

ко его «приливные» вариации, тогда как значительно больший по масштабу эффект еще не был замечен.

О влиянии на магнитные поля небесных тел дифференциальных потоков в их недрах уже много говорилось выше. Одной из главных причин появления этих потоков являются температурные градиенты. Восходящие потоки из более горячих центральных областей (как и нисходящее движение остывшего вещества) порождают благодаря вращению планеты и потоки в широтном направлении, но все это в среднем (по времени) не приводит к нарушениям осевой симметрии. Приливные же силы, вообще говоря, как раз и порождают такие нарушения, что и может повлечь за собой отклонение магнитной оси от географической.

#### Литература

1. *Larmor J.* // Rev. Brit. Ass. Adv. Sci. 1910. P. 159.
2. *Френкель Я.И.* // Изв. АН СССР, сер. физ. 1947. 11, No. 6. С. 587.

3. *Sutherland W.* // *Terrestr. Magn. and Atm. Electr.* 1903. **8**. P. 49; 1904. **9**. P. 167.
4. *Лебедев П.Н.* // Журн. Русск. физ.-хим. о-ва, Физ. отд. 1911. **43**. С. 484.
5. *Swann W., Langacre F.G.* // *J. Franclin Inst.* 1928. **205**, No. 4. P. 421.
6. *Григорьев В.И., Григорьева Е.В., Ростовский В.С.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1989. №5. С. 45 (*Moscow University Phys. Bull.* 1989. No. 5. P. 43).
7. *Paul Craig* // *Phys. Rev. Lett.* 1969. **22**, No. 14. P. 81.
8. *Григорьев В.И., Григорьева Е.В.* Бароэлектрический эффект и электромагнитные поля планет и звезд. М., 1975.
9. *Григорьева Е.В.* // Изв. АН СССР, Физика Земли. 1990. №10. С. 24.
10. *Григорьев В.И., Григорьева Е.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1991. №5. С. 68; 1995. № 1. С. 61 (*Moscow University Phys. Bull.* 1991. No. 5. P. 66; 1995. No. 1. P. 56).

Поступила в редакцию  
11.11.97

## АСТРОНОМИЯ

УДК 521.13

### О СУЩЕСТВОВАНИИ ОБЪЕКТОВ ПОЯСА КОЙПЕРА, СВЯЗАННЫХ ОРБИТАЛЬНЫМИ РЕЗОНАНСАМИ С НЕПТУНОМ

И. А. Герасимов, Б. Р. Мушайлов

(ГАИШ)

На базе ограниченной эллиптической задачи трех тел с учетом вековых возмущений от Урана, Сатурна и Юпитера оценены характеристики орбит и областей устойчивого существования занептунных объектов, находящихся в орбитальной соизмеримости с Нептуном.

#### Введение

Существование занептунного пояса было предсказано К. Эджеверсом (1949) и Дж. Койпером (1951). Пояс Койпера располагается на расстоянии  $\sim 40 \div 60$  а.е. от Солнца [1, 2]. Суммарная масса тел этого пояса сопоставима с массой Земли. Первый объект (1992 QB1) был обнаружен в 1992 г. на расстоянии 42 а.е. от Солнца. В 1993 г. было найдено еще несколько занептунных объектов с большими полуосями орбит  $32, 3 \leq a \leq 43, 8$  а.е., эксцентриситетами  $e \leq 0,07$  и наклонениями орбит  $i \leq 8^\circ$ . Их диаметры составляют от 100 до 280 км. В 1997 г. было известно о существовании уже более 30 объектов пояса Койпера с большими полуосями орбит от 35 до 48 а.е. Эксцентриситеты орбит этих тел оказались малыми, а их диаметры составили  $100 \div 300$  км. Из некоторых оценок следует, что диаметры наибольших объектов пояса Койпера могут достигать 1000 км [3, 4].

При определенных предположениях можно считать, что вследствие гравитационного влияния наиболее крупных тел занептунного пояса и гравитационного влияния планет-гигантов отдельные тела

пояса Койпера за время существования Солнечной системы могли мигрировать из центральной и внешней областей этого пояса в его внутреннюю часть. А большинство тел с эксцентриситетами  $e \geq 0,1$  могло мигрировать из внутренней части занептунного пояса к орбите Нептуна и далее к Солнцу. Конкретные оценки масс мигрирующего вещества из занептунного пояса зависят от распределения тел этого пояса по их массам и элементам орбит, которое в настоящее время неизвестно [5, 6].

Занептунные объекты могут существовать достаточно длительное время, если элементы их орбит соответствуют областям устойчивых движений (областям орбитальной устойчивости). На существование подобных «зон устойчивости» значительное влияние (имеющее определяющий характер) оказывает наличие орбитальных резонансов с планетами-гигантами, и прежде всего с Нептуном.

В поясе Койпера могут сохраняться либрационные устойчивые объекты [7, 8]. Их устойчивость обусловливается отсутствием «сближений» — существованием ненулевой нижней границы расстояния меж-

ду возмущающим телом (Нептуном) и «либрационным объектом».

Описание динамической эволюции занептунных объектов в первом приближении может быть проведено в рамках внешнего варианта ограниченной эллиптической задачи трех тел при учете орбитальных резонансов низших порядков [9,10]. Особенность рассматриваемой при этом двухчастотной динамической системы, для которой выполняется резонансное соотношение между собственной — невозмущенной — частотой и частотой внешней возмущающей силы, связана с наличием определенного соотношения между интегралами движения, что в свою очередь приводит к вырождению системы [11, 12].

