

## Литература

1. Nusinovich G.S., Dumbrajs O. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1996. **24**, No. 3. P. 620.
2. Liu C., Antonsen T.M., Levush B. // Ibid. P. 982.
3. Raisky B.V., Tsimring S.E. // Ibid. P. 992.
4. Братман В.Л., Самсонов С.В. // Физика микроволн. Н. Новгород, 1996. С. 14.
5. Александров А.Ф., Веснин В.Л., Кубарев В.А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. №3. С. 33 (Moscow University Phys. Bull. 1996. No. 3. P. 27).
6. Александров А.Ф., Веснин В.Л., Кубарев В.А. // Радиотехн. и электроника. 1996. **41**, №5. С. 615.
7. Кубарев В.А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. №5. С. 10 (Moscow University Phys. Bull. 1992. No. 5. P. 8).
8. Маршалл Т. Лазеры на свободных электронах. М., 1987.
9. Смайт В. Электростатика и электродинамика. М., 1954.
10. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М., 1979.

Поступила в редакцию  
08.05.98

УДК 531.535

## ЗАТУХАНИЕ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ПРОЦЕССАМИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОДСИСТЕМЕ

И. А. Елкин, В. П. Митрофанов

(кафедра молекулярной физики и физических измерений)

Представлены теоретические расчеты и результаты экспериментального определения коэффициента затухания колебаний механического осциллятора, вносимого соединенной с ним системой электрического силового воздействия на его пробную массу. Показана возможность регенерации колебаний в таких системах. Рассмотрено применение полученных результатов в устройствах, корректирующих положение пробных масс в интерферометрических гравитационных антеннах.

Для повышения предельной чувствительности при измерении малых сил, действующих на пробный механический осциллятор, необходимо, согласно флуктуационно-диссипационной теореме, увеличивать его добротность. Часто при выполнении измерений требуется корректировать положение в пространстве массы осциллятора — пробного тела, воспринимающего воздействие внешней силы. Такая задача возникает, например, в лазерных интерферометрических детекторах гравитационного излучения при настройке интерферометра [1]. Коррекция положения пробной массы осуществляется путем действия на нее дополнительной статической магнитной или электрической силы. Важно, чтобы было минимальным возникающее при этом флуктуационное воздействие на пробную массу, например, из-за дополнительной диссипации, вносимой в осциллятор системой коррекции.

В настоящей работе исследовано затухание, вносимое в колебания механического осциллятора соединенной с ним электрической системой статического силового воздействия.

Рассматриваемая электромеханическая система изображена на рис. 1. Пробная масса  $m$ , соединенная с элементом, имеющим коэффициент упругости  $K$ , образует осциллятор с частотой  $\omega_0$ . На малом расстоянии  $d$  от проводящей поверхности пробной массы находится пластина площадью  $S$ , являющаяся электродом, на который подается электрическое напряжение. Для того чтобы изменить положение пробной массы, на электрод можно подать как постоянное, так и переменное напряжение  $U_0 \cos pt$  с постоянной амплитудой  $U_0$ , поскольку электрическая си-

ла, действующая между электродом и пробной массой, квадратична по полю. Колебания пробной массы с частотой  $2p$  могут быть легко отфильтрованы. Кроме емкости  $C = \epsilon_0 S/d$ , изменяющейся при колебаниях пробной массы, необходимо учитывать паразитную емкость  $C_s$ , которая остается неизменной. Вносимая в осциллятор диссипация, вызванная наличием электрической системы силового воздействия на пробную массу, может быть обусловлена различными процессами, например явлениями на поверхности колеблющегося тела, к которому приложено

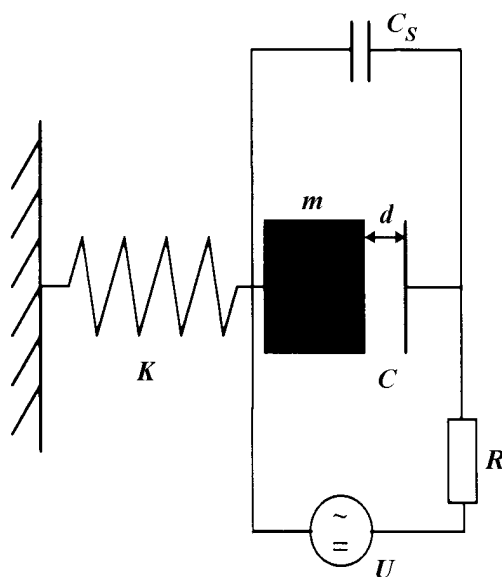


Рис. 1. Принципиальная схема механического осциллятора и системы воздействия на пробную массу

