

Анализ формулы (5) позволяет выбрать параметры системы коррекции положения пробной массы измерительного осциллятора таким образом, чтобы обеспечить минимальное флуктуационное воздействие с ее стороны.

В заключение приведем численные оценки коэффициента вносимых потерь и флуктуационной силы для системы контроля положения пробных масс в гравитационной антенне американского проекта LIGO, рассчитанные на основе формул, полученных в настоящей работе. Подставим в них значения параметров пробных масс антенны и системы контроля их положения, обеспечивающей контроль в диапазоне до $\Delta x = 10^{-5}$ см: $m = 10$ кг, $\omega_0 = 6$ с $^{-1}$, $S = 3$ см 2 , $d_0 = 1$ мм, $R = 10^3$ Ом, $U = 250$ В. Целесообразно выбрать частоту колебаний электрического напряжения $p = 10^6$ с $^{-1}$ для того, чтобы уменьшить амплитуду вынужденных колебаний пробных масс. В результате вычислений получаем, что $Q_e^{-1} \approx 3 \cdot 10^{-12}$, $S_F \approx 2 \cdot 10^{-30}$ Н 2 /Гц в рабочем

диапазоне частот гравитационной антенны. Последняя величина значительно меньше флуктуационной силы, вызванной другими источниками.

Авторы благодарят В. Б. Брагинского и Ф. Я. Халили за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Национального научного фонда США (грант РНУ-9503642) и Министерства науки и технологий РФ.

Литература

1. Abramovich A., Althouse W., Camp J. et al. // Phys. Lett. 1996. A218, No. 3–6. P. 157.
2. Вишнякова Н.В., Городецкий М.Л., Митрофанов В.П., Токмаков К.В. // Письма в ЖТФ. 1998. 24, № 13. С. 27.
3. Брагинский В.Б. Физические эксперименты с пробными телами. М., 1970.
4. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. М., 1982.

Поступила в редакцию
03.06.98

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.14

РАСЧЕТ СКОРОСТИ СОВПАДЕНИЙ И ОДИНОЧНЫХ ФОТООТСЧЕТОВ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ НЕВЫРОЖДЕННОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ

А. В. Белинский

(кафедра компьютерных методов физики)

Описан численный эксперимент — приготовление и регистрация фотонных пар, интересный с точки зрения проверки возможности описания квантовых процессов в рамках классической статистической физики — теории скрытых переменных — методом тестирования неравенств Белла. Получены аналитические формулы и проведены компьютерные расчеты для скоростей парных и одиночных фотоотсчетов, которые показали, что отношение скорости парных к скорости одиночных может быть очень близким к квантовой эффективности детекторов η . Этот результат подтверждает принципиальную возможность опровержения теории скрытых переменных на основании теоремы Белла.

Введение

Задача детального исследования параметрического рассеяния света в последнее время вызывает новый интерес в связи с проблемой адекватной интерпретации квантовой теории, поскольку множество существующих интерпретаций противоречат друг другу (см., напр., [1]). Возможный путь решения этой проблемы состоит в «выбраковке» неадекватных интерпретаций, не соответствующих экспериментальным данным. Казалось бы, проще всего опровергнуть интерпретацию, основанную на классической статистической физике, — так называемую «теорию скрытых параметров» или «скрытых переменных», поскольку для ее проверки разработаны четкие количественные критерии — различные виды неравенств Белла [2]. Однако в большинстве предпринятых в прошлом экспериментальных усилий, как правило, реализующих именно параметрическое рассеяние све-

та, не учитывался казавшийся несущественным факт принципиальной неустранимости одиночных фотоотсчетов (подробнее см., напр., [3, 4]). В результате кардинальное значение для проведения эксперимента приобрело предельное отношение числа парных фотоотсчетов (одновременных фотоотсчетов двух детекторов — «совпадений») к числу одиночных. Для опровержения теории скрытых параметров это отношение должно быть не менее 2/3 [5, 6] (см. также [3, 4]).

Для желаемого увеличения этого отношения в реальных экспериментах помимо высоких требований к квантовой эффективности детекторов (превышающей 2/3) и подавлению темновых фотоотсчетов необходима оптимальная конфигурация экспериментальной установки (размеры и ориентация нелинейных кристаллов, геометрия пучка накачки и параметрически рассеянных пучков, правильные выбор и расположение фильтров, линз и других оптических

элементов). При этом на первый план выходит теоретическое описание эксперимента. Для типа I параметрического взаимодействия (обыкновенные волны сигнального и холостого излучения и необыкновенная волна накачки) эта задача аналитически решена в работе [7]. Однако в ней использовался ряд упрощающих предположений (плоская импульсная частотно-ограниченная волна накачки, двумерное приближение по пространству и др.). Желание избежать этих ограничений и обобщить рассмотрение на взаимодействия типа II побудили автора к продолжению исследований, результаты которых отражены в данной работе.