Даже незначительные изменения (за счет возмущений) резонансных частот вблизи сепаратрисы системы, где период либрации стремится к бесконечности, могут вызвать существенные изменения фазы возмущения, что обуславливает локальную неустойчивость и высокую чувствительность системы к начальным условиям. Однако заметная неустойчивость в динамической системе с малым параметром  $\mu$ , когда значительное влияние должны оказывать и негравитационные эффекты взаимодействий (для системы Солнце–Нептун–занептунный объект:  $\mu_{\Psi} = 5,17 \times 10^{-5}$  — масса Нептуна, выраженная в единицах массы Солнца), может развиться лишь на временах, существенно превышающих  $1/\mu$  ( $t_{cr} \leq 1/\mu^2$ ). При  $\mu = \mu_{\Psi}$  величина  $t_{cr}$  порядка 10 млрд лет, следовательно, интерпретация динамической эволюции занептунных тел является корректной в рамках концепции «частичной детерминированности» на основе гравитационной резонансной задачи трех тел, когда применение строго обоснованных асимптотических методов позволяет построить аналитическое решение, интерпретирующее орбитальную эволюцию указанных гравитирующих небесно-механических тел [13, 14].

### Эволюционные орбиты

Рассмотрим модель, в которой занептунный объект ( $P$ ) представляет собой материальную точку, пассивно гравитирующую в поле тяготения Солнца ( $P_0$ ). Возмущающее тело — Нептун ( $P'$ ) предполагается движущимся по эллиптической орбите с постоянным эксцентриситетом  $e'$ , выбираемым, согласно [15, 16], из интервала (0,0055; 0,015). При этом считается, что  $P$  и  $P'$  связаны орбитальной соизмеримостью, так что в начальный момент времени  $t_0$  выполняется неравенство

$$|(k+l)n - kn'| \leq \sqrt{\mu_{\Psi}} \mathbf{O}[1],$$

в котором  $n, n'$  — средние движения  $P$  и  $P'$ ,  $k, l \in \mathbf{N}$  — соответственно кратность и порядок двухчастотного резонанса (рис. 1, а). Учитывая, что амплитуда резонансного эффекта уменьшается с ростом порядка резонанса [17,18], ограничимся в дальнейшем случаями резонансов низших порядков ( $l \leq 3$ ).

Следует отметить, что суммарная полоса резонансного эффекта ( $\Delta_{res}$ ) при  $l = \overline{1,3}$ ,  $k = \overline{1,4}$  фактически перекрывает весь «пояс Койпера» ( $\Delta_K$ ):  $\Delta_{res}/\Delta_K = \mathbf{O}[1]$  (см. рис. 1). Поэтому выделение лишь резонансных занептунных объектов является достаточно правомерным.

Будем рассматривать движения, происходящие в одной плоскости, т. е. пренебрежем наклоном мгновенной плоскости орбиты  $P$  к плоскости орбиты  $P'$ , и учтем вековые (нерезонансные) возмущения, обусловленные гравитационным влиянием Урана, Сатурна и Юпитера, предполагая, что их орбиты круговые.

Постоянную Гаусса и большую полуось ( $a'$ ) орбиты Нептуна примем за единицу (для элементов орбиты  $P$  будем употреблять общепринятые обозначения, а элементы  $P'$  — отмечать штрихом).

Аналитическое решение, описывающее эволюцию всех орбитальных элементов пассивно гравитирующего тела  $P$  (занептунного объекта) в рамках ограниченного эллиптического варианта задачи трех тел с учетом сторонних возмущений от « $N$ -тел», было получено в работах [13, 19] в случае линдбладовских резонансов. При этом было установлено, что в переменных  $x, y$ , связанных с элементами орбиты  $P$  выражениями

$$x = \sqrt{2\xi} \cos \eta, \quad y = \sqrt{2\xi} \sin \eta, \quad \xi = \frac{1}{2} \frac{(p-p_0)^2 + q^2}{E^2},$$

$$\eta = (k+1)(M+\omega) - kM' - \arctg \frac{q}{p-p_0}, \quad (1)$$

в которых

$$p = e \cos \omega, \quad q = e \sin \omega,$$

$$E = \left[ \frac{k}{k+1} \sqrt{1 + \mu_{\Psi}} \right]^{1/6}, \quad p_0 = e' \frac{\Phi_{1k}}{\Phi_{2k}},$$

$$\Phi_{1k} = \frac{1}{2} (\alpha D + 2(k+1)) L_{1/2}^{(k+1)}(\alpha),$$

$$\Phi_{2k} = \frac{1}{2} (\alpha D + 2k + 1) L_{1/2}^{(k)}(\alpha) - \frac{1}{2} \alpha^{-2} \delta_{k,1},$$

решение исходной задачи приводится к интегрированию автономной канонической системы уравнений с одной степенью свободы:

$$\frac{dx}{d\tau} = F'_y, \quad \frac{dy}{d\tau} = -F'_x, \quad (2)$$

имеющей гамильтониан

$$F = (x^2 + y^2)^2 + A(x^2 + y^2) + Bx. \quad (3)$$

Здесь  $\tau = \tau_0 t$ ,  $\tau_0 = (3/8)[(k+1)/k]^2 E^8$ ,  $B = \mu_{\Psi}(E\alpha/\tau_0)\Phi_{2k}$ ,  $\alpha = E^4$ ,  $D = d/d\alpha$  — дифференциальный оператор,  $L_{1/2}^{(k)}$  — коэффициент Лапласа,  $\delta_{k,1}$  — символ Кронекера,  $A = [4/(k+1)]\{\sqrt{\gamma} - E^{-2} + C_0\}$  — интеграл вида

$$\sqrt{\gamma} + C_0 = \sqrt{a} - \frac{k+1}{2} \left[ \left( u - \frac{p_0}{E} \right)^2 + v^2 \right], \quad (4)$$

