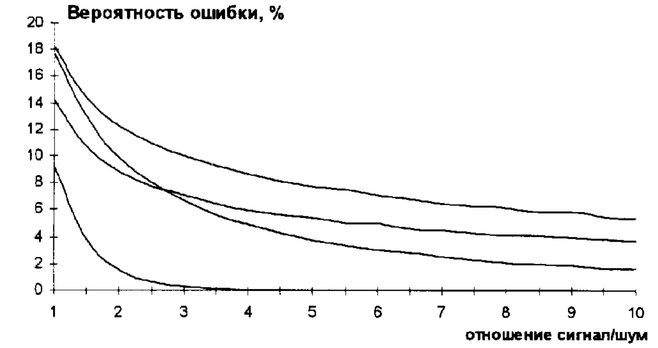

Рис. 2. Зависимость вероятности ошибки от уровня шума в канале связи: прием четырех волн на линейную антенну (*1*) и две антенны с применением ПФ (*2*); прием двух волн на линейную антенну (селективное возбуждение ХВ на первом скачке) (*3*); прием при использовании метода селективного возбуждения одной ХВ на первом скачке и оптимизированного ПФ на втором (*4*)

«скачке» нужно применять метод селективного возбуждения одной ХВ, а на втором — метод оптимизированной поляризационной фильтрации.

Выводы

Качество передачи информации по ИКС можно существенно улучшить, если применять комбинированный метод передачи и приема сигналов: метод селективного возбуждения ХВ в ионосфере и метод приема векторного поля с помощью оптимизированного поляризационного фильтра. В этом случае на двухскачковой радиотрассе вероятность ошибки при передаче информации по анизотропному ИКС может быть снижена в среднем на порядок.

Литература

1. *Березин Ю.В., Балинов В.В., Смирнов В.И., Виноградов Ю.Е.* // Техника средств связи. Сер. Системы связи. 1981. Вып. 2. С. 10.
2. *Березин Ю.В., Рыжов Д.Е.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. №2. С. 93 (Moscow University Phys. Bull. 1992. No. 2. P. 87).
3. *Финк Л.М.* Терия передачи дискретных сообщений. М., 1970.
4. *Арефьева Л.Н., Березин Ю.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1990. №4. С. 34 (Moscow University Phys. Bull. 1990. No. 4. P. 35).

Поступила в редакцию
01.02.99

УДК 519.246,524

ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛА В ЭКСПЕРИМЕНТАХ С ПРОБНЫМИ ТЕЛАМИ ПРИ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ШУМАХ СИСТЕМЫ РЕГИСТРАЦИИ

А. В. Гусев

(*ГАИШ*)

Разработана обобщенная методика вычисления пороговой чувствительности в физических экспериментах с пробными телами при коррелированных и нестационарных ланжевеновских шумах системы регистрации.

Введение

Проблема обнаружения слабых воздействий на высокодобротные механические системы с большим временем релаксации τ^* возникает во многих физических экспериментах [1, 2]. Реактивный характер источника сигнала в неустановившемся режиме $\tau^* \gg \hat{\tau}$ ($\hat{\tau}$ — длительность полезного сигнала) делает невозможным непосредственное применение традиционных методов расчета чувствительности радиотехнических устройств [3], разработанных для источников сигнала с активным внутренним сопротивлением R_s. Например, в радиолокации $R_s = R_a$, $R_a = 120\,\pi$ [Ом] — антенный эквивалент.

Разрешающая способность в физических экспериментах с пробными телами на современном этапе определяется преимущественно шумами широкополосной системы регистрации (СР). При обобщенном анализе чувствительности установки СР рассматривается как линейный шумящий четырехполюсник [3] с пренебрежимо малыми входным сопротивлением $Z_{11}(p)$ и сопротивлением внутренней обратной связи $Z_{12}(p)$ ($p = d/dt$). Шумы СР при ланжевеновском описании учитываются путем введения сторонних генераторов шумовой эдс и шумового тока с известными спектральными плотностями (при согласованном приеме $\tau^* \leqslant \hat{\tau}$ достаточной характеристикой шумов СР является минимальная шумовая температура [3]).

При стационарных и стационарно связанных сторонних источниках шума СР и достаточной длительности $T \gg \tau^*$ интервала наблюдения $(0, T)$ (формально при $T \to \infty$) для расчета пороговой чувствительности в работе [4] использован физически нереализуемый алгоритм обнаружения сигнала на фоне стационарных гауссовых шумов [5, 6]. При статистически независимых шумах СР и конечной длительности интервала наблюдения, которая может оказаться сопоставимой с временем релаксации механической системы, для вычисления пороговой чувствительности системы в работе [7] предлагается использовать оценочно-корреляционно-компенсационный алгоритм [5, 6] обнаружения сигнала на фоне произвольных (в том числе и гауссовых) шумов.