1. Расчетные соотношения

Рассмотрим параметрическое взаимодействие типа II: необыкновенная волна накачки распадается на обыкновенную (o) сигнальную и необыкновенную (e) холостую волны. Для определенности будем иметь в виду два варианта эксперимента, схематично представленные на рис. 1.

Ограничимся случаем пучка накачки с гауссовым профилем интенсивности. Дифракцией пренебрегаем, что допустимо, если длина перетяжки существенно превышает толщину кристалла. Аналитический сигнал накачки при этом можно представить в виде

$$E_p^{(+)}(t, \mathbf{r}) = \exp \left[\frac{x^2 + (y - \rho z)^2}{\Delta r_p^2} \right] \times \int_0^\infty d\omega_p \exp(-i\omega_p t) \tilde{E}_p(\omega_p, z), \tag{1}$$

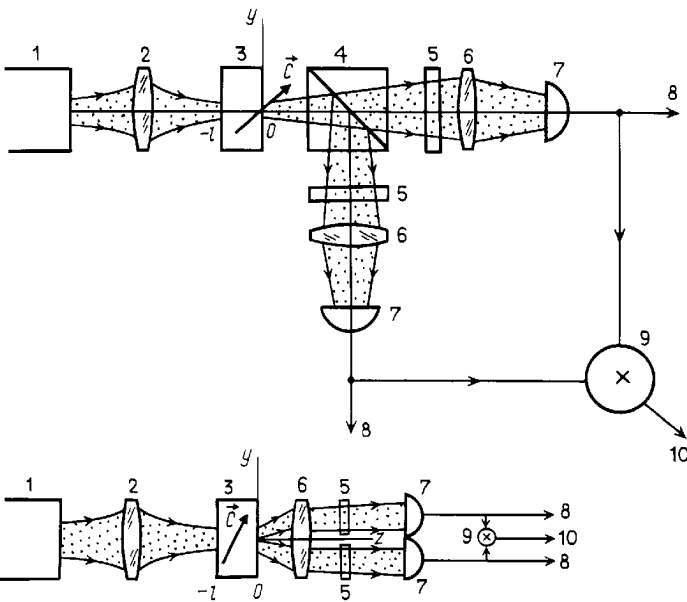


Рис. 1. Схемы детектирования излучения коллинеарного (вверху) и неколлинеарного (внизу) параметрического рассеяния: 1 — лазер, 2 — линза, коллимирующая накачку, 3 — нелинейный кристалл, 4 — поляризационная призма, 5 — спектральные фильтры, 6 — линзы, 7 — детекторы; 8 — одиночные фотоотсчеты, 9 — схема совпадений, 10 — парные фотоотсчеты, \vec{c} — направление оптической оси кристалла (лежит в плоскости чертежа)

где тильдой отмечена фурье-трансформанта реального поля:

$$\tilde{E}_p(\omega_p, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty dt \exp(i\omega_p t) E_p(t, \mathbf{r}) = \tilde{E}_p^*(-\omega_p, \mathbf{r}), \tag{2}$$

угол ρ определяет поперечный снос волны накачки, ω_p — частота накачки, $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$ — пространственный вектор, Δr_p — радиус пучка накачки. Предполагается, что поперечный снос имеет место только в направлении оси y , что достигается специальной ориентацией системы координат x, y, z . Поскольку $\rho = \psi'_e - \psi_e$ [8], где ψ_e — угол между оптической осью одноосного кристалла (заданной единичным вектором $\mathbf{C} = \{0, C_y, C_z\}$) и направлением волнового вектора накачки, которое совпадает с осью z , ψ'_e — угол между \mathbf{C} и лучом накачки, а $\text{tg } \psi'_e = (\epsilon_o/\epsilon_e) \text{tg } \psi_e$, при $\psi_e = 0$ или $\pi/2$ поперечный снос отсутствует ($\rho = 0$). Здесь $\epsilon_\alpha = \sqrt{n_\alpha}$ — диэлектрическая проницаемость, значения которой могут быть вычислены по формулам (8) (см. далее), $\alpha = o$ или e . Сориентируем ось x перпендикулярно вектору \mathbf{C} и оси z . При этом поперечный снос в направлении оси x отсутствует и оптическая ось кристалла лежит в плоскости $y0z$.

Будем считать накачку стационарным случайным процессом с гауссовским спектром:

$$\langle\langle \tilde{E}_p(\omega_p, z) \tilde{E}_p^*(\omega'_p, z') \rangle\rangle \propto \tag{3}$$

$$\propto \exp \left[i(z - z') k_{zp}(\omega_p) - \left(\frac{\omega_p - \omega_p^0}{\Delta\omega_p} \right)^2 \right] \delta(\omega_p + \omega'_p),$$

где двойные угловые скобки означают классическое усреднение по реализациям или по интервалу времени, существенно превышающему обратную ширину спектра накачки $2\pi/\Delta\omega_p$, звездочкой обозначена комплексно-сопряженная величина, $k_{zp}(\omega_p)$ — длина волнового вектора накачки на частоте ω_p , направленного по оси z : $k_{zp} = n_p(\omega_p)\omega_p/c$, n_p — показатель преломления необыкновенной волны накачки, ω_p^0 — центральная частота накачки, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. В поперечном направлении накачка предполагается идеально пространственно когерентной.