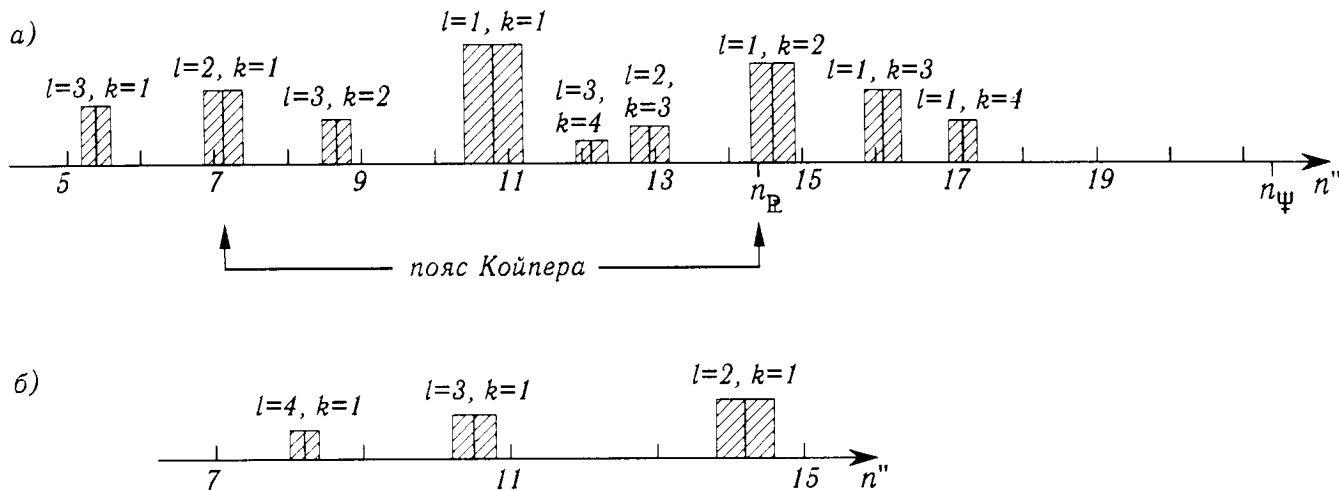


Рис. 1. Расположение резонансных зон различного порядка ( $l$ ) и кратности ( $k$ ), отвечающих «внешней соизмеримости» с Нептуном (занептунному поясу) (а) и с Ураном (б). Эффективные зоны резонансов заштрихованы

$$C_0 = \frac{1}{8\pi_0} \sum_{i=1}^3 \frac{m_i}{a_i} \beta_i [L_{1/2}^{(0)}(\beta_i) + \beta_i D L_{1/2}^{(0)}(\beta_i)], \quad \beta_i = \frac{a_i}{\gamma},$$

где  $u = \sqrt{r} \cos \omega$ ,  $v = -\sqrt{r} \sin \omega$ ,  $r = 2\sqrt{a}(1 - \sqrt{1 - e^2})$ ,  $m_i$  и  $a_i$  ( $i = 1, 3$ ) — соответственно массы и большие полуоси орбит Урана, Сатурна и Юпитера (в выбранной ранее системе единиц):

$$m_1 = 4,36 \cdot 10^{-5}, \quad m_2 = 2,86 \cdot 10^{-4}, \quad m_3 = 9,55 \cdot 10^{-4}, \\ a_1 = 0,639, \quad a_2 = 0,316, \quad a_3 = 0,172.$$

Интегрирование (2) приводит к представлениям

$$x = \frac{1}{2b_1} [\wp(\tau + w) + \wp(\tau - w) - b_2], \\ y = -\frac{i}{2b_1} [\wp(\tau + w) - \wp(\tau - w)],$$

в которых  $i^2 = -1$ ,  $b_1 = 2B$ ,  $b_2 = (2/3)(4C - A^2)$ ,  $C + F = 0$ ,  $\wp$  — мероморфная функция Вейерштрасса с вещественными инвариантами

$$g_2 = 3b_2^2 - 4b_1b_3, \quad g_3 = 2b_1b_2b_3 - b_1^2b_4 - b_2^3,$$

при этом  $b_3 = -AB$ ,  $b_4 = -B^2$ ,  $w = iw^*$  — комплексная постоянная, определяемая выражениями

$$\wp(2w^*; g_2, -g_3) = -\frac{b_2}{2}, \quad \wp'(2w^*; g_2, -g_3) = -2B^2.$$

Орбитальные элементы  $a, e, w$  занептунного объекта  $P$ , согласно работе [14], связаны с переменными (1) следующими выражениями:

$$a = \left\{ \sqrt{\gamma} + C_0 + \frac{k+1}{2E^2} \sum_{j=1}^2 Z_j^2 \right\}^2,$$

$$e = \left[ \sum_{j=1}^2 (Z_j + \Pi_j)^2 \right]^{1/2},$$

$$\omega = \omega_0 + \Theta - \arctg \left[ \frac{Z_2 + \Pi_2}{Z_1 + \Pi_1} \right],$$

$$\Theta = 4\pi n + v't + 4 \arctg \left[ \text{th} \frac{\pi w^*}{2\bar{\omega}} \text{ctg} \frac{\pi \tau_0 t}{2\bar{\omega}} \right] +$$

$$+ 8 \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\bar{q}^{2lm}}{m} \text{sh} \frac{\pi m w^*}{\bar{\omega}} \sin \frac{\pi m \tau_0 t}{\bar{\omega}}.$$