электрическое поле [2]. Использование переменного электрического напряжения имеет преимущество, так как позволяет значительно уменьшить эти потери. Ниже рассмотрен механизм затухания, связанный с наличием сопротивления  $R$  в цепи подачи электрического напряжения, которое всегда присутствует в реальной схеме.

Полагая, что смещение пробной массы  $x$  от положения равновесия много меньше расстояния  $d$ , получаем уравнения как для движения пробной массы, так и для суммарного заряда  $q$  на обкладках конденсаторов  $C$  и  $C_s$ :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{\beta^2 q^2 [1 - 2(1 - \beta)x/d_0]}{2mC_0 d_0}, \quad (1)$$

$$\dot{q} = \frac{U_0 \cos pt}{R} - \frac{q(1 + \beta x/d_0)}{RC_1}, \quad (2)$$

где  $C_1 = C_0 + C_s$ ,  $\beta = C_0/C_1$ ,  $d = d_0 + x$ , а  $d_0$  и  $C_0$  — соответственно расстояние между обкладками и емкость конденсатора  $C$ , когда маятник находится в положении равновесия. При решении уравнений исключались случаи резонансного и параметрического действий электрической силы на пробную массу, поскольку они не представляют интереса при анализе системы коррекции положения пробной массы, т. е. считалось, что  $pl \neq k\omega_0$ , где  $k$  и  $l$  — целые числа. Также при расчетах предполагалось, что амплитуда вынужденных колебаний пробной массы с частотами  $2p$  и  $p$  много меньше амплитуды свободных колебаний с частотой  $\omega_0$ . При этом можно положить, что решение уравнения (1) в нулевом приближении равно  $x \approx a \cos \omega_0 t$  ( $a \ll d_0$ ). Далее, подставляя это решение в уравнение (2), можно найти  $q$  с точностью до членов первого порядка малости по  $a/d_0$ , а затем силу  $F$ , действующую на пробную массу. Эта сила содержит комбинационные составляющие частот  $p$  и  $\omega_0$ , что приводит к осцилляциям амплитуды колебаний. Для того чтобы исключить влияние осцилляций при вычислении добротности осциллятора, потери энергии за период колебаний усреднялись по  $n$  периодам, где  $n$  существенно превышает отношение периода биений к периоду собственных колебаний осциллятора:

$$W_{T,n} = -\frac{1}{n} \int_0^{2\pi n/\omega_0} F \dot{x} dt.$$

Окончательно получаем следующее выражение для коэффициента вносимых потерь (величина, обратная добротности):

$$Q_e^{-1} = \left( \frac{U_0}{\sqrt{2} d_0} \right)^2 \frac{RC_0^2}{m\omega_0} \times \frac{1 + (\omega_0 RC_1)^2 - (pRC_1)^2}{[1 + (pRC_1)^2][1 + (p + \omega_0)^2 R^2 C_1^2][1 + (p - \omega_0)^2 R^2 C_1^2]}. \quad (3)$$

Уравнение (3) можно переписать, используя выражение для статического смещения пробной массы  $\Delta x$

под действием силы, которая вызвана приложением электрического напряжения между электродом и пробной массой:

$$Q_e^{-1} = \frac{2\Delta x \omega_0 RC_0}{d_0} \times \frac{1 + (\omega_0 RC_1)^2 - (pRC_1)^2}{[1 + (p + \omega_0)^2 R^2 C_1^2][1 + (p - \omega_0)^2 R^2 C_1^2]}. \quad (4)$$

