пробега для квазинейтральной плазмы ($R_D = 0$) осуществил Перссон [8], предполагая независимость частоты столкновений ионов от их энергии, что при малых длинах свободного пробега не всегда верно.

При $\alpha = 0$ граничное условие (4б), как и в случае уравнения плазмы и слоя, заменяется условием

$$\left.\frac{d\eta}{ds}\right|_{s=1} = \infty. \qquad (4\text{в})$$

Приведем результаты расчета параметров плазмы по уравнению (3) при конечном, но малом радиусе Дебая для плоской геометрии, так как именно этот случай характерен для современных плазмохимических реакторов. На рисунке приведено пространственное распределение параметров плазмы при различной величине длины свободного пробега иона: от 170 (это практически соответствует режиму свободного пробега ионов) до 0,042. При длине свободного пробега ионов свыше 10, когда применим режим свободного пробега, кривые почти совпадают. Когда длина свободного пробега уменьшается до величины, составляющей две полуширины столба, частота ионизации, необходимая для поддержания разряда, падает на 10%. Пространственное распределение плотности плазмы при длине свободного пробега 0,01 отличается от синусоидального, следующего из теории Шоттки. Это связано с тем, что интегральное уравнение соответствует режиму сильного поля, когда подвижность ионов обратно пропорциональна корню из напряженности электрического поля, в то время как в теории Шоттки предполагается постоянная подвижность. Квазинейтральность решения нарушается при скорости течения плазмы, которая с точностью до ошибок численного интегрирования уравнения равна ионно-звуковой, несмотря на то что функция распределения ионов по энергиям не моноэнергетична.

Уравнение (3) позволяет также получить самосогласованное решение для функции распределения по скоростям ионов, бомбардирующих границу твердого тела, в частности, оно может быть использовано при анализе процессов в плазмохимических реакторах низкого давления.

Литература

1. *Langmuir I., Tonks L.* // Phys. Rev. 1929. **34**. P. 876.
2. *Schottky W.* // Physikalische Zeitschrift. 1924. **25**. P. 342, 635.
3. *Ивановский Г.Ф., Петров В.И.* Ионно-плазменная обработка материалов. М.: Радио и связь, 1986.
4. *Musil J.* // Microwave Plasma and Its Applications / Ed. Yury A. Lebedev. M.: The Moscow Physical Society, 1995. P. 318.
5. *Мак-Даниэль И.* Процессы столкновений в ионизованных газах. М.: Мир, 1967. Гл. 6.
6. *Бакшт Ф.Г., Мойжес Б.Я., Немчинский В.А.* // ЖТФ. 1967. **37**. С. 729.
7. *Голубев В.С.// Грановский В.Л.* Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971. С. 235.
8. *Persson K.B.* // Phys. Fluids. 1962. **5**. P. 1625.

Поступила в редакцию
10.06.98

УДК 519. 246, 524

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНОГО МАКСИМУМА КОРРЕЛИРОВАННОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ГАУССОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

А. В. Гусев

(*ГАИШ*)

Рассчитана функция распределения абсолютного максимума коррелированной стационарной гауссовой последовательности. В окончательную формулу входят функции Оуэна $T(c, a)$, табулированные для широкого интервала возможных значений аргументов c и a. Основные результаты конкретизированы для вычисления аномальных ошибок при поиске астро-гравитационной корреляции.

Введение

Необходимость учитывать особенности распределения абсолютного максимума (наибольшего значения) реализации стационарного гауссова случайного процесса возникает во многих прикладных задачах. Важным примером таких задач является оценивание по методу максимального правдоподобия неизвестного параметра $l \in (l_{\min}, l_{\max})$ полезного сигнала $s(t, l)$, принимаемого на фоне гауссовых помех [1]. Действительно, при большой длительности априорного интервала $(l_{\min}, l_{\max})$ возможных значений неизвестного параметра l, значительно превосходящей эффективную длительность $\hat{l}$ функции $S(l_1, l_2)$, необходимо учитывать наличие аномальных ошибок. Аномальные ошибки обусловлены шумовыми выбросами на выходе оптимального приемника. Так как максимально-правдоподобная оценка l_m определяется по положению глобального максимума выходного сигнала оптимального приемника, для расчета аномальной ошибки приходится учитывать распределение абсолютного максимума реализации помехи на выходе оптимального приемника.