Гамильтониан параметрического преобразования имеет вид [9]

$$H \propto \int_V d^3\mathbf{r} \chi^{(2)} \hat{E}_p^{(+)}(t, \mathbf{r}) \hat{E}_o^{(-)}(t, \mathbf{r}) \hat{E}_e^{(-)}(t, \mathbf{r}) + \text{э. с.}, \tag{4}$$

где $\hat{E}_\alpha^{(\pm)}$ — операторы напряженности электрического поля в представлении Гейзенберга, э.с. — эрмитово сопряжение, а $\chi^{(2)}$ — квадратичная нелинейность, которая полагается постоянной в объеме кри-

талла V . В приближении заданной классической накачки вместо первого положительно-частотного оператора подставляется аналитический сигнал (1). Пренебрежем зависимостью нелинейности $\chi^{(2)}$ от спектрального состава взаимодействующих пучков. Ее можно учесть так же, как в работе [7].

Подставим (1) в (4) и представим полевые операторы в виде

$$\hat{E}_\alpha^{(-)}(t, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{k}_\alpha \exp i(\omega_\alpha t - \mathbf{k}_\alpha \mathbf{r}) \hat{a}_\alpha^+(\mathbf{k}_\alpha), \quad (5)$$

где $\hat{a}_\alpha^+(\mathbf{k}_\alpha)$ — операторы рождения фотона. Выполнение интегрирования по поперечным координатам x, y в объеме V в бесконечных пределах (поперечные размеры кристалла при этом предполагаются существенно превышающими Δr_p) дает

$$H \propto \int_0^\infty d\omega_p \int_{-\infty}^\infty d^3\mathbf{k}_o \hat{a}_o^+(\mathbf{k}_o) \int_{-\infty}^\infty d^3\mathbf{k}_e \times \quad (6)$$

$$\times \exp[i(\omega_o + \omega_e - \omega_p)t] \hat{a}_e^+(\mathbf{k}_e) \mathcal{E}(\omega_p, \mathbf{k}_o, \mathbf{k}_e) + \text{э.с.},$$

где

$$\mathcal{E}(\omega_p, \mathbf{k}_o, \mathbf{k}_e) = \exp \left[-\frac{(\mathbf{k}_{-o} + \mathbf{k}_{-e})^2}{4} \Delta r_p^2 \right] \times$$

$$\times \int_{-l}^0 dz \tilde{E}_p(\omega_p, z) \exp\{-iz[(k_{yo} + k_{ye})\rho + k_{zo} + k_{ze}]\},$$

\mathbf{k}_{-o} — поперечные составляющие волновых векторов \mathbf{k}_o , а k_{zo} — их продольные составляющие, l — толщина кристалла.

В первом порядке теории возмущений по времени взаимодействия состояние системы описывается вектором

$$|\psi\rangle \propto \int_{-\infty}^\infty dt H|0\rangle \propto \int_0^\infty d\omega_p \int_{-\infty}^\infty d^3\mathbf{k}_o \int_{-\infty}^\infty d^3\mathbf{k}_e \times \quad (7)$$

$$\times |1\rangle_{\mathbf{k}_o} |1\rangle_{\mathbf{k}_e} \delta(\omega_o + \omega_e - \omega_p) \mathcal{E}(\omega_p, \mathbf{k}_o, \mathbf{k}_e),$$

где вектором $|0\rangle$ обозначено вакуумное состояние, а векторами $|1\rangle_{\mathbf{k}_\alpha}$ — однофотонные состояния, соответствующие модам с волновыми векторами \mathbf{k}_α .

Выразим $\mathbf{k}_{z\alpha}$ через ω_α при заданных \mathbf{k}_{-o} и \mathbf{k}_{-e} :

$$k_{zo} = \sqrt{\left(\frac{\omega_o n_o}{c}\right)^2 - k_{-o}^2}, \quad (8)$$

$$k_{ze} = \frac{1}{1 - \Lambda C_z^2} \left\{ \Lambda C_y C_z k_{ye} + \left\{ (\Lambda C_y C_z k_{ye})^2 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + (1 - \Lambda C_z^2) \left[\left(\frac{\omega_e n_e}{c}\right)^2 + \Lambda (C_y k_{ye})^2 - k_{-e}^2 \right] \right\}^{1/2} \right\},$$