Здесь  $Z_j, \Pi_j$  ( $j = 1, 2$ ) — компоненты векторов  $\mathbf{Z}, \mathbf{\Pi}$ :

$$\{\mathbf{Z}\} = (xE, yE), \quad \{\mathbf{\Pi}\} = (p_0 \cos \Theta, p_0 \sin \Theta);$$

$$\omega_0 = \omega(t=0),$$

$$v' = -2A + 4\zeta(w^*; g_2, -g_3) - \frac{[\wp(w) - \wp(2w)]^2}{B^2} +$$

$$+ 4 \frac{w^*}{\bar{\omega}} \zeta(\bar{\omega}) + 2C_0 \left\{ 4\tau_0(2 + C_0) + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^3 \frac{m_i}{a_i} \beta_i^2 [2D L_{1/2}^{(0)}(\beta_i) + \beta_i D^2 L_{1/2}^{(0)}(\beta_i)] \right\},$$

$\zeta$  — дзета-функция Вейерштрасса,  $\bar{\omega}$  — вещественный период  $\wp$ -функции,  $\bar{q} = q_1 = \exp[-\pi\bar{\omega}/\bar{\omega}]$ , когда дискриминант  $\Gamma$  характеристического уравнения  $4\wp^3 - g_2\wp - g_3 = 0$  больше либо равен нулю, и  $\bar{q} = i\sqrt{q_1}$  ( $i^2 = -1$ ), когда  $\Gamma < 0$ . Основные периоды  $\wp$ -функции:  $2\omega_1 = 2\bar{\omega}$ ,  $2\omega_3 = i2\tilde{\omega}$  — при  $\Gamma \geq 0$ , и  $2\omega_1 = \bar{\omega} - i\tilde{\omega}$ ,  $2\omega_3 = \bar{\omega} + i\tilde{\omega}$  — при  $\Gamma < 0$  (т.е.  $\bar{\omega} = \omega_1 + \omega_3$  при  $\Gamma < 0$ ).

Для переменных  $Z_j$  ( $j = 1, 2$ ), как следует из (2) и (3), при  $\Re = 8A^3 + 27B^2 < 0$ , т. е.  $\gamma < \gamma_1$ , где

$$\gamma_1 = \left\{ E^{-2} - C_0 - \frac{3}{8}(k+1)B^{2/3} \right\}^2,$$

существуют три стационарных решения:  $Z_1^{(1)} > Z_1^{(2)} > 0$ ,  $Z_1^{(3)} < 0$  ( $Z_2^{(i)} \equiv 0$ ,  $i = \overline{1,3}$ ). Стационарные точки  $(Z_1^{(2)}, 0)$ ,  $(Z_1^{(3)}, 0)$  устойчивы по Ляпунову («устойчивые центры»), а  $(Z_1^{(1)}, 0)$  — неустойчива («седло»). При  $\Re = 0$  ( $\gamma = \gamma_1$ )  $Z_1^{(1,2)} = -Z_1^{(3)}/2 = (1/2)EB^{2/3}$  и стационарная точка  $(Z_1^{(3)}, 0)$  устойчива (типа «центр»), а точки  $(Z_1^{(1,2)}, 0)$  неустойчивы. В случае  $\Re < 0$  ( $\gamma > \gamma_1$ ) стационарные точки  $(Z_1^{(1,2)}, 0)$  будут комплексно сопряженными корнями, а стационарная точка  $(Z_1^{(3)}, 0)$  представляет собой «устойчивый центр».

Стационарные решения  $(Z_1^{(i)}, 0)$ ,  $i = \overline{1,3}$ , в переменных  $p, q$  соответствуют семействам решений, определяемых уравнениями

$$(p - p_0)^2 + q^2 = [Z_1^{(i)}]^2, \quad i = \overline{1,3}.$$

При  $\Re \geq 0$  стационарные решения канонической системы (2) на плоскости ( $p = e \cos \omega$ ,  $q = e \sin \omega$ ) представляют собой концентрические окружности с центром в  $p_0$  (при  $e' = 0,015$ ) и радиусами  $|Z_1^{(i)}|$ ,  $i = \overline{1,3}$  (рис. 2). При этом окружность 1 определяет область (множество точек) неустойчивого стационарного решения, а окружности 2 и 3 — области устойчивых решений (при  $\Re = 0$  окружности 1 и 2 являются множествами точек, соответствующих неустойчивым стационарным решениям; при  $\gamma > \gamma_1$  окружность радиуса  $|Z_1^{(3)}|$  задает область устойчивого стационарного решения).

Из интеграла (4) с учетом (1) для стационарных значений большой полуоси и эксцентриситета орбиты занептунного объекта  $P$  имеем

$$a_{i \text{ stat}} = \left\{ \sqrt{\gamma} + C_0 + \frac{k+1}{2} \left( \frac{Z_1^{(i)}}{E} \right)^2 \right\}^2,$$

$$e_{i \text{ stat}} = \left\{ [Z_1^{(1)}]^2 + 2|Z_1^{(1)}|p_0 \cos(S) + p_0^2 \right\}^{1/2}, \quad i = \overline{1,3},$$

где  $\cos(S) = \frac{p - p_0}{\sqrt{q^2 + (p - p_0)^2}}$ .