Пусть T — длительность реализации стационарного дифференцируемого (в среднеквадратическом) гауссова случайного процесса $n(t)$, $0 \leqslant t \leqslant T$, с нулевым средним значением и функцией корреляции

$$K(\tau) = \sigma^2 R(\tau),$$

$H_{\max}$ — наибольшее значение (абсолютный максимум) реализации. Интегральная функция распределения случайной величины $H_{\max}$ тесно связана с распределением числа положительных (снизу вверх) пересечений (выбросов) $N^+(C,T)$ [2]:

$$P\{N^+(C,T)=0\}= \\ = P\Big\{\max_{0\leqslant t\leqslant T} n(t)\leqslant C\Big\} + P\Big\{\min_{0\leqslant t\leqslant T} n(t)\geqslant C\Big\}. \quad (1)$$

Из выражения (1), предполагая, что при высоком пороге C число $N^+(C,T)$ положительных выбросов подчиняется закону Пуассона, получаем

$$P\left\{\max_{0\leqslant t\leqslant T} n(t)\leqslant C\right\}\approx \exp\{-\langle N^+(C,T)\rangle\}. \quad (2)$$

Здесь

$$\langle N^+(C,T)\rangle = \langle N_1^+(C)\rangle T = \frac{T}{2\pi}\sqrt{-R_0''}\exp\left\{-\frac{1}{2}c^2\right\} \quad (3)$$

— среднее число положительных выбросов ($\langle N_1^+(C)\rangle$ — средняя частота положительных выбросов), $R_0''=\left[d^2R(\tau)/d\tau^2\right]_{\tau=0}$, $c=C/\sigma$ — нормированный порог, $\langle\ldots\rangle$ — оператор статистического усреднения.

В настоящее время широкое распространение получили методы дискретной обработки экспериментальных данных. Цифровая обработка информации стимулирует обобщение выражения (2) на случай дискретной коррелированной стационарной гауссовой последовательности

$$\mathbf{n}=\{n_k=n(k\delta t)\},\quad k=\overline{1,M},$$

где δt — шаг дискретизации, $M\approx[[T/\delta t]]$, $[[x]]$ — целая часть действительного числа x.

В общем случае вычисление функции распределения абсолютного максимума стационарной гауссовой последовательности оказывается достаточно сложным. Известные в литературе результаты [2] относятся к предельной ситуации $C\to\infty$. Так как в этой предельной ситуации функция распределения абсолютного максимума гауссовой последовательности $\mathbf{n}$ не зависит от взаимного коэффициента корреляции $r=\langle n_k n_{k+1}\rangle = R(\delta t)$ между соседними элементами n_k и n_{k+1}, непосредственно использовать ее для решения прикладных задач не удается.

Цель работы состоит в вычислении интегральной функции распределения абсолютного максимума гауссовой последовательности $\mathbf{n}$, полученной по реализации произвольного стационарного гауссова процесса $n(t)$ при произвольном шаге дискретизации δt и конечном объеме выборки M.

Распределение абсолютного максимума стационарной гауссовой последовательности

Для вычисления функции распределения абсолютного максимума $\mathbf{H}_{\max}=\max\limits_k \mathbf{n}$ стационарной гауссовой последовательности $\mathbf{n}$ можно воспользоваться методикой [2], которая использовалась при выводе функции распределения абсолютного максимума стационарного гауссова процесса $n(t)$. В частности, принимая во внимание выражение (1), находим:

$$P\{M^+(C,M)=0\}= \\ = P\left\{\max_{0\leqslant k\leqslant M}\mathbf{n}\leqslant C\right\} + P\left\{\min_{0\leqslant k\leqslant M}\mathbf{n}\geqslant C\right\}.$$

Будем предполагать, что при высоком пороге $C\gg\sigma$ распределение числа $M^+(C)$ положительных пересечений определяется законом Пуассона. Тогда при $C\to\infty$ и согласованном увеличении числа M элементов в последовательности получим

$$\lim_{C\to\infty, M\to\infty} P\{\mathbf{H}_{\max}\leqslant C\}\approx \\ \approx P\{M^+(C,T)=0\} = \exp\{-\langle M^+(C,M)\rangle\}. \quad (4)$$

Для вычисления среднего числа $\langle M^+(C,M)\rangle$ положительных выбросов в исходной последовательности $\mathbf{n}$ можно воспользоваться табулированными функциями Оуэна [3].