Необходимо заметить, что в случае, когда  $(p^2 - \omega_0^2)R^2 C_1^2 > 1$ , коэффициент вносимых потерь становится отрицательным, что соответствует случаю регенерации колебаний. Регенерацию можно объяснить следующим образом. Напряжение на емкости  $C$ , а следовательно, и сила, действующая на пробную массу, зависят от соотношения между частотой колебаний электрического напряжения, подаваемого на  $RC$ -цепь, и частотой среза  $RC$ -цепи  $\omega_{RC} = (RC)^{-1}$ . Последняя в свою очередь зависит от величины емкостного зазора  $d$ , т. е. от смещения пробной массы осциллятора. Это означает, что в осциллятор вносится дополнительная жесткость. Нетрудно показать, что соответствующий коэффициент упругости имеет положительный знак и жесткость вносится с запаздыванием, равным постоянной времени  $RC$ -цепи. Внесение в осциллятор положительной жесткости с запаздыванием приводит к его регенерации (см., напр., [3]).

Для экспериментальных исследований вносимого затухания использовался маятник — алюминиевый цилиндр, подвешенный на двух кварцевых нитях и совершающий крутильные колебания относительно вертикальной оси, которая проходит через его центр масс перпендикулярно боковой поверхности. На расстоянии  $d \approx 3$  мм от основания цилиндра располагался плоский электрод, имеющий форму полукруга, на который через сопротивление  $R$  подавалось постоянное или переменное электрическое напряжение. Отметим, что при сравнении экспериментальных результатов с расчетами формула (3), выведенная для абстрактного осциллятора, была модифицирована для используемого в эксперименте крутильного маятника.

На рис. 2, а представлена зависимость коэффициента потерь  $Q_e^{-1}$ , вносимых в маятник, от величины сопротивления  $R$  в цепи подачи электрического напряжения на электрод. В данном случае использовалось постоянное напряжение  $U_1$ . Нетрудно показать, что при подаче постоянного напряжения  $U_1$  коэффициент потерь  $Q_e^{-1}$  будет определяться равенством (3), если в нем сделать замену  $U_0/\sqrt{2}$  на  $U_1$  и положить  $p = 0$ . Все величины, входящие в формулу (3), были известны, за исключением паразитной емкости  $C_s$ , измерить которую не представлялось возможным. Поэтому при построении расчетной зависимости она играла роль подгоночного параметра. Из рис. 2, а видно, что при увеличении сопротивления затухание растет, достигает максимума