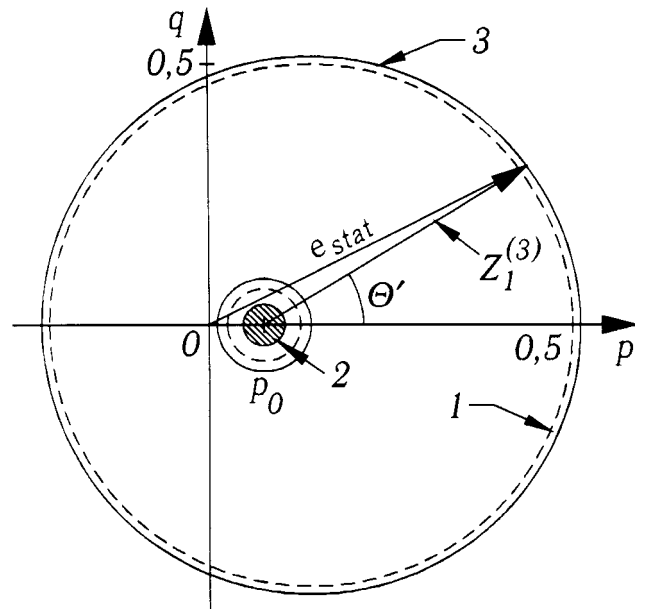


Рис. 2. Стационарные решения на плоскости  $p = e \cos \omega$ ,  $q = e \sin \omega$  при  $\Re > 0$ . Номера окружностей отвечают индексам стационарных решений  $(Z_1^{(i)}, 0)$ ,  $i = \overline{1,3}$ . При  $i = 1, 2$   $\Theta = \Theta'$ , а в случае  $i = 3$   $\Theta = \pi + \Theta'$ ,  $\Theta' = \arctg[q/(p - p_0)]$ . Область локализации решений  $Z_1^{(2)}$  отмечена штриховкой, а области локализации решений  $Z_1^{(1,3)}$  заключены между окружностями с одностипными изображениями

Следовательно,  $39,95 \leq a_{2 \text{ stat}} \leq 47,20$  а.е. Стационарные значения эксцентриситетов  $2\pi$ -периодичны по переменной  $S$ , являющейся линейной функцией времени. Аргумент перицентра стационарной орбиты  $P$ , как следует из рис. 2, может (в зависимости от начальных условий) совершать как либрационные, так и циркуляционные движения. В случае циркуляции (решения  $Z_1^{(1,3)}$ ) диапазон вариации эксцентриситета  $\Delta e_{\text{stat}} = 2p_0$ , поэтому согласно приведенной таблице максимальный диапазон изменения  $\Delta e_{\text{stat}}$  реализуется при кратности резонанса  $k = 1$ .

$k$	1	2	3	4	5
$p_0 \cdot 10^2$	4,679	1,308	1,362	1,392	1,410

Из (1) для скорости изменения аргумента перицентра ( $\dot{\omega}$ ) стационарного решения  $(Z_1^{(i)}, 0)$ ,  $i = \overline{1,3}$ , нетрудно установить справедливость следующего выражения:

$$\left( \frac{\dot{\omega}}{\omega} \right)_{\text{stat}} = \left( \frac{Z_1^{(i)}}{e_{i \text{ stat}}} \right)^2 \left( 1 + \frac{p_0}{Z_1^{(i)}} \cos(S) \right),$$

из которого следует, что с увеличением эксцентриситета  $e'$  орбиты Нептуна имеет место рост  $\dot{\omega}_{\text{max}}$ , что при прочих равных условиях увеличивает вероятность «сближений». С другой стороны, максимальное значение  $\dot{\omega}_{\text{stat}}$  достигается, когда эксцентриситет  $e$  минимален, а следовательно, это обстоятельство уменьшает вероятность «сближений». При приближении орбиты  $P$  к точной соизмеримости аргумент перицентра «стабилизируется» ( $\dot{\omega}_{\text{stat}} \rightarrow 0$ ).

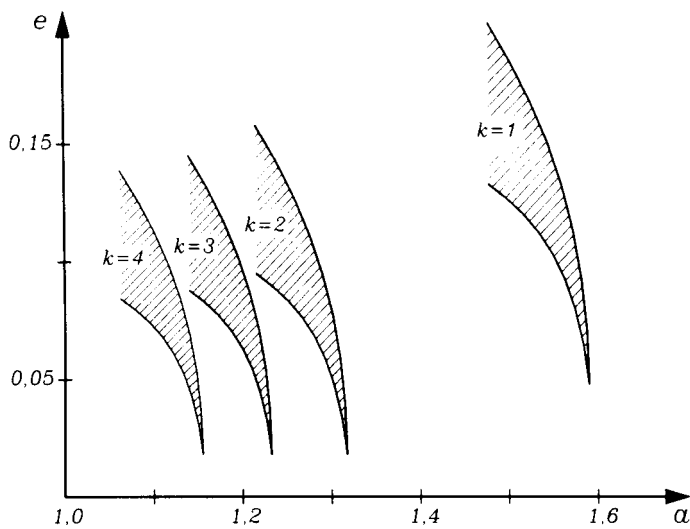


Рис. 3. Области неустойчивости на диаграмме  $e-a$  в случае резонансов первого порядка для различных кратностей  $k = \overline{1, 4}$  при  $\mu_\Psi = 5, 17 \cdot 10^{-5}$

Классификация фазовых траекторий рассматриваемой системы приведена в работе [14].

**Области существования либрационных занептунных объектов**

Из (2), (3) аналогично тому, как это сделано в работе [20], удастся определить области устойчивости (неустойчивости) орбитальных движений занептунных объектов на диаграмме  $e-a$ . Соответствующие области неустойчивостей для соизмеримости первого порядка и различных кратностей резонанса  $k = \overline{1, 4}$  представлены на рис. 3. Очевидно, что занептунные объекты могут достаточно длительное время существовать, если элементы  $e, a$  их орбит располагаются на рис. 3 вне заштрихованных областей.