Применение функций Оуэна для вычисления среднего числа выбросов коррелированной стационарной гауссовой последовательности

Среднее число положительных пересечений $\langle M^+(C)\rangle$ уровня C в гауссовой последовательности $\mathbf{n}$ определяется следующим выражением [2]:

$$\langle M^+(C,M)\rangle = MP^+(C), \quad (5)$$

где $P^+(C)=P\{n_k\leqslant C, n_{k+1}\geqslant C\}$ — вероятность положительного выброса.

Пусть $W_2(n_k,n_{k+1},r)$ — двумерная плотность вероятности гауссовых случайных величин n_k и n_{k+1}. Тогда при $C\to\infty$ имеем

$$\lim_{C\to\infty}P^+(C)=\lim_{C\to\infty}\int\limits_{-\infty}^{C}\int\limits_{C}^{\infty}W_2(n_k,n_{k+1},r)\,dn_k\,dn_{k+1}= \\ =1-\Phi(c),$$

где $\Phi(x)$ — интеграл вероятности.

Предельный переход к $C\to\infty$ не учитывал согласованного увеличения выборки M при конечном шаге дискретизации Δt. Поэтому, несмотря на то что основные количественные результаты, приведенные в литературе, основываются именно на этой формуле, для решения прикладных задач подобное приближение оказывается недостаточным.

При конечном пороге C вероятность $P^+(C)$ может быть представлена в виде

$$P\{n_k\leqslant C, n_{k+1}\geqslant C\}=\Phi(c)-F_2(c,c,r), \quad (6)$$

$F_2(x_1,x_2,r)$ — двумерная интегральная функция гауссова распределения.

В теории случайных процессов при решении прикладных задач часто используется разложение функции $F_2(x_1, x_2, r)$ по производным интеграла вероятности $\Phi^{(i)}(x) = d^i\Phi(x)/dx^i$:

$$F_2(x_1, x_2, r) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{r^i}{i!} \Phi^{(i)}(x_1)\Phi^{(i)}(x_2). \qquad (7)$$

Если соседние элементы выборки сильно коррелированы ($r \approx 1$), ряд в выражении (7) слабо сходится и возникает необходимость выбора других (по отношению к производным интеграла вероятности) функций для вычисления двумерной плотности вероятности $F_2(c, c, r)$. В качестве таких функций удобно выбрать функции Оуэна $T(c, a)$:

$$F_2(c, c, r) = \Phi(c) - 2T(c, a). \qquad (8)$$

Здесь

$$T(c, a) = \frac{1}{2\pi}\left[\operatorname{arctg} a - \sum_{i=0}^{\infty} c_i a^{2i+1}\right], \qquad (9)$$

$$a = \sqrt{\frac{1-r}{1+r}}, \quad c_i = (-1)^i \left(1 - \exp\left\{-\frac{c^2}{2}\right\} \sum_{m=0}^{i} \left[\frac{c^{2m}}{2^m m!}\right]\right).$$

Функции Оуэна $T(c, a)$ табулированы для широкого диапазона возможных значений аргументов c и a.

Принимая во внимание выражения (6) и (8), находим среднее число положительных выбросов в коррелированной стационарной гауссовой последовательности $\mathbf{n}$:

$$\langle M^+(C, M)\rangle = 2T(c, a)M. \qquad (10)$$

Нетрудно показать, что формула (3) является частным случаем формулы (10). Действительно, для дифференцируемого в среднеквадратичном случайного процесса $n(t)$ при $\delta t \to 0$

$$r = R(\delta t) \approx 1 + \frac{1}{2} R_0''(\delta t)^2.$$

Но при $r \approx 1$ параметр $a \approx \sqrt{(1-r)/2} \ll 1$. Тогда, ограничиваясь в выражении (9) учетом членов первого порядка малости, получаем

$$T(c, a) = \frac{a}{2\pi} \exp\left\{-\frac{c^2}{2}\right\} + o(a^2).$$

Отсюда, принимая во внимание соотношение (5), при $M \approx (T/\delta t)$ приходим к формулам (3).

