где α, β, γ — постньютоновские параметры теории, μ — активная гравитационная масса центрального источника.

Выражая метрику (13) в виде разложений по обратным степеням изотропной координаты ρ, получим

$$\widetilde{g}_{00} = 1 - \frac{\rho_g}{\rho} + \frac{\rho_g{}^2}{2\rho^2}, \quad \widetilde{g}_{11} = 1 + \frac{\rho_g}{\rho}.$$

Таким образом, для коэффициентов робертсоновского разложения найдены значения

$$\alpha = \beta = \gamma = 1,$$

а для активной гравитационной массы получаем выражение

$$\mu = \frac{\rho_g}{2}.$$

Эти выражения полностью согласуются с ограничениями, накладываемыми на коэффициенты, которые получены из результатов гравитационных экспериментов, выполненных к настоящему времени в слабом гравитационном поле Солнечной системы. Таким образом, рассматриваемая нами скалярно-тензорная теория гравитации является жизнеспособной. Так как метрика (11), (12) этой теории существенно отличается от соответствующей метрики Шварцшильда только в области сильных гравитационных полей, то предсказания данной теории наиболее сильно будут отличаться от предсказаний теории Эйнштейна лишь в окрестности компактных массивных тел, таких, как нейтронные звезды. Поэтому существование скалярного гравитационного поля, помимо космологии, наиболее ярко будет проявляться в астрофизических эффектах и в процессах, сопровождающихся излучением гравитационных волн.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 98-02-17448а).

Литература

1. *Денисов В.И., Мехта Б.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. №3. С. 17 (Moscow University Phys. Bull. 1996. No. 3. P. 10).
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М., 1988.

Поступила в редакцию
06.02.98

УДК 539.12.01

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВАКУУМНЫЕ ЭФФЕКТЫ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕПРОВОДЯЩИХ КРИСТАЛЛОВ В ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

В. Н. Родионов*)

На основе использования точных решений квантовых уравнений движения заряженных частиц в электромагнитном поле, представляющем собой комбинацию постоянного магнитного поля и поля волны, рассчитаны вероятности и сечения процессов фоторождения e^+e^- и ядерного β-распада. Показано, что полученные выражения, учитывающие влияние поля на нормированные характеристики процесса $\gamma' + \gamma'' \to e^+ + e^-$, содержат в себе и результаты, характеризующие коэффициенты поглощения непроводящих кристаллов в поле. Оценена полевая нестабильность протона во внешнем интенсивном поле и отмечено, что на границе тяжелых ядер могут возникать условия для эффективного β-превращения нуклонов.

Как известно, изучение воздействия интенсивных электромагнитных полей на различные фундаментальные процессы, основанное на использовании точных решений релятивистских квантовых уравнений движения заряженных частиц, ведется достаточно планомерно (см., напр., [1–7] и цитированные там работы). Причем сюда включаются как реакции, рассмотрение которых не выходит за рамки чистой квантовой электродинамики [2–5], так и процессы, имеющие неэлектромагнитную природу [3, 6, 7].

Совсем недавно в рамках использования точно решаемых моделей автором был получен ряд результатов по расчету вероятности процесса ядерного β-распада во внешних электромагнитных полях, имеющих сложную конфигурацию [6] — комбинацию постоянного магнитного поля и поля плоской электромагнитной волны циркулярной поляризации. Подобным же образом могут быть рассчитаны и вероятности ряда других процессов, и в частности реакций образования пары e^+e^- двумя фотонами, распространяющимися навстречу друг другу во внешнем электромагнитном поле той же структуры [7].

В настоящей заметке обратим внимание на ряд общих закономерностей, которые присущи фотовзаимодействию в системах, имеющих, казалось бы, совершенно различную природу. В рамках указанных аналогий получим новые результаты, относящиеся как к анализу нелинейных квантовых эффектов в процессах образования и распада частиц в условиях действия сильных электромагнитных полей, так и к определению фотооптических характеристик непроводящих кристаллов под влиянием внешнего поля.

*) Московская государственная геологоразведочная академия.