Учитывая асимметрию «зон неустойчивостей» (на рис. 3) относительно значений точной соизмеримости  $n_0(k) = kn'/(k+1)$  ( $k = \overline{1, 4}$ ), нетрудно заключить, что в резонансных зонах (при прочих равных условиях) существование либрационных занептунных объектов (и с большими значениями эксцентриситетов) более вероятно при  $n < n_0(k)$ , чем при  $n > n_0(k)$ .

Таким образом, в поясе Койпера занептунные объекты в окрестностях (полоса резонансного эффекта порядка  $2\sqrt{\mu_\Psi}/(k+l)$ ) средних движений  $n = 10,77''$  ( $l = k = 1$ ),  $n = 14,35''$  ( $l = 1, k = 2$ ) могут располагаться вне заштрихованных на рис. 3 областей («зон избегания»), концентрируясь у границ этих зон.

В то же время, как показано в работе [21], для резонансов первого порядка минимуму взаимного расстояния  $P$  и  $P'$  отвечает следующее корреляционное условие:

$$S^* \approx k\omega,$$

где  $S^* = (k+1)M - k(M' - \omega)$  — «аномалия Делоне» (критический аргумент). Поэтому, если долгота

перигелия ( $\omega$ ) орбиты занептунного объекта испытывает медленные движения (колебания) в окрестности  $\omega = \pi$ , то «сближения» с Нептуном возможны при нечетном  $k$  лишь для занептунных объектов с «апоцентрической либрацией» ( $S^* = \pi$ ), а при четном  $k$ , как и в случае перигелия  $\omega = 0$ , — для «перигелически либрирующих» ( $S^* = 0$ ) занептунных объектов. Следовательно, в области резонанса 2:1 среди занептунных объектов с большими эксцентриситетами следует (при прочих равных условиях) ожидать существования преимущественно «апоцентрически либрирующих» объектов с  $\omega \approx 0$ , а в зоне соизмеримости 3:2 — «апоцентрически либрирующих» занептунных объектов как с  $\omega \approx 0$ , так и с  $\omega \approx \pi$ . Следует отметить, что согласно критерию стохастичности Б. В. Чирикова («критерий перекрытия резонансов») при  $l = 1$  условие стохастичности имеет вид [22]

$$(k+1) \geq 0,4\mu_\Psi^{-2/7}.$$

Так что в рассматриваемом случае  $(k+1) \geq 6,711$ , а поэтому при  $k < 5$  не происходит перекрытие резонансных зон и корректна модель «изолированного резонанса», которая и применялась выше.

Оценим далее вероятность «захвата в резонанс» (и «ухода из резонанса») занептунных объектов, для чего определим вероятности переходов траекторий под действием различных возмущающих факторов (характеризуемых независимыми параметрами  $\delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\}$ ) из одних областей фазового пространства (фазовой плоскости) в другие.

Как показано в работе [23], вероятность перехода траектории (за счет действия возмущающего фактора  $\delta$ ; ниже, не нарушая общности, будем считать  $\delta = \delta_1$ ) из области  $i$  в область  $j$  ( $i, j = \overline{1, 3}, i \neq j$ ) исследуемой фазовой плоскости определяется выражением

$$W_{ij} = \frac{(-1)^j \frac{2}{4-j} \Delta + (j-3) \frac{\pi}{2}}{(-1)^i \frac{\pi}{2} - \Delta}, \quad (5)$$

в котором

$$\Delta = \arcsin \varepsilon_1 + \psi_1 \varepsilon_2, \quad \varepsilon_1 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\psi_2}{1 - \text{sign}(1 - \psi_2) \varepsilon_3} \right\}^{1/4},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} (1 - 4\varepsilon_3^2)^{1/2}, \quad \varepsilon_3 = \cos \left( \frac{\pi + \arccos |1 - \psi_2|}{3} \right).$$

В свою очередь  $\psi_1$  и  $\psi_2$ , являющиеся независимыми параметрами, связаны с коэффициентами гамильтониана (3) соотношениями вида

$$\psi_1 = -\frac{A}{B} \frac{\partial B / \partial \delta}{\partial A / \partial \delta}, \quad \psi_2 = -\frac{27}{4} \frac{B^2}{A^3}.$$

Согласно (1)–(4) коэффициент  $B$  при фиксированной массе Нептуна зависит лишь от кратности

резонанса, а интеграл  $A$  — функция состояния системы — в общем случае может зависеть от различных возмущающих факторов. Например, с увеличением  $m_i$  (масс возмущающих планет-гигантов) пропорционально растет и величина  $A$ .

Из (5), в частности, следует, что при однотипном изменении  $B$  и  $A$  (так что  $B'_\delta/A'_\delta > 0$ ) уход фазовой траектории из «резонансной зоны» (заключенной между двумя ветвями сепаратрисы) более вероятен во «внешнюю», чем во «внутреннюю зону» (непосредственно охватывающую устойчивую стационарную точку  $(Z_1^{(2)}, 0)$ ):  $W_{31} > 1/2$ ,  $W_{32} < 1/2$  (рис. 4).