Несомненным достоинством общей формулы (10) является возможность ее использования при произвольном шаге дискретизации δt. Кроме того, она может быть применена для вычисления среднего числа положительных выбросов в дискретной последовательности, полученной по реализации недифференцируемого в среднеквадратичном случайного стационарного гауссова процесса.

Выражения (10) и (4) позволяют представить интегральную функцию распределения абсолютного максимума стационарной гауссовой последовательности $\mathbf{n}$ в следующем виде:

$$\lim_{M\to\infty} P\{\mathbf{H}_{\max} \leqslant C\} = \exp\{-2MT(c, a)\}. \qquad (11)$$

При решении прикладных задач возникает необходимость вычисления квантили $C_{1-\alpha}$ интегральной функции распределения (11). Пусть $c_\gamma(a)$ — корень трансцендентного уравнения

$$T(c, a) = \gamma.$$

Тогда из уравнения

$$P\{\mathbf{H}_{\max} \leqslant C_\alpha(a)\} = 1 - \alpha$$

получим

$$C_{1-\alpha}(a) = c_\gamma(a)\sigma, \quad \gamma = \frac{1}{2M} \ln \frac{1}{1-\alpha}. \qquad (12)$$

Выражения (12) можно использовать, например, для расчета порогового уровня при поиске «астро-гравитационной корреляции» [4, 5].

Применение функций Оуэна для оценки достоверности эффекта «астро-гравитационной корреляции»

Эффект «астро-гравитационной корреляции» состоит в том, что гравитационное излучение, возникающее при астрофизических катастрофах (коллапс, слияние двойных нейтринных звезд), может сопровождаться излучением космических нейтрино (для источников, расположенных в нашей Галактике) или космических гамма-вспышек (для внегалактических источников).

Впервые комплексная система обработки информации в гравитационно-волновом эксперименте, основанная на дополнительном применении результатов астрофизических наблюдений, использовалась при поиске эффекта «гравитационно-нейтринной корреляции» в период вспышки сверхновой СН 1987А [6]. Входные данные представляли собой заданные в цифровой форме сигналы двух пространственно разнесенных неохлаждаемых твердотельных гравитационных антенн с чувствительностью ($h(t)$ — безразмерные вариации метрики свободного пространства в поле слабой гравитационной волны) $h_{\min} \approx 10^{-16}$ в полосе 10^3 Гц.

В качестве временного репера τ_{ai} использовались моменты возникновения космических нейтрино, зарегистрированных сцинтилляционным детектором, расположенным под Монбланом.

С радиофизических позиций поиск «астро-гравитационной корреляции» можно рассматривать как синхронное накопление слабых (для криогенных гравитационных антенн) гравитационных импульсов

(ГИ). Принципиальная возможность такого накопления основана на предварительном оценивании неизвестных моментов τ_i возникновения отдельных ГИ:

$$\tau_i = \tau_{ai} + \tau, \qquad i = \overline{1, N},$$

где τ_{ai} — моменты возникновения космических нейтрино (для галактических источников) или космических гамма-вспышек (для источников, удаленных на космологические расстояния), N — число таких событий на интервале наблюдения $(0, T)$, τ — неизвестный временной сдвиг, возможные значения которого ограничены априорным интервалом $(\tau_{\min}, \tau_{\max})$.

Решение о наличии эффекта «астро-гравитационной корреляции» принимается, если выполняется следующее условие:

$$\max_{\tau \in (\tau_{\min}, \tau_{\max})} Z_T(\tau) = Z_{\max} \geqslant Z_\alpha. \tag{13}$$

Здесь

$$Z_T(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} E(t_i), \tag{14}$$

Z_α — пороговый уровень, зависящий в приемном устройстве Неймана–Пирсона от вероятности ложной тревоги α.

В выражении (14) $E(t)$ — квадрат огибающей узкополосного процесса на выходе оптимального фильтра, согласованного с отдельным ГИ,

$$t_i = t_i(\tau) = \tau_{ai} + \Delta t,$$

где Δt — временная задержка, вносимая оптимальным фильтром.