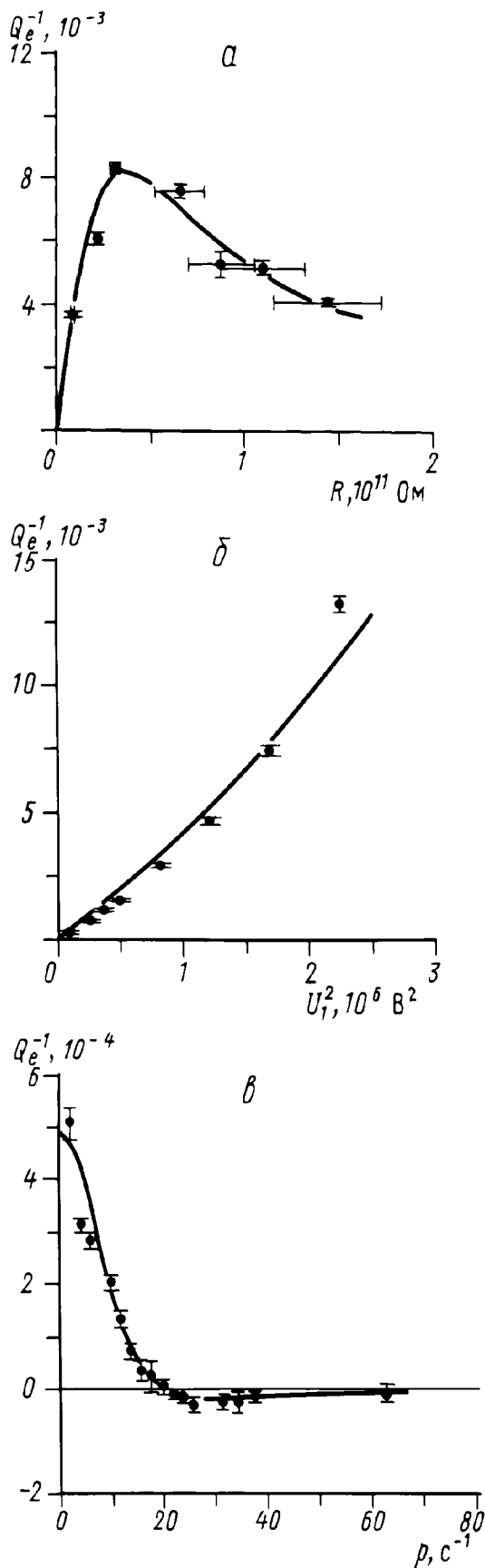


Рис. 2. Зависимость коэффициента вносимых потерь  $Q_e^{-1}$  от сопротивления в цепи подачи электрического напряжения (а), от квадрата напряжения (б) и от частоты колебаний электрического напряжения (в). Сплошная линия — расчетная кривая

(при  $\omega_0 RC_1 = 1$ ), а затем уменьшается. Для того чтобы выделить диссипативные эффекты, обусловленные наличием сопротивления в цепи подачи электрического напряжения на управляющий электрод, на фоне других механизмов затухания колебаний маятника, необходимо выбирать значение этого сопротивления близким к  $(\omega_0 C_1)^{-1}$ . Для дальнейших исследований использовалось  $R = 10^{10} \text{ Ом}$ .

Зависимость коэффициента вносимых потерь  $Q_e^{-1}$  от квадрата величины постоянного электрического напряжения, приложенного к управляющему электроду ( $U_1^2$ ), показана на рис. 2, б. При сравнении с теоретической зависимостью (сплошная линия на рис. 2, б) учитывалось, что в формуле (3) величины  $C_0$  и  $d_0$  также зависят от величины приложенного напряжения, поскольку положение равновесия маятника изменяется под действием электрической силы. Наблюдаемое при больших значениях напряжения отклонение от расчетной зависимости объясняется тем, что начинает проявляться другой механизм потерь, связанный с процессами на поверхности электрода и маятника, к которым приложено электрическое поле [2].

На рис. 2, в представлена измеренная зависимость коэффициента вносимых потерь  $Q_e^{-1}$  от частоты приложенного электрического напряжения, амплитуда которого поддерживалась на постоянном уровне  $U_0 = 500 \text{ В}$ , а частота изменялась от 1 до 10 Гц.

Как указывалось выше, добротность пробного осциллятора играет важную роль, поскольку она определяет тепловые флуктуации его амплитуды колебаний. В рассматриваемом нами случае флуктуационная сила, действующая на пробную массу со стороны управляющего электрода, вызвана тепловым электрическим шумом на сопротивлении  $R$ . Флуктуационная сила была рассчитана аналогично коэффициенту вносимых потерь. Выражение для спектральной плотности этой флуктуационной силы имеет следующий вид:

$$S_F(\Omega) = 4k_B T \frac{U_0^2 RC_0^2}{2d_0^2} \times \quad (5)$$

$$\frac{1 + (\Omega RC_1)^2 + (p RC_1)^2}{[1 + (p RC_1)^2][1 + (p + \Omega)^2 R^2 C_1^2][1 + (p - \Omega)^2 R^2 C_1^2]}$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана.

Сравнивая равенства (3) и (5), можно сделать вывод, что спектральная плотность флуктуационной силы, действующей на пробную массу, связана в соответствии с флуктуационно-диссипационной теоремой с вносимым коэффициентом трения и определяется в данном случае суммой модулей его положительной и отрицательной частей [4]. А коэффициент вносимых в осциллятор потерь определяется алгебраической суммой положительной и отрицательной частей вносимого коэффициента трения. Поэтому, даже если увеличивать добротность осциллятора, устремив ее к бесконечности (случай  $(p^2 - \omega_0^2)R^2 C_1^2 \approx 1$ ), флуктуационная сила будет иметь конечное значение.

Анализ формулы (5) позволяет выбрать параметры системы коррекции положения пробной массы измерительного осциллятора таким образом, чтобы обеспечить минимальное флуктуационное воздействие с ее стороны.