Опираясь на схему расчетов, подробно описанную в работах [6, 7], для вероятности процесса двухфотонного образования пар e^+e^- при малом энерговыделении:

$$I = \frac{\omega' + \omega'' - 2m}{m} \ll 1, \tag{1}$$

где ω', ω'' — энергии фотонов, m — масса электрона и использована система единиц, в которой $\hbar = c = 1$, во внешнем электромагнитном поле, представляющем собой комбинацию постоянного магнитного поля и поля плоской волны, распространяющейся вдоль него, можно получить [7]

$$W_{e^+e^-} = G_{3/2}\mu \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg}[\mu(\rho - i\varepsilon)]}{(\rho - i\varepsilon)^{1/2}} \mathrm{e}^{iS} d\rho. \tag{2}$$

В формуле (2) использованы также следующие обозначения:

$$\begin{gathered} S = \frac{2I}{\lambda\delta}\xi^2 \left\{ x\left(\frac{\delta}{\xi^2} - \frac{1}{2-\delta}\right) + \right. \\ \left. + \frac{2(1-\delta)}{\delta(2-\delta)^2} \frac{\sin[x(2-\delta)]\sin(x\delta)}{\sin[2x(1-\delta)]} \right\}, \end{gathered} \tag{3}$$

$$x = \frac{\rho\lambda}{2}, \quad \lambda = \frac{\omega}{m}, \quad \mu = \frac{eH}{m^2},$$

$$\xi = \frac{eE}{\omega m I^{1/2}}, \quad \delta = 1 - \frac{eH}{m\omega}, \quad \varepsilon \to +0,$$

ω, E — частота и напряженность поля волны, H — напряженность постоянного магнитного поля. Константа перед интегралом (2) связана с соответствующей вакуумной вероятностью процесса

$$G_\nu = W_0(\nu) \exp\left\{\frac{i(\nu-1)\pi}{2}\right\} \frac{I^{1-\nu}}{2\Gamma(1-\nu)} \tag{4}$$

при $\nu = 3/2$.

Используя введенные обозначения, вероятность разрешенного β-распада ($\nu = 9/2$) также при малом энерговыделении:

$$I = \frac{M_i - M_f - m}{m} \ll 1, \tag{5}$$

где M_i, M_f — массы материнского и дочернего ядер соответственно, можно представить в виде [6]

$$W_\beta = G_{9/2}\mu_1 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg}[\mu_1(\rho - i\varepsilon)]}{(\rho - i\varepsilon)^{7/2}} \mathrm{e}^{iS_1} d\rho, \tag{6}$$

где

$$S_1 = {\xi_1}^2 \frac{2I}{\lambda\delta} \left\{ x\left(\frac{\delta}{{\xi_1}^2} - 1\right) + \frac{1-\delta}{\delta} \frac{\sin x \sin(x\delta)}{\sin[x(1-\delta)]} \right\}. \tag{7}$$

Формулы (6), (7) содержат также параметры, несколько отличающиеся от случая образования e^+e^-:

$$\xi^2 = 2{\xi_1}^2, \qquad \mu = 2\mu_1,$$

что обусловлено эффективным уменьшением взаимодействия с полем при переходе от случая рождения электрон-позитронной пары к образованию единственной легкой заряженной частицы в результате β-распада.

Полученные интегралы (2), (6) позволяют достаточно легко провести анализ вероятностей рассматриваемых процессов в ряде характерных ситуаций. В частности, предполагая $\xi \to 0$, что соответствует полному выключению из исходной суперпозиции $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ поля электромагнитной волны, из (2) можно получить вероятность образования пары e^+e^- двумя одинаково поляризованными γ-квантами в постоянном магнитном поле:

$$W_{e^+e^-} = G(3/2)\mu \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg}[\mu(\rho - i\varepsilon)]}{(\rho - i\varepsilon)^{1/2}} \mathrm{e}^{i\rho I} d\rho. \tag{8}$$

Рассмотрим далее разложение интеграла (8) при $\mu \ll I$. В этом случае, следуя методике, развитой автором [7], после перехода к величине сечения реакции двухфотонного образования электрон-позитронной пары в магнитном поле получаем

$$\sigma_H = \sigma_- + \sigma_\sim, \tag{9}$$

где

$$\frac{\sigma_-}{\sigma_0} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(3/2) 2^{2k} B_{2k}}{(2k)! \quad \Gamma(3/2 - 2k)} \left(\frac{\mu}{I}\right)^{2k}, \tag{10}$$

$$\frac{\sigma_\sim}{\sigma_0} = \frac{1}{2}\left(\frac{2\mu}{I}\right)^{1/2} \zeta\left(\frac{1}{2}, \left\{\frac{I}{2\mu}\right\}\right). \tag{11}$$

Здесь B_{2k} — числа Бернулли, $\zeta(1/2, \{v\})$ — обобщенная дзета-функция Римана, $\{v\}$ — дробная часть числа v,

$$\sigma_0 = 2\pi {r_0}^2 I^{1/2}$$

— сечение образования пар в вакууме в нерелятивистском пределе (сечение Брейта–Уилера), r_0 — классический радиус электрона, $\sigma_-, \sigma_\sim$ — так называемые степенной и осциллирующий вклады в сечение (см. также [5]).