При расчете порогового уровня Z_α будем предполагать, что моменты τ_{ai} представляют собой стационарный пуассоновский поток редких событий, а основными шумами являются тепловые шумы гравитационной антенны.

Тогда при $N \gg 1$ случайный процесс $Z_T(\tau)$ (14) можно рассматривать как асимптотически гауссов, среднее значение и функция корреляции которого при отсутствии ГИ определяются следующим образом [7]:

$$\langle Z_T(\tau) \rangle = \langle E(t) \rangle = 2\sigma^2, \quad K_Z(\tau_1 - \tau_2) = 4\sigma^4 \rho^2(\tau_1 - \tau_2),$$

где

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|\tau|}{\Delta t} & \text{при} \quad 0 \leqslant \tau \leqslant \Delta t, \\ 0 & \text{при} \quad |\tau| \geqslant \Delta t \end{cases} \tag{15}$$

и σ^2 — огибающая коэффициента корреляции и дисперсия узкополосного гауссова шума на выходе оптимального фильтра.

Отметим, что при определенной нормировке

$$\langle E(t) \rangle = 2\sigma^2 = T_{\text{eff}},$$

где T_{eff} — эффективная шумовая температура гравитационной антенны.

В соответствии с выражением (15) случайный процесс $Z(\tau)$ оказывается недифференцируемым в среднеквадратичном. В работе [8] для преодоления ограничений, возникающих при вычислении среднего числа положительных выбросов непрерывного процесса $Z(\tau)$, рассматривался конкретный механизм сглаживания — RC-фильтр в составе синхронного детектора с постоянной времени $\tau_{RC} \leqslant \Delta t = 1$ с.

При цифровой обработке экспериментальных данных для вычисления прогового уровня Z_α, который входит в решающее правило (13), можно непосредственно воспользоваться формулой (12) при $r = \rho^2(\delta t)$. Предполагая, что $\delta t \ll \Delta t$ $(r \ll 1)$, находим

$$Z_\alpha = 2\sigma^2 \left[1 + c_\gamma(a)\right]. \tag{16}$$

Параметры a и γ в этой формуле определяются следующим образом:

$$a \approx \sqrt{\frac{\delta t}{\Delta t}}, \quad \gamma = \frac{\delta t}{2(\tau_{\max} - \tau_{\min})} \ln \frac{1}{\alpha}. \tag{17}$$

Формулы (16) и (17) были успешно использованы для реанализа экспериментальных данных, относящихся к периоду вспышки сверхновой СН 1987А. Их применение (без привлечения конкретного механизма сглаживания, как это было сделано в работе [8]) позволяет снизить вероятность эффекта «гравитационно-нейтринной корреляции» до реалистической величины $\alpha \approx (10^{-1} \div 10^{-2})$ в зависимости от величины априорного интервала $(\tau_{\min}, \tau_{\max})$ возможных значений неизвестного сдвига τ между моментами гравитационных событий и выбранными в качестве временного репера моментами возникновения космических нейтрино.

Заключение

Применение функций Оуэна $T(c, a)$, табулированных в широком диапазоне возможных значений параметров c и a, позволяет получить точное выражение (10) для среднего числа положительных выбросов гауссовой последовательности $\mathbf{n} = \{n_k = n(k\Delta t)\}$, определенной по реализации стационарного гауссова процесса $n(t)$, $t \in (0, T)$. При высоком пороге $c \gg 1$ выражение (10) можно использовать для вычисления интегральной функции распределения абсолютного максимума гауссовой последовательности $\mathbf{n}$, которая явно зависит от коэффициента взаимной корреляции $r = \langle n_k n_{k+1} \rangle / \sigma^2$ между соседними элементами исходной последовательности $\mathbf{n}$.

Литература

1. *Куликов Е.И., Трифонов А.П.* Оценка параметров сигнала на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
2. *Тихонов В.И.* Выбросы случайных процессов. М.: Наука, 1970.
3. *Смирнов Н.В., Большев Л.Н.* Таблицы для вычисления функции двумерного нормального распределения. М. (Изд. ВЦ АН СССР), 1962.