Дальнейшее развитие методов оптимальной обработки информации в физических экспериментах с пробными телами должно учитывать наличие возможной взаимной корреляции сторонних генераторов шума СР, а также их нестационарность. Учет взаимной корреляции сторонних шумов СР представляет особый интерес для СР отражательного типа [3], для которых принципиально неустранимым источником шума являются тепловые шумы согласованного сопротивления вентиля.

Целью работы является разработка физически реализуемого алгоритма обработки информации и обобщенной методики расчета чувствительности в физических экспериментах с пробными телами при взаимно коррелированных и нестационарных шумах СР.

1. Постановка задачи

Модели системы, полезного сигнала и шумов

Первая система электродинамических аналогий позволяет рассматривать высокодобротный механический резонатор как электрический контур с эквивалентными динамическими параметрами: L — «масса», R — «коэффициент трения», C — «гибкость» (величина, обратная жесткости). Электрическим аналогом действующей силы $F_s(t)$ является эдс $e_s(t)$.

Источники шумов в системе при ланжевеновском описании: 1) $e_0(t)$ — тепловые шумы сопротивления R, 2) $e_1(t)$ и $i_2(t)$ — сторонние шумы СР [3]. Без ограничения общности будем предполагать, что случайные функции $e_0(t)$, $e_1(t)$ и $f(t)=p^{-1}i_2(t)$ представляют собой гауссовы белые шумы с известными функциями корреляции:

$$\langle e_0(t)e_0(\tau)\rangle = W_0(t)\delta(t-\tau),$$
$$\langle e_1(t)e_1(\tau)\rangle = W_1(t)\delta(t-\tau),$$
$$\langle f(t)f(\tau)\rangle = W_2(t)\delta(t-\tau),$$

где $\langle\ldots\rangle$ — символическая запись оператора статистического усреднения.

Принципиально новым по сравнению с [7] элементом анализа является наличие возможной взаимной корреляции между сторонними источниками $e_1(t)$ и $f(t)$: $\langle e_1(t)f(\tau)\rangle = W_{12}(t)\delta(t-\tau)$.

Пусть λ — случайная величина, принимающая на интервале наблюдения $(0,T)$ одно из двух возможных значений: $\lambda=1$ при наличии внешнего воздействия $e_s(t)$ и $\lambda=0$ при его отсутствии. Тогда электрический заряд $X(t)$ на входе СР можно представить в виде

$$X(t) = \lambda s(t) + n(t) + f(t), \tag{1}$$

где $s(t)$ и $n(t)$ — полезный сигнал и коррелированная гауссова помеха, полностью определяемые уравнениями состояния

$$\begin{aligned}(p^2+2\gamma p+\omega_0^2)s(t) &= v(t),\\ (p^2+2\gamma p+\omega_0^2)n(t) &= u(t).\end{aligned} \tag{2}$$

В системе уравнений состояния (2) $2\gamma = R/L$, $\omega_0^2 = (LC)^{-1}$, $v(t)=L^{-1}e_s(t)$, $u(t)=L^{-1}[e_0(t)+e_1(t)]$, $[L(p^2+2\gamma p+\omega_0^2)]^{-1}$ — передаточная функция электрического контура.

В общем случае параметры колебательной системы могут зависеть от времени: $\omega_0=\omega_0(t)$, $\gamma=\gamma(t)$.

Колебание (1) поступает на вход оптимального (по Вудворту) приемника [5, 6], структура которого определяется оптимальным физически реализуемым алгоритмом обнаружения детерминированного сигнала $s(t)$ на фоне гауссова шума $y(t)=n(t)+f(t)$.

Оценочно-корреляционно-компенсационный алгоритм обнаружения

Одним из наиболее универсальных оптимальных алгоритмов обнаружения полезного сигнала при наличии произвольной коррелированной помехи является оценочно-корреляционно-компенсационный алгоритм (ОККА) [5, 6]. В состав оптимального приемника, синтезированного в соответствии с ОККА, входит дополнительный элемент — блок оценки коррелированной помехи $n(t)$ для обоих возможных значений случайной величины λ (при гауссовой коррелированной помехе для $\lambda=0$). Применение ОККА основано на том, что случайный процесс

$$\tilde{n}(t) = n(t) - \hat{n}(t) \tag{3}$$

представляет собой гауссов белый шум, функция корреляции которого определяется следующим образом [5, 6]: $\langle\tilde{n}(t)\tilde{n}(\tau)\rangle = W_2(t)\delta(t-\tau)$.