Ограничиваясь лишь несколькими членами в полном асимптотическом разложении (10), получим

$$\frac{\sigma_-}{\sigma_0} = 1 - \frac{\mu^2}{12I^2} + \frac{\mu^4}{48I^4} - \frac{\mu^6}{32I^6}, \tag{12}$$

откуда следует, что фактическим параметром разложения является величина $\mu/2I$, которая выражает отношение энергии взаимодействия частицы с магнитным полем к энерговыделению в реакции. Отметим, что первый член в разложении (12) вычислялся ранее в работе [5].

Интеграл (8) может быть представлен в виде суммы, явно учитывающей парциальные вклады, обусловленные различными значениями уровней Ландау [7]:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\mu}{2I} + \frac{\mu}{I}\sum_{n=1}^{N}(1-2\mu n/I)^{-1/2}, \tag{13}$$

где $N = [I/2\mu]$ — целая часть числа $I/2\mu$. Последняя формула также свидетельствует о том, что, когда $\mu/I = 1/2$, сечение σ_H линейно растет с ростом напряженности поля, а до этого имеет осциллирующее поведение с расходимостями в точках $I/2\mu \to n-0$, где $n = 1, 2, \ldots$.

Аналогичное представление для коэффициента поглощения света существует в теории межзонных переходов в полупроводнике со стандартной зоной, помещенном в сильное (квантующее) магнитное поле [8]. Таким образом, в сечении двухфотонного образования пар e^+e^- в интенсивном магнитном поле может наблюдаться эффект квантовых осцилляций, который, как хорошо известно, проявляется при изучении явления межзонного поглощения света в квантующем магнитном поле.

Интересно, что отмеченная аналогия, возникающая между, казалось бы, совершенно различными явлениями, имеет глубокую основу. Это подтверждается при непосредственном сравнении хода процессов фотообразования электрон-позитронных пар и фотопоглощения в кристаллах (за счет прямых разрешенных переходов), протекающих под действием внешнего поля.

Действительно, закон сохранения энергии, возникающий при взаимодействии кванта ω' с зонной кристаллической структурой, имеет вид

$$\omega' - \varepsilon_g = \varepsilon_c + \varepsilon_v, \tag{14}$$

где ε_g — ширина запрещенной зоны, ε_c и ε_v — кинетические энергии электрона и дырки соответственно.

Аналогичный закон сохранения для случая образования нерелятивистской e^+e^--пары двумя фотонами ω' и ω'' можно представить в форме

$$\omega' + \omega'' - 2m = \varepsilon_- + \varepsilon_+, \tag{15}$$

где $\varepsilon_{-,+}$ — кинетические энергии электрона и позитрона.

Легко видеть, что отличия правых частей (14) и (15), по существу, сводятся к замене масс электрона и позитрона на эффективные массы электрона проводимости (m_c) и дырки (m_v), а также к соответствующему изменению масштаба энергетической запрещенной зоны. В этом смысле (12) можно интерпретировать как степенное разложение по параметру

$$\frac{\mu^*}{I^*} = \frac{e}{2m^*}\frac{H}{\omega' - \varepsilon_g}, \tag{16}$$

где эффективная масса

$$m^* = \frac{m_c m_v}{m_c + m_v}$$

и $e/2m^*$ — эффективный магнетон Бора, $\mu^* = H/2F_0{}^*$, $F_0{}^* = m^{*2}/e$ — эффективное поле, $I^* = (\omega' - \varepsilon_g)/m^*$ — эффективное энерговыделение в реакции.

Сопоставление коэффициента поглощения света полупроводником при приложении к нему внешнего электрического поля E (эффект Келдыша–Франца [9–11]), с одной стороны, и вероятности процесса фотообразования электрона и позитрона в постоянном скрещенном поле $(\mathbf{E} - \mathbf{H}, E = H)$ — с другой [3, 7], подтверждает отмеченную аналогию. Эти результаты дают основание утверждать, что сходство действия возмущения на нормированные характеристики изучаемых процессов сохраняется и в более сложных конфигурациях электромагнитных полей.

