left[ -j \frac{\pi Q}{8} (\Theta_d - 2 - 2iF)^2 \right] \times \\ &\left. \times C_{1i}(\Theta^{(i)}) \exp[j\Omega_0 t(1+iF)] \right|^2 d\Theta_d. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь для удобства численного расчета введены безразмерные параметры:

$$D = \frac{d}{\Lambda_0}; \quad \Theta_0 = \frac{\theta_0}{\left| \theta_B^{(is)} \right|}; \quad \Theta_d = \frac{\theta_d}{\left| \theta_B^{(is)} \right|},$$

где  $\theta_B^{(is)} = -\lambda/2n\Lambda_0$  — угол Брэгга при изотропной дифракции. Выражение (7) позволяет детально проанализировать работу АО-модулятора.

## 2. Результаты расчета

Брэгговский режим дифракции обычно определяется условием  $Q > 2$ , поскольку при выполнении этого условия в первый порядок может быть рассеяно более 95% падающего света [1]. Представленные ниже результаты получены при  $Q = 8$ , поэтому пренебрежение в расчете высокими порядками (2-м, 3-м и т.д.) является вполне обоснованным. Рассмотрен наиболее интересный вариант, когда угол падения  $\theta_0$  равен углу Брэгга на частоте  $F_0$ :  $\theta_0 = -\lambda f_0/2nv$ ,  $\Theta_0 = -1$ . При расчете дифракционного спектра использовалось до 17 уравнений системы (2)–(3), что обеспечило высокую точность расчета (ошибка не более 1%).

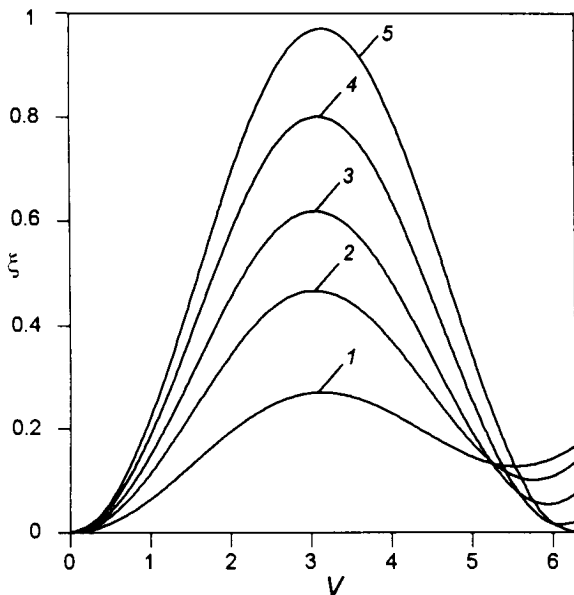


Рис. 1. Зависимость интегральной эффективности дифракции от параметра Рамана–Ната при отсутствии модуляции:  $D = 2$  (1), 4 (2), 6 (3), 10 (4) и 30 (5)

На рис. 1 представлена зависимость интегральной эффективности дифракции  $\xi$  от параметра Рамана–Ната  $V$  при отсутствии модуляции ( $m = 0$ ). В отличие от брэгговского рассеяния плоской световой волны [1] здесь эффективность дифракции уже не достигает единицы, причем чем сильнее фокусирован световой пучок, тем меньше максимальное значение  $\xi_m$ . Причиной этого является нарушение условия фазового синхронизма при АО-взаимодействии. В расходящемся световом пучке присутствуют плосковолновые компоненты с различными направлениями волновой нормали в пределах угла расходимости  $\varphi_L$ , тогда как условие фазового синхронизма может быть выполнено только для одной из них. Для остальных будет существовать расстройка  $\eta$ , уменьшающая эффективность рассеяния света.

Чем больше  $\varphi_L$ , тем сильнее проявляется этот эффект. При этом важны не столько абсолютные значения  $\varphi_L$ , сколько соотношение расходимостей светового ( $\varphi_L$ ) и акустического ( $\varphi_S$ ) пучков, т. е. значение параметра Гордона  $G = \varphi_L/\varphi_S$  [1]. В данном случае  $G = 4Q/\pi D$ . Плосковолновое приближение получается при  $G \rightarrow 0$ . А при  $G > 1$  эффективность дифракции падает по закону  $\xi \sim G^{-1}$ .