где $\Lambda = 1 - (n_e/n_o)^2$; эти показатели преломления необыкновенной и обыкновенной волн входят в формулы Селлмейера, приведенные в работе [10]:

$$n_\alpha^2 = a_\alpha + \frac{b_\alpha}{\lambda_\alpha^2 + c_\alpha} - d_\alpha \lambda_\alpha^2, \quad n_p^2 = a_e + \frac{b_e}{\lambda_p^2 + c_e} - d_e \lambda_p^2, \quad (8)$$

где $a_\alpha, b_\alpha, c_\alpha, d_\alpha$ — константы выбранного нелинейного кристалла при определенной температуре, $\lambda_\alpha = 2\pi c/\omega_\alpha$ — длина волны в вакууме. Первое соотношение в (8) очевидно, а второе получается следующим образом. Для волнового вектора \mathbf{k}_e с частотой ω_e и углом θ между ним и вектором \mathbf{C} имеем $\omega_e = c|\mathbf{k}_e|/n_e(\omega_e, \theta)$, где показатель преломления $n_e^2(\omega_e, \theta) = (\sin^2 \theta/n_e^2 + \cos^2 \theta/n_o^2)^{-1}$. Здесь n_α определяются из формул (8). Подставим сюда $\cos^2 \theta = (\mathbf{C}\mathbf{k}_e)^2/(k_{-e}^2 + k_{-o}^2)$. Положительным решением получившегося квадратного уравнения относительно k_{ze} является второе соотношение (8).

Произведем в (7) замену переменных интегрирования $\mathbf{k}_{z\alpha} \rightarrow \omega_\alpha$:

$$|\psi\rangle \propto \int_0^\infty d\omega_p \int_{-\infty}^\infty d^2\mathbf{k}_{-o} \int_{-\infty}^\infty d^2\mathbf{k}_{-e} \int_0^\infty d\omega_o \int_0^\infty d\omega_e \times \quad (9)$$

$$\times |1\rangle_{\mathbf{k}_o} |1\rangle_{\mathbf{k}_e} \delta(\omega_o + \omega_e - \omega_p) \left| \frac{dk_{zo}}{d\omega_o} \frac{dk_{ze}}{d\omega_e} \right| \cdot \mathcal{E}(\omega_p, \mathbf{k}_o, \mathbf{k}_e),$$

где $k_{z\alpha}$ вычисляются согласно (8).

Скорость счета парных фотоотчетов определяется функцией [9] $F(t_o, t_e, \mathbf{r}_o, \mathbf{r}_e) = \langle 0 | \hat{E}_o^{(+)}(t_o, \mathbf{r}_o) \times \hat{E}_e^{(+)}(t_e, \mathbf{r}_e) | \psi \rangle$, где положительно-частотные полевые операторы $\hat{E}_\alpha^{(+)}(t_\alpha, \mathbf{r}_\alpha)$ соответствуют излучению в свободном пространстве на выходе кристалла ($z > 0$). Если рассеянное излучение фокусируется идеальной линзой, то в ее фокальной плоскости можно наблюдать пространственный фурье-образ поля. При этом поперечные распределения электрических полей можно описывать полевыми операторами $\hat{E}_\alpha^{(+)}(t_\alpha, \mathbf{k}_{-\alpha})$, аргументы которых $\mathbf{k}_{-\alpha}$ пропорциональны соответствующим поперечным пространственным векторам в фокальной плоскости линзы, и можно записать $F(t_o, t_e, \mathbf{k}_{-o}, \mathbf{k}_{-e}) = \langle 0 | \hat{E}_o^{(+)}(t_o, \mathbf{k}_{-o}) \hat{E}_e^{(+)}(t_e, \mathbf{k}_{-e}) | \psi \rangle$.

Представим полевые операторы в виде

$$\hat{E}_\alpha^{(+)}(t_\alpha, \mathbf{k}_{-\alpha}) = \quad (10)$$

$$= \int_0^\infty d\omega_\alpha \hat{a}(\omega_\alpha, \mathbf{k}_{-\alpha}) \sqrt{\eta_{\omega_\alpha}} \exp \left\{ i\omega_\alpha \left(\frac{z_\alpha}{c} - t_\alpha \right) \right\},$$

где введены квантовые эффективности детекторов с учетом спектральных фильтров η_{ω_α} [11] (рис. 1). Можно показать, что в случае монохроматической накачки оптимальная спектральная характеристика чувствительности детекторов (с точки зрения получения максимального отношения числа