Таким образом, вероятность процесса фотообразования пар e^+e^- в электромагнитном поле, представляющем собой комбинацию поля волны и постоянного магнитного поля (2), включает в себя и результаты расчета коэффициента фотопоглощения кристаллами при приложении к нему электромагнитных полей той же структуры.

В частности, оставляя в формулах (2), (3) лишь основные вклады в постоянном магнитном поле, удовлетворяющем условию $\mu \ll I$, и предполагая $\lambda \to 0$, имеем

$$\frac{W^F{}_{e^+e^-}}{W_{e^+e^-}(0)} = \frac{1}{\pi}\left(\sqrt{y}\Phi^2(-y) + \frac{\Phi'^2(-y)}{\sqrt{y}} - \right.$$
$$\left. - \frac{2\mu^2}{3I^2}y^{3/2}\Phi(-y)\Phi'(-y)\right), \tag{17}$$

где $W_{e^+e^-}(0)$ — вероятность образования пар e^+e^- без участия внешнего поля, Φ и Φ' — функция Эйри и ее производная от аргумента $-y$, $y = (2\chi)^{-2/3}$, $\chi = E/F_0$, $F_0 = 2I^{3/2}(m^2/e)$, а I — энерговыделение (15), нормированное на m.

Если теперь под энерговыделением подразумевать (14), а вместо массы электрона m подставить значение эффективной массы m^*, то коэффициент поглощения в электромагнитном поле α_F можно записать в аналогичном виде:

$$\frac{\alpha_F}{\alpha_0} = \frac{1}{\pi}\left\{\sqrt{y_*}\,\Phi^2(-y_*) + \frac{\Phi'^2(-y_*)}{\sqrt{y_*}} - \right.$$
$$\left. - \frac{2\mu^{*2}}{3I^{*2}}y_*{}^{3/2}\Phi(-y_*)\Phi'(-y_*)\right\}, \tag{18}$$

где α_0 — коэффициент поглощения в отсутствие возмущения. В формуле (18) введены также обозначения

$$y_* = \frac{1}{(2\chi^*)^{2/3}} = \frac{2^{1/3}I^* m^{*4/3}}{(eE)^{2/3}},$$
$$I^* = \frac{\omega' - \varepsilon_g}{m^*}, \quad \chi^* = \frac{eE}{(2I^*)^{3/2}m^{*2}}, \tag{19}$$

и при ее получении было также учтено, что переход к эффективной массе m^* означает появление единственной заряженной частицы в законе сохранения (14) (см. замечание после формул (6), (7)).

Легко убедиться, что при полном выключении постоянного магнитного поля ($\mu \to 0$) выражение (18) переходит в известный результат Келдыша–Франца [9, 10].

Важно подчеркнуть, что в работах [6, 7] автором был разработан метод получения замкнутых асимптотических разложений для Φ^2 и Φ'^2. Используя эту методику, для $y \gg 1$ можно записать

$$\Phi^2(-y) = \frac{\pi}{2\sqrt{y}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n} y^{3n}} \left\{ \frac{\Gamma(3n+1/2)}{\Gamma(1/2)\Gamma(n+1)3^n} + \right.$$
$$\left. + a_{2n} \sin\frac{4y^{3/2}}{3} - \frac{1}{2y^{3/2}} a_{2n+1} \cos\frac{4y^{3/2}}{3} \right\}. \tag{20}$$

Здесь коэффициент a_m рассчитывается по формуле

$$a_m = \sum_{k=0}^{2m} \frac{(2k-1)!!}{3^{2m-k}(2m-k)!(2k)!!} \frac{\Gamma(3m-k+1/2)}{\Gamma(1/2)}. \tag{21}$$

При больших положительных значениях аргумента для $\Phi^2(y)$ можно также получить

$$\Phi^2(y) = \frac{\pi}{4} \frac{\exp\{-(4/3)y^{3/2}\}}{\sqrt{y}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2y^{3/2})^{-n} a_n, \tag{22}$$

где коэффициенты a_n определяются из (21).