В выражении (3) $\hat{n}(t)=\Phi[y(t)=X(t\,|\,\lambda=0)]$ — оценка коррелированной помехи $n(t)$ по критерию минимума среднеквадратической ошибки, $\Phi[y(t)]$ — функционал, структура которого определяет алгоритм оптимальной фильтрации.

Так как коррелированная помеха $n(t)$ предполагается гауссовой, то блок оценки представляет собой оптимальный линейный фильтр Калмана [8]. Разностный сигнал $\tilde{X}(t)=X(t)-\hat{X}(t)$, $\hat{X}(t)=\Phi[X(t)]$, поступает на вход корреляционного приемника, формирующего достаточную статистику

$$\begin{gathered} Z_T = \int_0^T \tilde{X}(t)\frac{\tilde{s}(t)}{W_2(t)}\,dt,\\ \tilde{s}(t) = \langle\tilde{X}(t)|\lambda=1\rangle = s(t)-\hat{s}(t),\end{gathered} \tag{4}$$

где $\hat{s}(t)=\langle\hat{X}(t)|\lambda=1\rangle$ — полезный сигнал на выходе фильтра Калмана.

Выражение (4) определяет структуру физически реализуемого оптимального приемника. Отношение сигнал-шум ρ^2 на выходе подобного приемника равно [5, 6]:

$$\rho^2 = \langle Z_T\rangle = \int_0^T \frac{\tilde{s}^2(t)}{W_2(t)}\,dt.$$

Таким образом, применение ОККА для обобщенного анализа чувствительности в физических экспериментах с пробными телами предполагает: 1) синтез линейного фильтра Калмана, обеспечивающего минимальную среднеквадратическую ошибку при оценивании гауссовой помехи $n(t)$ на фоне коррелированного ($W_{12} \neq 0$) с этой помехой гауссова белого шума $f(t)$, 2) разработку методики вычисления полезного сигнала $\tilde{s}(t)$ для непосредственного расчета отношения сигнал-шум ρ^2 (без предварительного анализа переходных процессов в фильтре Калмана).

2. Оптимальная линейная фильтрация при некоррелированных шумах СР

Синтез физически реализуемого обнаружителя сигнала в физических экспериментах с пробными телами, основанного на ОККА, начнем с простейшей ситуации некоррелированных сторонних источников $e_1(t)$ и $f(t)$ СР.

Пусть

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t) \;\; s_2(t)]^T, \quad \mathbf{N}(t) = [n_1(t) \;\; n_2(t)]^T,$$
$$\mathbf{V}(t) = [0 \;\; v(t)]^T, \qquad \mathbf{U}(t) = [0 \;\; u(t)]^T,$$

где $s_1(t) = s(t)$, $s_2(t) = ps_1(t)$, $n_1(t) = n(t)$, $n_2(t) = pn_1(t)$, а верхний индекс «T» означает транспонирование.

Тогда, принимая во внимание уравнения состояния (2), имеем

$$\begin{aligned} p\mathbf{S}(t) &= \mathbf{F}(t)\mathbf{S}(t) + \mathbf{V}(t), \\ p\mathbf{N}(t) &= \mathbf{F}(t)\mathbf{N}(t) + \mathbf{U}(t), \end{aligned} \tag{5}$$

где $s(t) = \mathbf{CS}(t), n(t) = \mathbf{CN}(t)$,

$$\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\gamma \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \;\; 0]. \tag{6}$$

Функция корреляции двумерного гауссова белого шума $\mathbf{U}(t)$ определяется следующим выражением:

$$\langle \mathbf{U}(t)\mathbf{U}^T(\tau) \rangle = \mathbf{Q}(t)\delta(t-\tau).$$

Здесь

$$\mathbf{Q}(t) = L^{-2}\,(W_0 + W_1) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Можно показать [8], что структура оптимального линейного фильтра Калмана, обеспечивающего минимальную среднеквадратическую ошибку $\mathbf{e}_p^2(t) = \langle [\mathbf{N}(t) - \hat{\mathbf{N}}(t)]^2 \rangle$ оценивания коррелированной гауссовой помехи $n(t)$ при нулевой гипотезе $\lambda = 0$ и некоррелированных гауссовых белых шумах $u(t)$ и $f(t)$, определяется 1-м уравнением Калмана — уравнением оценки

$$p\hat{\mathbf{N}}(t) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{N}}(t) + \mathbf{z}(t)[y(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{N}}(t)]. \tag{8}$$