4. *Виноградов М.П., Гусев А.В., Милюков В.К.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 5. С. 31 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 5. P. 44.).
5. *Виноградов М.П., Гусев А.В., Милюков В.К.* // Там же. 1997. № 6. С. 33 (Ibid. 1997. No. 6. P. 41).
6. *Aglietta M., Castellina A., Fulgioe W.* et al. // Nuovo Cimento. 1991. **C14**. P. 171.
7. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1994.
8. *Гусев А.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1999. № 3. С. 57 (Moscow University Phys. Bull. 1999. No. 3).

Поступила в редакцию
26.06.98

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.36

МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА АНСАМБЛЯМИ АГРЕГИРУЮЩИХ СФЕРОИДОВ. ПРИЛОЖЕНИЕ К ЗАДАЧЕ АГРЕГАЦИИ ЭРИТРОЦИТОВ

В. В. Лопатин, А. В. Приезжев

(*кафедра общей физики и волновых процессов*)

Предложен метод расчета характеристик многократного рассеяния света на ансамблях агрегирующих сфероидов. С помощью этого метода для случая спонтанной агрегации эритроцитов в цельной крови определены соответствующие индикатрисы рассеяния и зависимость интенсивности рассеянного назад света от времени в процессе агрегации. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Введение

Использование строгой теории светорассеяния даже при незначительном усложнении объекта (например, при переходе от шара к сфероиду) приводит к методическим и вычислительным трудностям, гораздо более серьезным, чем степень усложнения самого объекта. Поэтому необходимо развивать приближенные методы.

Наиболее адекватными и простыми аппроксимациями являются методы Рэлея–Ганса–Дебая (РГД) [1–3], Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ) [4–7] и аномальной дифракции [1–3]. Однако прямое применение этих методов ограничивается случаями, когда рассеяние света можно считать однократным, и приводит к значительным погрешностям при вычислении индикатрисы обратного светорассеяния для частиц, размеры которых значительно превышают длину волны падающего излучения, в частности красных кровяных телец — эритроцитов. В случаях многократного рассеяния, например на достаточно толстых слоях крови, нужно искать новые подходы к описанию процессов рассеяния и поглощения света.

В последнее время исследователи уделяют большое внимание экспериментальному изучению процессов агрегации и дезагрегации эритроцитов методом светорассеяния [8–10]. Различные варианты этого метода развиваются рядом исследовательских групп в нашей стране и за рубежом [8]. Однако сколько-нибудь удовлетворительной теории таких измерений до сих пор нет.

Все приведенные выше обстоятельства, а также отсутствие методики расчета светорассеяния от суспензий агрегирующих эритроцитов, для которых накоплено большое количество теоретически не объясненного экспериментального материала, в значительной степени предопределили основные направления наших исследований. В настоящей работе представлен метод расчета многократного рассеяния света на ансамблях агрегирующих частиц сфероидальной формы. В качестве примера применения метода выполнен расчет светорассеяния на моделях линейных эритроцитарных агрегатов, длина которых изменяется в процессе агрегации, в условиях, приближенных к экспериментальным, а также расчет индикатрис многократного рассеяния света и зависимости интенсивности рассеянного назад света от времени.

1. Замена ансамбля хаотично ориентированных сфероидальных частиц ансамблем полидисперсных шаров

В работе [11] показано, что взвесь хаотично ориентированных сфероидальных частиц, удовлетворяющих условиям РГД-аппроксимации, по своим оптическим свойствам не отличается от полидисперсной взвеси сферических частиц с распределением по дифракционному параметру ρ_s типа степенного. Плотность этого распределения

$$W(\rho_s) = \frac{\varepsilon^4 \rho^5}{(\varepsilon^2 - 1)\rho_s^5} \sqrt{\frac{\varepsilon^2 - 1}{\rho^2 \varepsilon^2 - \rho_s^2}}, \qquad (1)$$

где ρ — дифракционный параметр сфероида вдоль оси вращения, ε — показатель асферичности сфероида ($\varepsilon = a/b$, b — полуось вращения, a — перпендикулярная ей полуось сфероида), а диапазон изменения ρ_s ограничивается минимальным и максимальным значениями дифракционного параметра сферо-