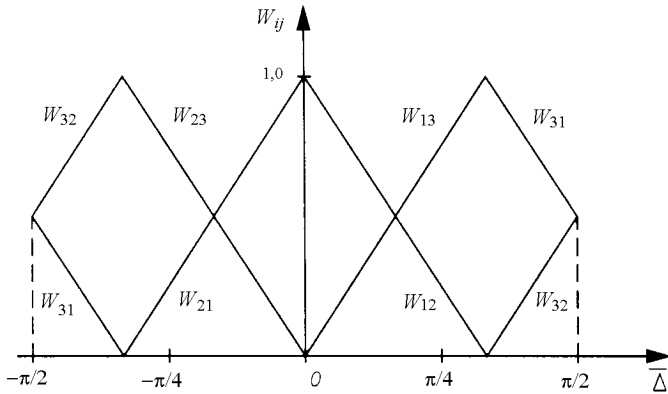


Рис. 4. Вероятности переходов  $W_{ij}$  фазовых траекторий из области  $i$  в зону  $j$  ( $i, j = \overline{1, 3}$ ,  $i \neq j$ ) в функции  $\Delta = \arctg[\Delta(\psi_1, \psi_2)]$ ; 1 — внешняя, 2 — внутренняя, 3 — резонансная зоны фазовой плоскости

Если  $A = \text{const}_\delta$ ,  $B = \text{var}$  (когда  $\psi_1 = \infty$ ), то «захват в резонанс» занептунного объекта (переход из внутренней или внешней зоны в резонансную) невозможен. При фиксированной кратности резонанса  $\psi_1 = 0$ , а следовательно, в этом случае захват занептунного объекта более вероятен во «внутреннюю», чем в «резонансную» зону. При этом изменения размеров ( $s_j$ ) соответствующих областей ( $j = \overline{1, 3}$ ) на фазовой плоскости (ширина «стохастических слоев») оказываются порядка возмущающего параметра  $\delta$ . Если  $\partial A/\partial \delta > 0$  ( $B = \text{const}_\delta$ ), то «внутренняя» и «резонансная» зоны ( $s_2, s_3$ ) увеличиваются в размерах, а «внешняя» ( $s_1$ ) — уменьшается, в то время как при  $\partial A/\partial \delta < 0$  значения  $s_i$  ( $i = 2, 3$ ) уменьшаются, а  $s_1$  увеличивается.

Вероятности захвата занептунных объектов в «резонанс» ( $W_{13}$ ) и во «внутреннюю зону» ( $W_{12}$ ) при фиксированных кратностях резонанса ( $k = 1, 2$ ) в зависимости от величины интеграла  $A$  представлены на рис. 5. Как следует из приведенных зависимостей, при  $47,9 \leq a \leq 50,4$  а.е. ( $k = 1$ ) и  $39,3 \leq a \leq 40,6$  а.е. ( $k = 2$ ) наиболее вероятен захват занептунного тела в резонанс.

Существование в зоне Койпера либрационных занептунных объектов с учетом влияния резонансных зон Урана (см. рис. 1,б) возможно лишь в областях средних движений:  $6,92''-7,44''$ ,  $8,59''-8,77''$ ,  $10,74''-11,15''$ ,  $12,19''-12,41''$ ,  $12,76''-13,07''$ ,  $14,31''-14,61''$ .

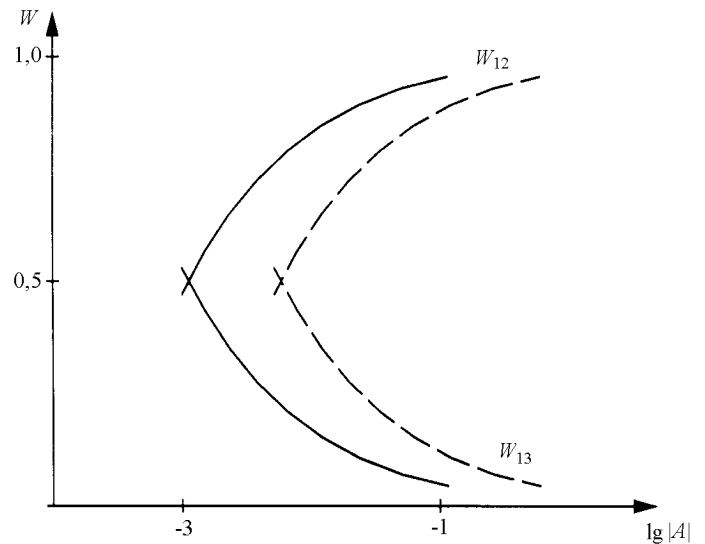


Рис. 5. Зависимости вероятностей  $W_{12}$  и  $W_{13}$  от интеграла  $\lg|A|$  при кратности резонанса  $k = 1$  (сплошная линия) и  $k = 2$  (пунктир)

### Заключение

Орбитальные резонансные эффекты приводят к устойчивости орбит, имеющих либрационный тип движения. В резонансных зонах либрационные орбиты оказываются близкими к устойчивому стационарному решению, что и обеспечивает их «выживание». Несмотря на вековые возмущения планет-гигантов Урана, Сатурна, Юпитера (а также «резонансное воздействие» Урана) и взаимные гравитационные влияния занептунных тел, эти тела могут быть захвачены Нептуном в орбитальный резонанс и длительное время существовать, обладая орбитальной устойчивостью.

Рассмотренное в данной работе аналитическое решение, интерпретирующее в рамках концепции «частичной детерминированности» динамическую эволюцию занептунного объекта, связанного орбитальным резонансом первого порядка с Нептуном, может быть использовано в качестве промежуточной орбиты. Случай соизмеримости второго и третьего порядков на основе ограниченной круговой задачи трех тел подробно исследован в работе [24].