парных фотоотчетов к числу одиночных) должна иметь прямоугольную форму, причем интервалы прозрачности фильтров $[\omega_{\alpha \min}, \omega_{\alpha \max}]$ такие, что $\omega_{o \min} + \omega_{e \max} = \omega_{o \max} + \omega_{e \min} = \omega_p^0$. Тогда пределы интегрирования в интеграле (10) можно заменить на $\omega_{\alpha \min}$ и $\omega_{\alpha \max}$. Поскольку $\langle 0 | \hat{a}_{\alpha}(\omega_{\alpha}, \mathbf{k}_{-\alpha}) | 1 \rangle_{\omega'_{\alpha}, \mathbf{k}'_{-\alpha}} = \delta(\omega_{\alpha} - \omega'_{\alpha}, \mathbf{k}_{-\alpha} - \mathbf{k}'_{-\alpha})$, производя усреднение F' , получим

$$\begin{aligned} & \langle \langle |F(\Delta T, \mathbf{k}_{-o}, \mathbf{k}_{-e})|^2 \rangle \rangle \propto \eta_o \eta_e \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{k}_{-o} + \mathbf{k}_{-e})^2}{2} \Delta r_p^2 \right\} \int_{\omega_o \min}^{\omega_o \max} d\omega_o \left| \frac{dk_{zo}}{d\omega_o} \right| \times \\ & \times \int_{\omega_e \min}^{\omega_e \max} d\omega_e \left| \frac{dk_{ze}}{d\omega_e} \right| \exp \left\{ -\left(\frac{\omega_p - \omega_p^0}{\Delta \omega_p} \right)^2 \right\} \frac{\sin(l\Delta_z/2)}{\Delta_z} \times \\ & \times \int_{\omega_o \min}^{\omega_o \max} d\omega'_o \left| \frac{dk'_{zo}}{d\omega'_o} \frac{dk'_{ze}}{d\omega'_e} \right| \frac{\sin(l\Delta'_z/2)}{\Delta'_z} \times \\ & \times \exp \left\{ i \left[(\omega_o - \omega'_o) \Delta T + \frac{l}{2} (\Delta'_z - \Delta_z) \right] \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

где $\omega_p = \omega_o + \omega_e$, $\omega'_e = \omega_p - \omega'_o$, $k_{z\alpha} = k_{z\alpha}(\omega_{\alpha})$, $k'_{z\alpha} = k_{z\alpha}(\omega'_{\alpha})$, $k_{zp}(\omega_p) = \omega_p n_p(\omega_p)/c$; продольные волновые расстройки $\Delta_z = k_{zp}(\omega_p) - (k_{yo} + k_{ye})\rho - k_{zo} - k_{ze}$, $\Delta'_z = k_{zp}(\omega_p) - (k_{yo} + k_{ye})\rho - k'_{zo} - k'_{ze}$; величина $\Delta T = (z_o - z_e)/c - (t_o - t_e)$ определяется разностью продольных расстояний от кристалла до детекторов z_{α} (приведенных к вакууму) и разностью времен, на которую настроена схема совпадений. В случае конечной ширины окна схемы совпадений и конечных апертур детекторов A_{α} (в \mathbf{k} -пространстве) скорость счета парных фотоотчетов двух детекторов пропорциональна величине

$$\begin{aligned} R_{oe} & \propto \int_{-\infty}^{\infty} dt_o \int_{-\infty}^{\infty} dt_e \int_{A_o} d^2 \mathbf{k}_{-o} \int_{A_e} d^2 \mathbf{k}_{-e} \times \\ & \times \langle \langle |F(\Delta T, \mathbf{k}_{-o}, \mathbf{k}_{-e})|^2 \rangle \rangle S(t_o - t_e) \propto \quad (12) \\ & \propto \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{A_o} d^2 \mathbf{k}_{-o} \int_{A_e} d^2 \mathbf{k}_{-e} \langle \langle |F(\tau, \mathbf{k}_{-o}, \mathbf{k}_{-e})|^2 \rangle \rangle S(\tau), \end{aligned}$$

где $S(\tau)$ — профиль окна схемы совпадений, обычно имеющий ширину порядка 2 нс [9], $\tau = t_o - t_e$.

Докажем, что основное расчетное выражение (11) не комплексное. Области определения ω_o и ω'_o одинаковые (то же относится и к ω_e и ω'_e). Возьмем две пары значений (ω_o, ω'_o) и (ω_e, ω'_e) из их интервалов. Если теперь произвести взаимозамены ω_o с ω'_o и ω_e с ω'_e , то подынтегральное выражение (11) переходит в комплексно-сопряженное. Поскольку такое преобразование является отображением множеств значений ω_o , ω'_o и ω_e , ω'_e самих в себя, в интегральной

сумме всегда будут присутствовать пары комплексно-сопряженных слагаемых. В вырожденном же случае $\omega_o = \omega'_o$, $\omega_e = \omega'_e$ подынтегральная функция действительна. Следовательно, интеграл будет действительным.

Для расчета скорости одиночных отсчетов, например, сигнального излучения (R_o), в (12) нужно взять бесконечными пределы интегрирования по k_{-e} [12] и положить $S(\tau) \equiv 1$, а в (11) заменить пределы интегрирования по ω_e на $(0, \infty)$ и задать $\eta_e(\omega_e) \equiv 1$.