Кривые рис. 1 можно рассматривать как модуляционные характеристики АО-модулятора, рассчитанные для заданной ширины светового пучка  $D$ . Положение рабочей точки на характеристике определяется значением параметра  $V$ . Из рис. 1 ясно, что наименьших искажений при аналоговой модуляции света следует ожидать, когда  $V \approx \pi/2$ . Этот случай иллюстрирует рис. 2, на котором представлены временные отклики модулятора на гармоническое воздействие при разной глубине модуляции амплитуды акустической волны. Расчет выполнен для сильно сфокусированного светового пучка ( $D = 2$ ) и двух значений частоты модуляции: низкой ( $F = 1/1000$ , штриховые кривые *a*) и высокой ( $F = 1/15$ , сплошные кривые *b*). Прямыми 1 и 2 отмечены уровни эффективности дифракции, соответствующие значениям  $V = \pi$  и  $V = \pi/2$  на модуляционной характеристике.

Случай  $F = 1/1000$  можно рассматривать как квазистатический режим работы модулятора, поскольку при этом пространственный период модуляции  $\Lambda_m$  в 500 раз превосходит ширину светового пучка. Относящиеся к данному случаю кривые *a* имеют вполне объяснимый вид. При малой глубине модуляции интенсивность дифрагированного света меняется по гармоническому закону (кривая 3*a*).

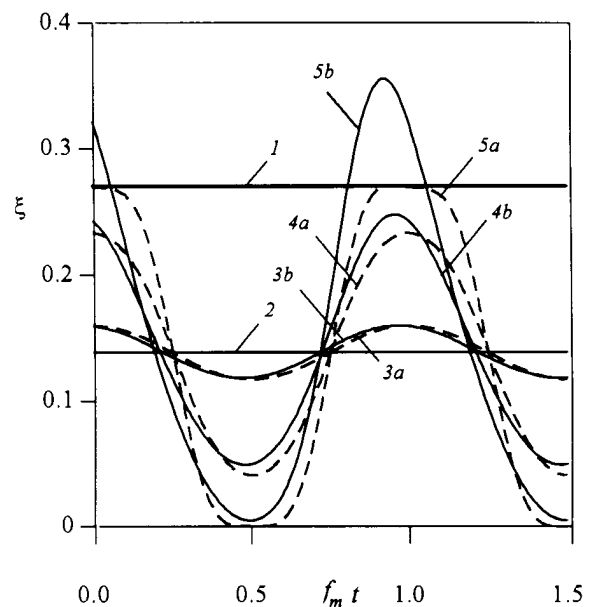


Рис. 2. Зависимость интегральной эффективности дифракции от времени для  $F = 1/1000$  (a) и  $1/15$  (b):  $m = 0$ ,  $V = \pi$  (1);  $m = 0$ ,  $V = \pi/2$  (2);  $m = 0, 1$ ,  $V = \pi/2$  (3);  $m = 0, 5$ ,  $V = \pi/2$  (4) и  $m = 1$ ,  $V = \pi/2$  (5)

С увеличением  $m$  появляются искажения, обусловленные нелинейностью модуляционной характеристики (кривая 4a), а при  $m = 1$  форма модуляции света приближается к меандру (кривая 5a). Однако при любых значениях  $V$  и  $m$  эффективность дифракции не превышает максимального значения  $\xi_m$  на модуляционной характеристике (т.е. уровня прямой 1).

Иначе обстоит дело в случае высокой частоты модуляции. Малая глубина модуляции дает тот же эффект, что и квазистатика (кривая 3b). Но при больших  $m$  зависимость  $\xi(t)$  имеет существенно другой вид (кривая 5b). Главная особенность заключается в том, что на части периода модуляции эффективность дифракции может значительно превосходить  $\xi_m$ . Это особенно хорошо видно на рис. 3, где для фиксированного значения  $m = 1$  показано, как меняется  $\xi(t)$  при изменении положения рабочей точки. Если рабочая точка выбрана в максимуме модуляционной характеристики, то, как и следовало ожидать, в квазистатическом случае форма модуляции света далека от синусоидальной — в спектре выходного сигнала присутствуют сильные гармоники (кривая 4a). В случае высокой частоты модуляции искажений меньше, но, главное, пиковое значение эффективности дифракции  $\xi_{\max}$  достигает 0,6, что в 2,3 раза превосходит  $\xi_m$  (кривая 4b). Можно отметить также, что это значение достигается раньше того момента времени  $f_m t = 1$ , когда в сечении светового пучка мощность ультразвука становится максимальной. Подобный эффект был экспериментально обнаружен авторами работы [9] при импульсной модуляции света в режиме сильного АО-взаимодействия. Причиной его является нарушение симметрии АО-связи между волнами первого и нулевого порядков в нестационарном