Используя (20), (21), а также выражения (17), (18) и ограничиваясь лишь несколькими членами разложения, имеем

$$\left.\begin{matrix} \sigma^F{}_{e^+e^-}/\sigma_0 \\ \alpha_F/\alpha_0 \end{matrix}\right\} = 1 - \frac{\mu^2}{12I^2} + \frac{\mu^4}{48I^2} -$$
$$- \left[\frac{\mu^2}{72I^2} + \frac{17}{24}\chi^2\right] \sin\frac{2}{3\chi} + \tag{23}$$
$$+ \left[\frac{1}{\chi}\frac{\mu^2}{6I^2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{35\mu^2}{1728I^2}\right)\chi\right] \cos\frac{2}{3\chi}.$$

Как и ранее, переход к случаю коэффициента поглощения означает, что все введенные параметры приобретают значок "звездочка" $(*)$ (см. (16), (19)). Из выражения (23) следует, что в области положительного энерговыделения в реакциях (14), (15) (область I), т. е. когда $\omega' > \varepsilon_g$ или $\omega' + \omega'' > 2m$, изучаемые характеристики имеют осциллирующее поведение. Следует отметить, что если осцилляции коэффициента поглощения хорошо изучены (келдыш-францевские осцилляции), то аналогичные осцилляции вероятности или сечения процесса двухфотонного образования электрон-позитронных пар во внешнем электромагнитном поле экспериментально пока никем не наблюдались.

В другой области, когда энерговыделение меняет знак (область II), т. е. когда аналогичные процессы без участия возмущения не могут протекать, имеется возможность туннелирования частиц и квазичастиц под барьером. Используя разложение (22), справедливое в области больших положительных значений аргумента функций Эйри, из (17), (18) получаем

$$\left.\begin{matrix} \sigma^F{}_{e^+e^-}/\sigma_0 \\ \alpha_F/\alpha_0 \end{matrix}\right\} = \frac{\exp\{-2/(3\chi)\}}{8y^{3/2}} \left[1 - \frac{17}{12}\chi + \frac{1225}{288}\chi^2\right], \tag{24}$$

откуда следует, что в этом случае сечение образования пар и коэффициент поглощения экспоненциально спадают с уменьшением параметра χ. Заметим, что в (24) σ_0 и α_0 имеют смысл лишь как функции модуля «отрицательного энерговыделения» (энергопоглощения) в реакциях ($\sim (|\,I\,|)^{1/2}$).

Представляет интерес также вычисление значений σ^F и α_F в точке обращения энерговыделения в нуль ($I = 0$), т. е. на границе областей I и II. В этом случае из (17), (18) следует

$$\alpha_F = \frac{Rm^{*1/2}}{2^{1/6}\pi} \left(\frac{eF}{m^{*2}}\right)^{1/3} \Phi'^2(0), \tag{25}$$

$$\sigma^F{}_{e^+e^-} = 2r_0{}^2 \left(\frac{eF}{m^2}\right)^{1/3} \Phi'^2(0), \tag{26}$$

где

$$R = \frac{2e^2}{m^2 n\omega'} |ep_{cv}(0)|^2 (2m^*)^{3/2} \tag{27}$$

— характерная константа, определяющая коэффициент поглощения в отсутствие поля [8],

$$\alpha_0 = R(\omega' - \varepsilon_G)^{1/2},$$

а значение $\Phi'(0) = -3^{1/6}\,\Gamma(2/3)/2$.

Следует отметить, что вероятность ядерного β-распада во внешнем электромагнитном поле при $I > 0$ также имеет осциллирующий характер (см. [3, 6, 7]). Аналогичная оценка этого значения в области $I < 0$, которая может быть проведена с использованием (6), (7), при тех же предположениях относительно величин электромагнитных полей, входящих в исходную конфигурацию, как и в формуле (17), т. е. в пределе $\mu, \lambda \to 0$ и $\chi \ll 1$, приводит к результату

$$W_\beta{}^F = \frac{W_\beta(0)}{2^{1/2} I^{7/2}} \left(\frac{eF}{m^2}\right)^{7/3} \frac{105}{256}\chi^{5/3} \times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{2}{3\chi}\right\} \left[1 - \frac{89}{12}\chi + \frac{17245}{288}\chi^2\right], \tag{28}$$

где

$$W_\beta(0) = \frac{4}{105} G_0 (2I)^{7/2}$$

— вероятность нерелятивистского β-распада в отсутствие поля. Константа G_0 для случая разрешенных β-переходов имеет вид

$$G_0 = \frac{G^2{}_v m^5 (1 + 3\beta_0{}^2)}{4\pi^3},$$

где G_v — фермиевская константа, β_0 — отношение аксиального и векторного вкладов в $V-A$ варианте слабого взаимодействия.