2. Численный эксперимент

В качестве примера приведем результаты расчета скоростей детектирования коллинеарного параметрического рассеяния при $\eta_{\alpha} = 1$ (рис. 2, 3). Оптимальным с точки зрения формирования узконаправленных сигнального и холостого пучков является случай отсутствия поперечного сноса. Поэтому выбран 90° -й синхронизм, когда в одноосном кристалле существует направление, перпендикулярное вектору \mathbf{C} (его оптической оси), в котором для некоторой тройки частот, подчиненных условию $\omega_p = \omega_e + \omega_o$, выполняется равенство $\mathbf{k}_p(\omega_p) = \mathbf{k}_o(\omega_o) + \mathbf{k}_e(\omega_e)$. Вдоль этого направления проведем ось z . Направление оси y совпадет с \mathbf{C} . При температуре $24,5^\circ \text{C}$ в ниобате лития 90° -й синхронизм существует для $\lambda_p = 1,064$ мкм ($\omega_p^0 = 1,7715 \cdot 10^{15}$ рад/с), $\lambda_o = 2,2128$ мкм, $\lambda_e = 2,0495$ мкм*). Ширина полосы накачки $\Delta \omega_p = 10^9$ рад/с, спектральные интервалы фильтров: $(8,5178 \div 8,5182) \cdot 10^{14}$ рад/с для сигнального (o) и $(9,1968 \div 9,1972) \cdot 10^{14}$ рад/с для холостого (e) излучения. Полагалось $\mathbf{k}_{-o} = -\mathbf{k}_{-e}$, поскольку первый экспоненциальный множитель (11) практически сводит к нулю значения F' , этому условию не соответствующие. Для расчета R_o пределы интегрирования по ω_e в (11) расширялись до «насыщения» скорости фотоотчетов. Прекращение роста происходило уже при удвоении интервала интегрирования, остающегося симметричным относительно центральной частоты. По сравнению с графиками на рис. 2 и 3 превышение R_o над R_{oe} не превосходило 2%. Следовательно, выбрав апертуры детекторов одинаковыми ($A_o = A_e$) и существенно превышающими обратный радиус пучка накачки Δr_p (диапазоны $\mathbf{k}_{-o} = -\mathbf{k}_{-e}$, например, могут быть $\pm 0,05$ мкм $^{-1}$), а ширину окна схемы совпадений ~ 10 нс (при больших ΔT вероятности фотоотчетов практически нулевые), можно получить $R_{oe}/R_o \approx 0,98\eta_e$. Расходимость излучения при этом $\pm 2^\circ$, и можно эффективно разделить o - и e -волны. В эксперименте [13] получено $R_{oe}/R_o \approx 0,9\eta_e$.

В отсутствие поперечного сноса во все формулы величины $\mathbf{k}_{-\alpha}$ входят в квадрате, поэтому F' — четная функция относительно аргументов $\mathbf{k}_{-\alpha}$, и область параметрического рассеяния, как следует из рис. 2, 3, имеет форму креста, ориентированного под углом 45° к поперечным осям x и y .

* Этот расчет был выполнен В. В. Волковым.

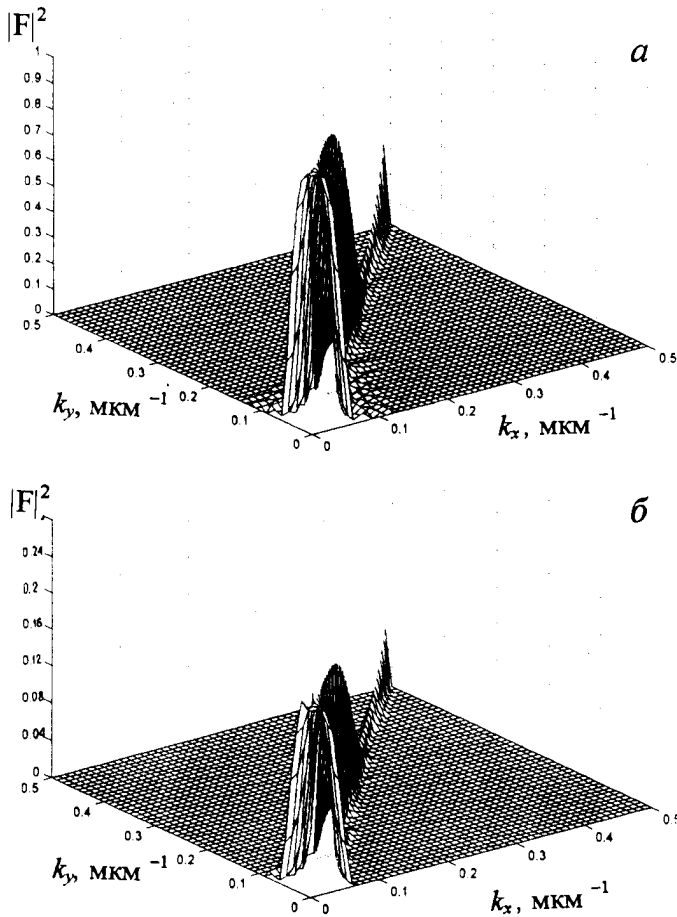


Рис. 2. Графики нормированного распределения (12), определяющего скорости парных фотоотчетов при толщине кристалла $l = 10$ мм, радиусе пучка накачки $\Delta r_p = 1$ мм и $\Delta T = 0$ (а) или $\Delta T = 10^{-10}$ с (б). Нормировка произведена на максимальное значение $|F|^2$ при $\Delta T = 0$