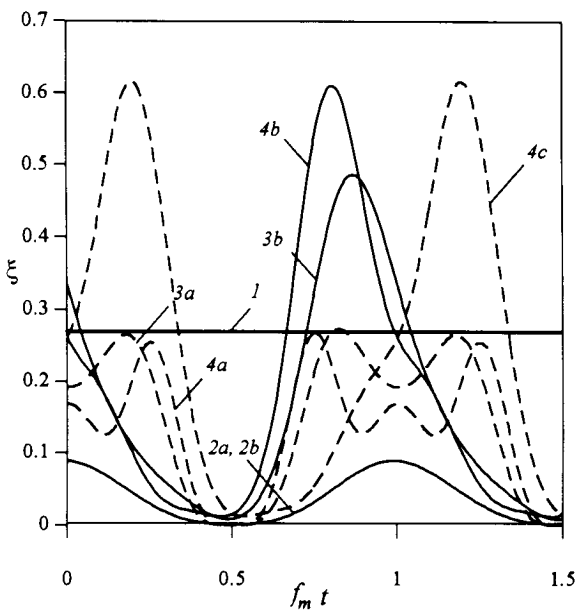


Рис. 3. Временной отклик модулятора при  $F = 1/1000$  (a) и  $1/15$  (b, c):  $V = \pi$ ,  $m = 0$  (1);  $V = 0, 2\pi$ ,  $m = 1$  (2);  $V = 0, 7\pi$ ,  $m = 1$  (3);  $V = \pi$ ,  $m = 1$  (4)

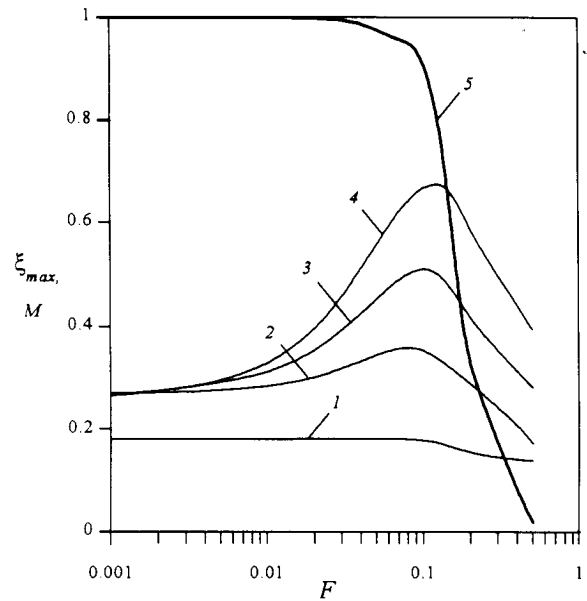


Рис. 4. Зависимость  $\xi_{\max}$  (1-4) и  $M$  (5) от нормированной частоты модуляции:  $V = \pi/2$ ,  $m = 0, 2$  (1);  $V = \pi/2$ ,  $m = 1$  (2);  $V = 0, 7\pi$ ,  $m = 1$  (3);  $V = \pi$ ,  $m = 1$  (4)

акустическом поле. Если рассеяние света происходит в  $+1$ -й порядок, то при увеличении мощности ультразвука свет дифрагирует в область с меньшей плотностью акустической мощности. Обратная перекачка света в нулевой порядок здесь затруднена. Вследствие этого интенсивность дифрагированного света нарастает быстрее и на некоторое время может существенно превысить стационарное значение. Если же рассеяние света происходит в  $-1$ -й порядок, то аналогичный эффект должен наблюдаться на той части периода модуляции, когда происходит уменьшение мощности ультразвука. Кривая 4c, относящаяся к  $-1$ -му порядку, подтверждает этот вывод. Видно, что она является зеркальным отражением кривой 4b.

На рис. 4 кривыми 1-4 представлена зависимость  $\xi_{\max}(F)$  для различных значений  $m$  и  $V$ . При малой глубине модуляции (кривая 1) частотная характеристика равномерна во всем диапазоне работы модулятора до частот, на которых пространственный период модуляции  $\Lambda_m$  становится сравнимым с шириной светового пучка  $d$ . Спад на характеристике обусловлен усреднением модуляции по апертуре пучка. При  $d = \Lambda_m$  величина  $\xi_{\max}$  снижается до стационарного значения  $\xi_m$ , а глубина модуляции света  $M$  (кривая 5) падает до нуля. Увеличение  $m$  приводит к неравномерности частотной характеристики в области высоких частот и подчеркиванию высокочастотных составляющих оптического спектра (кривые 2-4).