Коэффициент передачи $\mathbf{z} = \mathbf{z}(t)$ этого фильтра определяется 2-м уравнением Калмана:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}_p^2(t)\mathbf{C}^T W_2^{-1}. \tag{9}$$

3-е дисперсионное уравнение Калмана определяет среднеквадратическую ошибку $\mathbf{e}_p^2(t)$ в явном виде:

$$\begin{aligned} p\mathbf{e}_p^2(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{e}_p^2(t) + \mathbf{e}_p^2(t)\mathbf{F}(t) - \\ -\mathbf{e}_p^2(t)\mathbf{C}^T W_2^{-1}\mathbf{C}\mathbf{e}^2(t) + \mathbf{Q}(t). \end{aligned} \tag{10}$$

Следует отметить [8], что дисперсионное уравнение Калмана может быть решено с помощью аналогового вычислителя до начала непосредственной обработки экспериментальных данных.

Опорный сигнал $\tilde{s}(t)$ можно записать в виде произведения двух матриц:

$$\tilde{s}(t) = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{S}}(t),$$

где $\tilde{\mathbf{S}}(t) = \mathbf{S}(t) - \hat{\mathbf{S}}(t)$.

Полезный сигнал $\hat{\mathbf{S}}(t)$ на выходе фильтра Калмана представляет собой решение уравнения оценки (8) при $y(t) = s(t) = \mathbf{CS}(t)$:

$$p\hat{\mathbf{S}}(t) = \mathbf{F}(t)\hat{\mathbf{S}}(t) + \mathbf{z}(t)\mathbf{C}[\mathbf{S}(t) - \hat{\mathbf{S}}(t)].$$

Отсюда, принимая во внимание уравнения (5), имеем:

$$p\tilde{\mathbf{S}}(t) = [\mathbf{F}(t) - \mathbf{z}(t)]\tilde{\mathbf{S}}(t) + \mathbf{V}(t). \tag{11}$$

Как и в случае дисперсионного уравнения, полезный сигнал $\tilde{s}(t)$ при некоррелированных сторонних источниках шумов СР можно определить априори с помощью аналогового вычислителя.

3. Оптимальная линейная фильтрация при коррелированных шумах СР

Наличие взаимной корреляции между сторонними источниками шумов СР приводит к дополнительному усложнению структуры фильтра Калмана. В этом случае векторный $\mathbf{U}(t)$ и скалярный $f(t) = f^T(t)$ гауссовы белые шумы являются зависимыми:

$$\langle \mathbf{V}(t) f^T(\tau) \rangle = \mathbf{P}(t)\delta(t-\tau),$$

где $\mathbf{P}(t) = L^{-1}W_{12}[0 \; 1]^T$.

Можно показать [8], что при $\mathbf{P}(t) \not\equiv 0$ в уравнение оценки (8) вместо коэффициента передачи $\mathbf{z}(t)$ (9) необходимо подставить выражение

$$\mathbf{z}_e(t) = \mathbf{e}_p^2(t)\mathbf{C}^T W_2^{-1} + \mathbf{P}(t) W_2^{-1}. \tag{12}$$

Среднеквадратическая ошибка $\mathbf{e}_p^2(t)$ при коррелированных сторонних источниках шумов СР по-прежнему определяется дисперсионным уравнением (10), где необходимо заменить матрицы $\mathbf{F}(t)$ (6) и $\mathbf{Q}(t)$ (7) соответственно следующим образом:

$$\mathbf{F}_e(t) = \mathbf{F}(t) - \mathbf{P}(t)W_2^{-1}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_e^2 & -2\gamma \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{Q}_e(t) = \mathbf{Q}(t) - \mathbf{P}(t)W_2^{-1}\mathbf{C} = L^{-2}W_e \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где $\omega_e^2 = \omega_0^2 + L^{-1}(W_{12}/W_2)$, $W_e = W_0 + W_1 - (W_{12}^2/W_2)$.