Заключение

Приведенные данные подтверждают возможность экспериментального наблюдения парадокса Белла. Потребуется как минимум два одинаковых детектора с квантовой эффективностью более 70% и подавленным темновым током [4]. Кроме того, следует максимально сократить потери излучения в оптическом тракте.

Одна из интерпретаций нарушения неравенств Белла состоит в том, что источник излучения нельзя рассматривать независимо от детектора [4, 14, 15]. В квантовой теории это требование выполняется автоматически: она предсказывает лишь результаты измерений, а измерения предполагают наличие детекторов. Поэтому детектор всегда присутствует в задаче. В классической электродинамике поглотители (включая детекторы) также учитываются при описании электромагнитного поля в виде граничных условий, накладываемых на излучение источников.

Изложенные результаты, возможно, окажутся полезны также в прикладных исследованиях, например в фотометрии для проведения калибровки фотоприемников (см., напр., [16]).

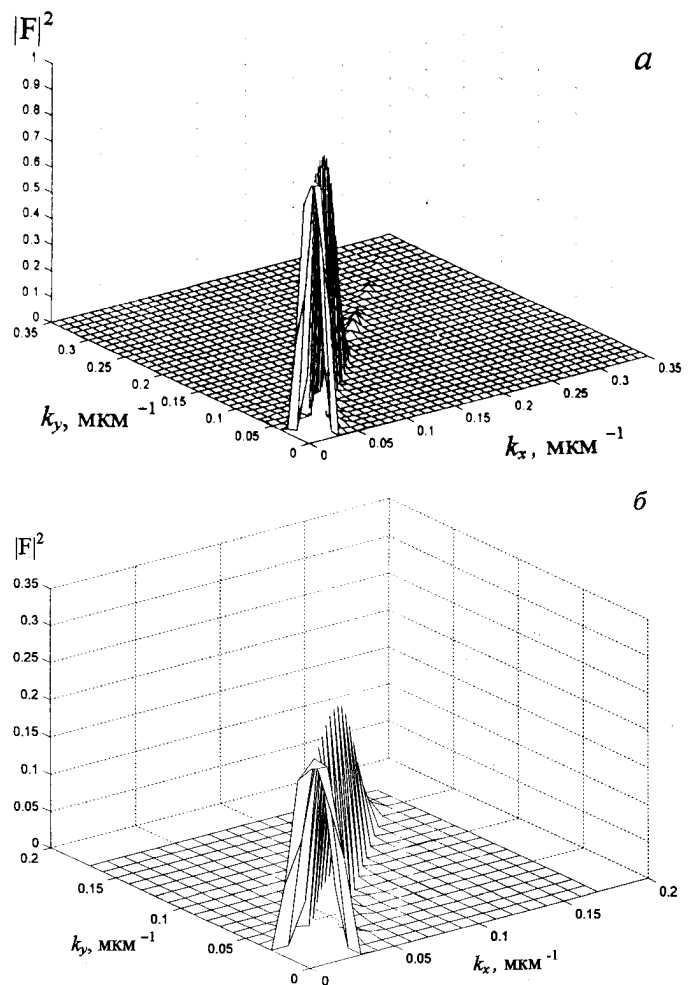


Рис. 3. Графики, аналогичные рис. 2, при $l = 50$ мм, $\Delta r_p = 5$ мм

Автор благодарен В. В. Волкову и А. Н. Пенину за помощь и обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-15-96673 по поддержке ведущих научных школ).

Литература

1. Садбери А. Квантовая механика и физика элементарных частиц. М., 1989.
2. Bell J.S. // Physics. 1964. 1. P. 195.
3. Santos E. // Phys. Lett. 1996. A212. P. 10.
4. Белинский А.В. // УФН. 1997. 167. С. 323.
5. Mermin N.D. // New Techniques and Ideas in Quantum Measurement Theory / Ed. D.M. Greenberger. N. Y., 1986. P. 422.
6. Eberhard P.H. // Phys. Rev. 1993. A47. P. 747.
7. Joobeur A., Saleh B.E.A., Teich M.C. // Phys. Rev. 1994. A50. P. 3349.
8. Константинова А.Ф., Гречушников Б.Н., Бокуть Б.В., Валяшко Е.Г. Оптические свойства кристаллов. Минск, 1995. С. 66.
9. Pittman T.V., Strekalov D.V., Klyshko D.N. et al. // Phys. Rev. 1996. A53. P. 2804.
10. Nelson D.F., Miculyak R.M. // J. Appl. Phys. 1974. 45. P. 3688.
11. Клышко Д.Н. // УФН. 1989. 158. С. 327.