### Литература

1. Fernandez J. // Month. Not. R. Astron. Soc. 1980. **192**, No. 2. P. 481.
2. Энеев Т.М. // Письма в Астрон. журн. 1980. **6**, № 5. С. 295.
3. Stern S. // Icarus. 1991. **90**. P. 271.
4. Luu J. // Proc. IAU Symp.160 : Asteroids, Comets, Meteors 1993 (June 14–18. 1993). Belgirate, Italy, 1994. P. 31.
5. Инамов С.И. // Астрон. вестник. 1995. **29**, № 4. С. 304.
6. Morbidelli A., Thomas F., Moons M. // Icarus. 1995. **118**. P. 322.
7. Duncan M., Levison H., Budd S. // Astron. J. 1995. **110**. P. 3073.
8. Malhotra R. // Astrophys. J. 1966. **111**, No. 1. P. 504.
9. Hahn G., Bailey M. // Nature. 1990. **348**. P. 132.
10. Bailey M. // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 1992. **54**, No. 1. P. 49.

11. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И. // Итоги науки и техники. Сер. Современ. проблемы математики. Фундаментальные направления. М., 1985. Т. 3. С. 5.
12. Козлов В.В. // Успехи матем. наук. 1983. **38**, №1. С. 3.
13. Герасимов И.А., Мушаилов Б.Р. // Астрон. вестник. 1994. **28**, №3. С. 100.
14. Герасимов И.А., Мушаилов Б.Р., Ракитина Н.В. // Там же. №4–5. С. 186.
15. Kinoshita H., Nakai H. // Celest. Mech. 1984. **34**. P. 203.
16. Эфемериды малых планет на 1997 г. / Под ред. Ю.В. Батракова. СПб, 1996.
17. Герасимов И.А., Мушаилов Б.Р. Препринт Майданакской обсерватории ГАИШ №27. М., 1992.
18. Герасимов И.А., Мушаилов Б.Р. // Космич. исслед. 1995. **33**, №1. С. 109.
19. Мушаилов Б.Р. // Астрон. вестник. 1995. **29**, №4. С. 375.
20. Герасимов И.А., Мушаилов Б.Р. // Там же. 1992. **26**, №4. С. 32.
21. Герасимов И.А., Мушаилов Б.Р. // Прикладная механика и математика. М., 1992. С. 42.
22. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М., 1984.
23. Мушаилов Б.Р., Герасимов И.А. // Астрон. вестник. 1996. **30**, №4. С. 355.
24. Герасимов И.А. // Астрон. журн. 1986. **63**. С. 1215.

Поступила в редакцию  
03.12.97

УДК 524.387

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗВЕЗДНЫХ ВЕТРОВ В ДВОЙНОЙ СИСТЕМЕ КАПЕЛЛА

К. В. Гетман<sup>\*</sup>), И. М. Лившиц

(ГАИШ)

Обнаружение источника переменного рентгеновского излучения ближайшей к нам двойной звезды типа RS Гончих Псов (Капеллы) дало возможность определить физические условия в нем. Источник, по-видимому, располагается в пространстве между звездами. Интерпретация результатов наблюдений проводится при помощи численного моделирования процесса взаимодействия ветров. При этом предполагается, что плотный медленный ветер активного компонента F9 формирует вокруг него газовую оболочку и затем начинается перетекание этого газа через точку Лагранжа. Согласно результатов расчета с наблюдениями достигается при условии, что потеря массы гиганта F9 превышает  $10^{-9} M_{\odot}/\text{год}$ .

Капелла является спектрально-двойной системой  $\alpha$  Aur Aa+Ab, состоящей из двух гигантов поздних спектральных классов. Ее часто относят к переменным типа RS Гончих Псов (RS CVn), у которых один или оба компонента обладают поверхностной активностью, напоминающей солнечную. Более активным является вторичный компонент — гигант F9; он вращается с периодом около 8 дней, который не синхронизован с орбитальным (104 дня).

Наблюдения, проводимые в Крымской астрофизической обсерватории с 1980 г. [1], показали, что поглощение в линии  $\lambda = 10830 \text{ \AA}$  He I спектра Капеллы меняется от года к году. Это может вызываться наличием цикла активности у звезды F9. Однако основное поглощение в этой линии локализуется не близ звезды F9, а в окрестности первичного компонента — звезды G6. Это послужило основанием для разработки моделей [2], включающих эффекты взаимодействия ветров.

Недавно в нескольких затменных системах типа RS Гончих Псов удалось выделить источник мягкого рентгеновского излучения, располагавшийся в пространстве между звездами [3]. Кроме того, появилась первая информация о переменности излучения Капеллы в крайнем ультрафиолетовом диапазоне [4]. Это позволяет конкретизировать характер течения, воз-

никающего в пространстве между звездами, и оценить ту величину потока звездного ветра активной звезды, которая необходима для объяснения наблюдаемых эффектов. Последнее и является основной задачей нашей работы.

### Постановка задачи и основные уравнения

По данным спутника EUVE [4], интенсивность линий ионов Fe XX–Fe XXIII оказалась переменной, достигающей максимума при фазе орбитального периода системы, при которой наблюдается максимальный эффект в линии  $\lambda = 10830 \text{ \AA}$  He I. Эта фаза несколько меньше, чем 0,5 (заметим, что при фазе 0,5 звезды расположены на линии, перпендикулярной лучу зрения, и скорость звезды G6 направлена в сторону наблюдателя).

Связывая эти эффекты с межзвездной ударной волной, можно по наблюдаемому небольшому сдвигу фаз 0,1 оценить из геометрических соображений положение ее фронта. Оказалось, что он располагается на расстоянии  $z = (1,5-2)R_{G6}$ , где  $z$  — расстояние от центра спокойной звезды, а  $R_{G6}$  — ее радиус. Мера эмиссии EM этого источника с температурой  $(4-8) \cdot 10^6 \text{ K}$  составляет не менее  $10^{52} \text{ см}^{-3}$ . Эта оценка получена на основании рис. 2

<sup>\*</sup>) ИЗМИРАН.