В заключение приведем численные оценки коэффициента вносимых потерь и флуктуационной силы для системы контроля положения пробных масс в гравитационной антенне американского проекта LIGO, рассчитанные на основе формул, полученных в настоящей работе. Подставим в них значения параметров пробных масс антенны и системы контроля их положения, обеспечивающей контроль в диапазоне до  $\Delta x = 10^{-5}$  см:  $m = 10$  кг,  $\omega_0 = 6$  с $^{-1}$ ,  $S = 3$  см $^2$ ,  $d_0 = 1$  мм,  $R = 10^3$  Ом,  $U = 250$  В. Целесообразно выбрать частоту колебаний электрического напряжения  $p = 10^6$  с $^{-1}$  для того, чтобы уменьшить амплитуду вынужденных колебаний пробных масс. В результате вычислений получаем, что  $Q_e^{-1} \approx 3 \cdot 10^{-12}$ ,  $S_F \approx 2 \cdot 10^{-30}$  Н $^2$ /Гц в рабочем

диапазоне частот гравитационной антенны. Последняя величина значительно меньше флуктуационной силы, вызванной другими источниками.

Авторы благодарят В. Б. Брагинского и Ф. Я. Халили за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Национального научного фонда США (грант РНУ-9503642) и Министерства науки и технологий РФ.

#### Литература

1. Abramovich A., Althouse W., Camp J. et al. // Phys. Lett. 1996. **A218**, No. 3–6. P. 157.
2. Вишнякова Н.В., Городецкий М.Л., Митрофанов В.П., Токмаков К.В. // Письма в ЖТФ. 1998. **24**, № 13. С. 27.
3. Брагинский В.Б. Физические эксперименты с пробными телами. М., 1970.
4. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. М., 1982.

Поступила в редакцию  
03.06.98

## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.14

### РАСЧЕТ СКОРОСТИ СОВПАДЕНИЙ И ОДИНОЧНЫХ ФОТООТСЧЕТОВ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ НЕВЫРОЖДЕННОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ

А. В. Белинский

(кафедра компьютерных методов физики)

Описан численный эксперимент — приготовление и регистрация фотонных пар, интересный с точки зрения проверки возможности описания квантовых процессов в рамках классической статистической физики — теории скрытых переменных — методом тестирования неравенств Белла. Получены аналитические формулы и проведены компьютерные расчеты для скоростей парных и одиночных фотоотсчетов, которые показали, что отношение скорости парных к скорости одиночных может быть очень близким к квантовой эффективности детекторов  $\eta$ . Этот результат подтверждает принципиальную возможность опровержения теории скрытых переменных на основании теоремы Белла.

#### Введение

Задача детального исследования параметрического рассеяния света в последнее время вызывает новый интерес в связи с проблемой адекватной интерпретации квантовой теории, поскольку множество существующих интерпретаций противоречат друг другу (см., напр., [1]). Возможный путь решения этой проблемы состоит в «выбраковке» неадекватных интерпретаций, не соответствующих экспериментальным данным. Казалось бы, проще всего опровергнуть интерпретацию, основанную на классической статистической физике, — так называемую «теорию скрытых параметров» или «скрытых переменных», поскольку для ее проверки разработаны четкие количественные критерии — различные виды неравенств Белла [2]. Однако в большинстве предпринятых в прошлом экспериментальных усилий, как правило, реализующих именно параметрическое рассеяние све-

та, не учитывался казавшийся несущественным факт принципиальной неустранимости одиночных фотоотсчетов (подробнее см., напр., [3, 4]). В результате кардинальное значение для проведения эксперимента приобрело предельное отношение числа парных фотоотсчетов (одновременных фотоотсчетов двух детекторов — «совпадений») к числу одиночных. Для опровержения теории скрытых параметров это отношение должно быть не менее 2/3 [5, 6] (см. также [3, 4]).

Для желаемого увеличения этого отношения в реальных экспериментах помимо высоких требований к квантовой эффективности детекторов (превышающей 2/3) и подавлению темновых фотоотсчетов необходима оптимальная конфигурация экспериментальной установки (размеры и ориентация нелинейных кристаллов, геометрия пучка накачки и параметрически рассеянных пучков, правильные выбор и расположение фильтров, линз и других оптических