12. Burlakov A.V., Chekhova M.V., Klyshko D.N. et al. // Phys. Rev. 1997. A56. P. 3214.
 13. Малыгин А.А., Пенин А.Н., Сергиенко А.В. // ДАН СССР. 1985. 281. С. 308.
 14. Матвеев А.Н. Атомная физика. М., 1989. С. 414.

15. Владимиров Ю.С. Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Ч. 2. М., 1998. С. 46.
 16. Клышко Д.Н. Фотоны и нелинейная оптика. М., 1980.

Поступила в редакцию
04.03.98

УДК 535.391.5

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ МНОГОСЛОЙНЫХ ПОКРЫТИЙ СО СЛАБО НЕОДНОРОДНЫМИ СЛОЯМИ

А. В. Воронов, А. В. Тихонравов, М. К. Трубецков

(кафедра математики)

Разработан новый приближенный метод расчета спектральных коэффициентов многослойных покрытий со слабо неоднородными слоями. Показано, что метод обладает высокой точностью. Важнейшей особенностью метода является простота параметрического описания многослойного покрытия с неоднородными слоями, что является определяющим фактором для последующего развития методов синтеза таких покрытий.

Введение

Слоистые системы с неоднородными слоями изучаются в течение многих лет [1, 2]. Помимо разработанных общих методов, с практической точки зрения представляет интерес и разработка приближенных методов расчета спектральных коэффициентов таких систем.

Недавно был предложен метод расчета коэффициентов отражения многослойных систем с неоднородными слоями, основанный на борновском приближении для учета интерференционных эффектов внутри неоднородных слоев [3]. В рамках этого метода неоднородность слоев задается функциями, описывающими профили показателей преломления отдельных слоев. В настоящей статье разрабатывается существенно более простой приближенный метод определения спектральных коэффициентов многослойных покрытий, содержащих слабо неоднородные слои. Предлагаемый метод основан на точном учете интерференционных эффектов, связанных с резкими изменениями показателя преломления на границах слоев, и пренебрежении интерференционными эффектами внутри слабо неоднородных слоев. Такого типа приближения оказались эффективными для расчетов свойств однослойных покрытий [4–7]. Поскольку подобное приближение впервые использовалось для однослойных покрытий в статье Шрёдера [8], мы будем называть его в дальнейшем приближением Шрёдера.

1. Описание метода

На рис. 1 изображена схема многослойного покрытия со слабо неоднородными слоями. Будем предполагать все слои непоглощающими, направление оси z перпендикулярным подложке. Пусть число слоев покрытия равно m , показатели преломления внешней среды и подложки — n_a и n_s соответственно. Обозначим физическую толщину j -слоя через d_j ,

показатели преломления на левой и правой границах этого слоя через n_j^l и n_j^r соответственно. Будем считать, что показатель преломления внутри слоя плавно меняется между этими значениями.

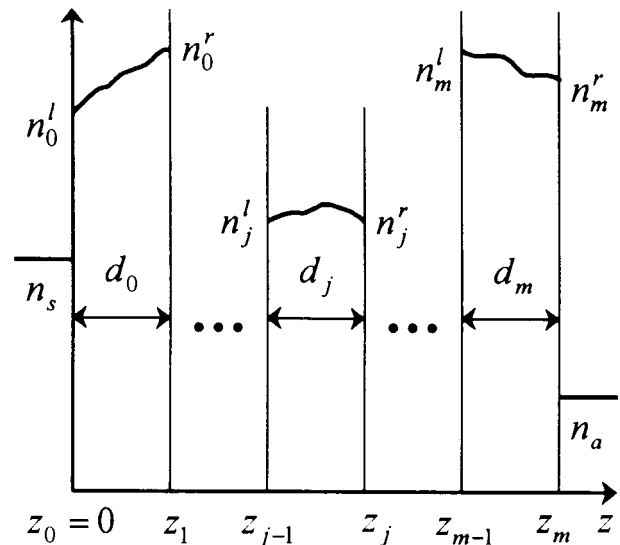


Рис. 1. Профиль показателя преломления многослойного покрытия со слабо неоднородными слоями

Для каждого слоя введем два параметра: среднее значение показателя преломления n и степень его неоднородности δ . Для j -слоя эти параметры определяются следующим образом:

$$n_j = \frac{n_j^l + n_j^r}{2}, \quad \delta_j = \frac{n_j^r - n_j^l}{n_j}.$$