При вычислении опорного сигнала $\tilde{s}(t)$ на выходе разностного звена при коррелированных сторонних источниках шума СР целесообразно преобразовать уравнение оценки (8), полагая, что

$$\mathbf{z}_e(t) = \mathbf{z}(t) + \tilde{\mathbf{z}}(t),$$

где матрица $\mathbf{z}(t)$ непосредственно связана со среднеквадратической ошибкой $\mathbf{e}_p^2(t)$ выражением (9), $\tilde{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{P}(t)W_1^{-1}$. Тогда

$$p\hat{\mathbf{N}}(t) = \mathbf{F}_e(t)\hat{\mathbf{N}}(t) + \mathbf{z}(t)[y(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{N}}(t)] + \tilde{\mathbf{z}}(t)y(t).$$

При такой записи уравнения оценки наличие взаимной корреляции между сторонними источниками шума СР приводит к изменению структуры фильтра Калмана (коэффициент передачи $\mathbf{z}(t)$ определяется «стандартным» дисперсионным уравнением при $\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_e(t)$ и $\mathbf{Q}(t) = \mathbf{Q}_e(t)$. Отсюда, принимая во внимание уравнение движения (5) и предполагая, что $y(t) = s(t) = \mathbf{CS}(t)$, получим

$$p\tilde{\mathbf{S}}(t) = [\mathbf{F}_e(t) - \mathbf{z}(t)\mathbf{C}]\tilde{\mathbf{S}}(t) + \mathbf{V}(t). \quad (15)$$

Уравнение (15) переходит в уравнение (11) при формальной замене матрицы $\mathbf{F}(t)$ (6) на матрицу $\mathbf{F}_e(t)$ (13).

4. Основные результаты и выводы

Применение ОККА для обработки экспериментальных данных в физических экспериментах с пробными телами позволяет наиболее «полно» учесть характерные особенности подобных экспериментов: а) конечную длительность интервала наблюдения $(0, T)$, которая может оказаться сопоставимой с временем релаксации τ^* механической системы; б) наличие случайных начальных условий; в) нестационарность и взаимную коррелированность сторонних источников шума СР параметрического типа.

В состав оптимального приемника (обнаружителя), синтезированного на основе ОККА, входит блок оценки коррелированной помехи $n(t)$ при нулевой гипотезе $\lambda = 0$ — двумерный фильтр Калмана. Наличие взаимной корреляции сторонних источников шума СР в теории Калмана учитывается тем, что: 1) в дисперсионное уравнение (10) входят матрицы $\mathbf{F}_e(t)$ (13) и $\mathbf{Q}_e(t)$ (14), зависящие от параметра $W_{12}(t)$, 2) зависимость коэффициента передачи $\mathbf{z}_e(t)$ от времени становится более сложной, чем при некоррелированных шумах СР, и определяется выражением (12).

Для вычисления опорного сигнала $\tilde{s}(t)$ при взаимно коррелированных шумах СР можно непосредственно использовать уравнение (11), полученное для простейшей ситуации — некоррелированных шумов, путем формальной замены матрицы $\mathbf{F}(t)$ (6) на эквивалентную матрицу $\mathbf{F}_e(t)$.

Таким образом, при обобщенном анализе чувствительности (расчет отношения сигнал-шум и характеристик обнаружения) в физических экспериментах с пробными телами наличие корреляции сторонних источников шума СР можно учесть путем замены

$$\mathbf{F}(t) \to \mathbf{F}_e(t), \quad \mathbf{Q}(t) \to \mathbf{Q}_e(t).$$

Подобный результат был отмечен в работе [7] при неограниченном интервале наблюдения и стационарных и стационарно связанных шумах СР. Применение ОККА позволяет распространить этот результат на случай нестационарных и нестационарно связанных шумов СР и конечной длительности интервала наблюдения $(0, T)$.

Литература

1. *Брагинский В.Б., Митрофанов В.П., Панов В.И.* Системы с малой диссипацией. М.: Наука, 1983.
2. *Бичак И., Руденко В.Н.* Гравитационные волны в ОТО и проблема их обнаружения. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.
3. *Айнбиндер И.А.* Шумы радиоприемников. М.: Связь, 1974.
4. *Гусев А.В., Цыганов А.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1993. №4. С. 44 (Moscow University Phys. Bull. 1993. No. 4. P. 38).
5. *Сосулин Ю.Г.* Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио, 1978.
6. *Сосулин Ю.Г.* Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М.: Радио и связь, 1992.
7. *Гусев А.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1995. № 1. P. 18 (Moscow University Phys. Bull. 1995. No. 1. P. 16).
8. *Ван Трис Г.* Теория обнаружения, оценок и демодуляции. М.: Сов. радио, 1972.

Поступила в редакцию
22.02.99