### Заключение

Проведенный в работе расчет дифракции света на амплитудно-модулированной акустической волне показал, что в режиме сильного АО-взаимодействия частотная характеристика модулятора становится неравномерной. На высоких частотах вблизи границы полосы модуляции эффективность дифракции

возрастает и может в несколько раз превысить стационарный уровень. Чем выше быстродействие модулятора, тем сильнее проявляется этот эффект. Такая особенность частотной характеристики обусловлена нарушением симметрии АО-связи между нулевым и первым порядками дифракции в нестационарном акустическом поле.

#### Литература

1. Балакиев В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М., 1985.
2. Gordon E.I. // Appl. Opt. 1966. 5, No. 10. P. 1629.
3. Maydan D. // IEEE J. Quant. Electron. 1970. QE-6, No. 1. P. 15.

4. Johnson R.V. // Appl. Opt. 1977. 16, No. 2. P. 507.
5. Балакиев В.И., Парыгин В.Н. // Радиотехн. и электроника. 1980. 25, №9. С. 1957.
6. Балакиев В.И. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1982. №1. С. 43 (Moscow University Phys. Bull. 1982. No. 1. P. 46).
7. Балакиев В.И. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1981. 45, №3. С. 636.
8. Балакиев В.И. // Радиотехн. и электроника. 1984. 29, №8. С. 1610.
9. Магдич Л.Н., Молчанов В.Я. // ЖТФ. 1977. 47, №5. С. 1068.

Поступила в редакцию  
19.12.97

## ГЕОФИЗИКА

УДК 551.511.32:536.758

### МОДЕЛИРОВАНИЕ КЛИМАТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО ПОДХОДА

В. П. Юшков

(кафедра физики атмосферы)

Для описания климатического состояния предлагается ввести в систему уравнений, описывающих климатическую изменчивость, понятие вероятности. Проведен критический анализ используемых методов климатического моделирования и показана необходимость перехода от динамического к динамико-статистическому описанию. Для определения сохраняющихся характеристик движения введена бесконечная цепочка масштабов. Формулируется тезис о том, что для выделения из всех возможных движений внутри системы тех, для которых выполняются законы сохранения, необходимо определить характеристики возможных распределений вероятности в форме операторов.

#### Введение

Исследования глобального климата Земли опираются на представление о весьма широком спектре изменчивости как в пространстве, так и во времени практически всех геофизических процессов: атмосферных, океанических, литосферных, криосферных, космических. Сложность численного моделирования сразу многих процессов разных масштабов и весьма неудовлетворительные результаты таких попыток подводят к мысли о бесперспективности чисто детерминированного подхода к исследованию климата. Если полагать цепочку временных и пространственных масштабов взаимодействующих процессов бесконечной, то нужно заранее отказаться от стремления включить все геофизические процессы в описание климата. Более пристальное внимание следует уделить взаимосвязи процессов соседних масштабов. Обычно, когда говорят о цепочке масштабов, подразумевают (может быть, неявно), что описание ведется на таком масштабе, для которого меньший масштаб является бесконечно малым или больший — бесконечно большим. В то же время постепенное изменение временного или пространственного масштаба исследуемых процессов приводит к необходимости пересмотра предельных условий, заложенных в выбранное описание в тех случаях, когда эти условия перестают выполняться.

Хорошо известное определение климата как статистического ансамбля состояний [1] выдвигает на передний план вероятностный подход к анализу климатических процессов, тогда как наиболее сложные модели климата — модели общей циркуляции атмосферы и океана — являются, по существу, динамическими. По замыслу автора, объединить эти два подхода можно. Для этого надо снова рассмотреть основные, казалось бы очевидные, положения климатического моделирования и проанализировать недостатки используемых в настоящее время подходов.

В предыдущей работе [2] был предложен путь в рамках возврата к кинетическим уравнениям, в настоящей статье продолжен поиск подходящего статистического описания климатической системы.

#### Постановка проблемы

Климатическая система — яркий и очень важный пример существенно неравновесной и структурированной среды. Нерегулярная изменчивость этой системы является ее неотъемлемым свойством, а не следствием неполного учета динамических процессов.

То, что гидродинамический подход к описанию климатического состояния неприемлем, интуитивно понятно многим. Серьезная критика динамических