Из формулы (28) может быть, например, оценена полевая нестабильность протона. Учитывая, что параметр $\chi = eE(2 \mid I \mid)^{-3/2} m^{-2}$, получим

$$W_\beta{}^F = \frac{2G_v{}^2 m^5 (1+3\alpha_0{}^2)}{\pi^3 \mid I \mid^{5/2}} \left(\frac{eF}{8m^2}\right)^4 \times \\ \times \exp\left(-\frac{2m^2(2\mid I \mid)^{3/2}}{3eF}\right), \quad (29)$$

где $\mid I \mid = 3,52$.

Таким образом, время полевой нестабильности протона в электромагнитных полях $F > m^2/e$ может приближаться ко времени жизни свободного нейтрона.

Подчеркнем, что вблизи атомных ядер существуют сверхсильные электромагнитные поля. Так, например, на границе ядра урана ($R \sim 10^{-12}$ см) электрическое поле $F \approx 3 \cdot 10^{16}$ СГСЭ/см, что, вообще говоря, соответствует $F > m^2/e$. Из (29) следует, что подобное поле может приводить к эффективному β-превращению протонов, находящихся в пограничной зоне ядра и слабо удерживаемых ядерными силами. Таким образом, этот эффект может давать заметный вклад в явление β-нестабильности тяжелых ядер.

Отметим также, что эффект индуцированного распада протонов может иметь место и при воздействии на ядра интенсивного потока фотонов. Обсуждение деталей планируемого эксперимента по наблюдению подобной β-ядерной активности при энергиях фотонов до порога выхода нуклонов из ядра содержится в работе [11].

Автор благодарен О. Ф. Дорофееву и В. Р. Халилову за внимание к работе и ценные замечания.

Литература

1. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика. М., 1989.
2. *Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н.* Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М., 1982.
3. *Ритус В.И.* // Тр. ФИАН. 1979. Т. 111. С. 5; *Никишов А.И., Ритус В.И.* // Там же. 1986. Т. 168. С. 232.
4. *Лобанов А.Е., Халилов В.Р., Родионов В.Н.* // Ядерная физика. 1980. **32**. С. 174.
5. *Лобанов А.Е., Муратов А.Р.* // ЖЭТФ. 1984. **87**. С. 1140.
6. *Родионов В.Н.* // ЖЭТФ. 1997. **111**. С. 3.
7. *Родионов В.Н.* // ЖЭТФ. 1998. **113**. С. 21.
8. *Ансельм А.И.* Введение в теорию полупроводников. М., 1978.
9. *Келдыш Л.В.* // ЖЭТФ. 1958. **34**. С. 1138.
10. *Franz W.Z.* // Naturforsch. 1958. **13A**. P. 484.
11. *Ишханов Б.С., Капитонов И.М., Родионов В.Н.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 6. С. 31 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 6. P. 37).

Поступила в редакцию
02.02.98

УДК 539.171

О ЗАВИСИМОСТИ ОСОБЫХ РЕШЕНИЙ ОДНОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ШРЁДИНГЕРА ОТ ПАРАМЕТРОВ ЗАДАЧИ

А. Р. Френкин

(*кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

Исследована зависимость особых решений обобщенного одномерного уравнения типа Шрёдингера от параметров задачи. Установлена связь слабых и обычных сепаратрисных решений. Рассмотрены уравнения с различными типами нелинейностей.

В работах [1–3] был предложен метод построения особых (нерасплывающихся) решений обобщенного одномерного нелинейного уравнения Шрёдингера (НУШ)

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + F(|\psi|)\psi,$$

отличного от обычно рассматриваемого кубического НУШ ($F(|\psi|) \sim |\psi|^2$). Этот метод позволяет получать нерасплывающиеся решения таких НУШ, для которых неизвестна обратная задача квантовой теории рассеяния [4].

Необходимость исследования обобщенного НУШ обусловлена появлением новых физических моделей, содержащих потенциалы в виде полиномов выше четвертой степени, а также логарифмические множители. Такие потенциалы используются в физике твердого тела [5], в физике полимеров [6], в суперсимметричных моделях теории поля [7] и т. д.

Следуя работам [1–3], представим особые решения НУШ, соответствующие уединенным волнам (нерасплывающимся обобщенным волновым пакетам) в виде

$$\psi(x,t) = y(z)\exp\{i(pz + \delta t)\},$$

где $z = x - vt$ — фазовое время, $p = v/2$, v — скорость пакета, δ — действительное число, $y(z)$ — действительная функция фазового времени.