ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.172

О СИММЕТРИИ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ БАРИОНОВ В КВАРК-СОЛИТОННОЙ МОДЕЛИ

Е. Н. Букина*), В. М. Дубовик*), В. С. Замиралов

(*НИИЯФ*)

Показано, что киральные модели $ChPT$ и кварк-солитонная χQSM приводят к аналогичному описанию магнитных моментов барионов октета $B(qq,q')$. В свою очередь, окончательные выражения для барионов $B(qq,q')$ за вычетом нелинейных поправок, пропорциональных $Q(I(I+1)-3/4)$, сводятся к известным формулам теории унитарной симметрии $SU(3)_f$. Расхождения в представлении магнитного момента Λ-гиперона численно несущественны.

Введение

Проблема вычисления магнитных моментов барионов октета в течение многих лет привлекает внимание теоретиков. Даже модель унитарной симметрии $SU(3)_f$ с помощью двух параметров вполне описывала экспериментальные данные на качественном уровне [1]. Простые кварковые модели (см., напр., [2]) привели к числу параметров не менее трех и оказались в состоянии количественно описать магнитные моменты барионов с точностью лучше 10%. Однако в настоящее время экспериментальные данные имеют погрешность не более 1% [3]. В связи с этим появилось много новых интересных моделей, на основе которых пытаются решить проблему вычисления магнитных моментов барионов с большей точностью (см., в частности, [4–9]).

Недавно соотношения между магнитными моментами барионов были проанализированы с помощью двух независимых киральных моделей [10, 11]. Показано, что в основе симметрии магнитных моментов барионов лежит унитарная симметрия, а отклонения от нее можно учесть в рамках киральной модели *ChPT* [1] и киральной кварк-солитонной модели χQSM [11]. В настоящей работе мы установим связь между этими двумя моделями и предложим вполне аналогичную феноменологическую модель, основанную на унитарной симметрии.

1. Киральная модель $ChPT$ для магнитных моментов барионов

В модели [10] предполагалось, что ведущие $SU(3)_f$-поправки к магнитным моментам барионов октета имеют те же трансформационные свойства, что и массовый оператор странного кварка, а соответствующие коэффициенты — величины порядка m_s/Λ_χ, где m_s и Λ_χ — масса странного кварка и масштаб нарушения киральной симметрии соответственно. Приведем формулы для магнитных моментов барионов октета, полученные в этой модели:

$$\begin{aligned}
\mu(p) &= \frac{1}{3}(b_1+\alpha_4)+(b_2+\alpha_2)+\alpha_1+\frac{1}{3}\alpha_3-\frac{1}{3}\beta_1,\\
\mu(n) &= -\frac{2}{3}(b_1+\alpha_4)-\frac{2}{3}\alpha_3-\frac{1}{3}\beta_1,\\
\mu(\Sigma^+) &= \frac{1}{3}(b_1+\alpha_4)+(b_2+\alpha_2)-\alpha_2-\frac{1}{3}\alpha_4-\frac{1}{3}\beta_1,\\
\mu(\Sigma^-) &= \frac{1}{3}(b_1+\alpha_4)-(b_2+\alpha_2)+\alpha_2-\frac{1}{3}\alpha_4-\frac{1}{3}\beta_1,\\
\mu(\Xi^0) &= -\frac{2}{3}(b_1+\alpha_4)+\frac{2}{3}\alpha_3-\frac{1}{3}\beta_1,\\
\mu(\Xi^-) &= \frac{1}{3}(b_1+\alpha_4)-(b_2+\alpha_2)+\alpha_1-\frac{1}{3}\alpha_3-\frac{1}{3}\beta_1,\\
\mu(\Lambda^0) &= -\frac{1}{3}(b_1+\alpha_4)-\frac{5}{9}\alpha_4-\frac{1}{3}\beta_1.
\end{aligned} \tag{1}$$

Эти выражения нетрудно переписать в виде, явно показывающем, что киральная модель *ChPT* [10], в сущности, определенным образом вводит алгоритм нарушения масс в модель унитарной симметрии для электромагнитного тока барионов:

$$\begin{aligned}
&\mu(p) = F_N+\frac{1}{3}D_N-\frac{1}{3}\beta_1, \quad \mu(n) = -\frac{2}{3}D_N-\frac{1}{3}\beta_1,\\
&\mu(\Sigma^+) = F_\Sigma+\frac{1}{3}D_\Sigma-\frac{1}{3}\beta_1, \; \mu(\Sigma^-) = -F_\Sigma+\frac{1}{3}D_\Sigma-\frac{1}{3}\beta_1,\\
&\mu(\Xi^0) = -\frac{2}{3}D_\Xi-\frac{1}{3}\beta_1, \quad \mu(\Xi^-) = -F_\Xi+\frac{1}{3}D_\Xi-\frac{1}{3}\beta_1,\\
&\mu(\Lambda^0) = -\frac{1}{3}D_\Lambda-\frac{1}{3}\beta_1.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $F_N=b_2+\alpha_1+\alpha_2$, $F_\Sigma=b_2$, $F_\Xi=b_2-\alpha_1+\alpha_2$, $D_N=b_1+\alpha_3+\alpha_4$, $D_\Sigma=b_1$, $D_\Xi=b_1-\alpha_3+\alpha_4$, $D_\Lambda=b_1-\frac{8}{3}\alpha_4$.

При $F_N=F_\Sigma=F_\Xi=F$, $D_N=D_\Sigma=D_\Xi=D_\Lambda=$ $=D$ и $\beta_1=0$ мы возвращаемся к формулам унитарной симметрии. Основное отличие модели [10] от

*) Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна.

моделей, вводящих разного рода механизмы нарушения унитарной симметрии, состоит в наличии вклада от единичного оператора, нарушающего октетную структуру электромагнитного тока в модели $SU(3)_f$. Перенормировка констант связана с вкладом так называемых средне-сильных взаимодействий. Это непосредственно следует из того факта, что для барионов вида $B(qq,q')$ она может быть сведена к виду, характерному для нарушения масс в унитарной симметрии:

$$\begin{aligned}
&\mu(p) = F + \frac{1}{3}D + g_1 + \beta,\\
&\mu(n) = -\frac{2}{3}D + g_1 + \beta,\\
&\mu(\Sigma^+) = F + \frac{1}{3}D + \beta + d,\\
&\mu(\Sigma^-) = -F + \frac{1}{3}D + \beta - d,\\
&\mu(\Xi^0) = -\frac{2}{3}D + g_2 + \beta,\\
&\mu(\Xi^-) = -F + \frac{1}{3}D + g_2 + \beta,
\end{aligned} \tag{3}$$

$F = b_2+\alpha_2+\alpha_3$, $D = b_1+\alpha_1+\alpha_4$, $g_1 = \alpha_1-\frac{2}{3}\alpha_3+\frac{1}{3}\alpha_4$, $g_2 = \alpha_1 + \frac{2}{3}\alpha_3 + \frac{1}{3}\alpha_4$, $\beta = -\frac{1}{3}\beta_1 - \frac{1}{3}\alpha_1 - \frac{1}{3}\alpha_4$, $d = \alpha_2 + \alpha_3$.

Соотношения (3) могут быть получены из выражения для электромагнитного тока, имеющего следующую унитарную структуру (мы опускаем пространственные индексы):

$$\begin{aligned}
J^{sym1} = &-F\left(\overline{B}_1^{\gamma} B_{\gamma}^1 - \overline{B}_{\gamma}^1 B_1^{\gamma}\right) + D\left(\overline{B}_1^{\gamma} B_{\gamma}^1 + \overline{B}_{\gamma}^1 B_1^{\gamma}\right) +\\
&+g_1 \overline{B}_3^{\gamma} B_{\gamma}^3 + g_2 \overline{B}_{\gamma}^3 B_3^{\gamma} + \left(\beta - \frac{2}{3}D\right) \mathrm{Sp}(\overline{B}_{\beta}^{\gamma} B_{\gamma}^{\beta}) +\\
&+d\left(\overline{B}_2^1 B_1^2 - \overline{B}_1^2 B_2^1\right).
\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь B_η^γ — октет барионов, $\gamma,\eta = 1,2,3$ — унитарные индексы, причем $B_1^3 = p$, $B_3^2 = \Xi^0$ и т. д.

Для магнитного момента Λ-гиперона этот ток приводит к формуле

$$\mu(\Lambda)^{sym1} = -\frac{1}{3}\left(b_1 + \frac{2}{3}\alpha_1\right) - \frac{2}{9}\alpha_4 - \frac{1}{3}\beta_1, \tag{5}$$

так что

$$\mu(\Lambda)^{sym1} - \mu(\Lambda)^{ChPT} = \frac{2}{3}(\alpha_1 + \alpha_4). \tag{6}$$

Для $d = 0$ ток (4) равен сумме традиционного электромагнитного тока в теории унитарной симметрии [1] и традиционного барионного тока, приводящего к массовой формуле Гелл-Манна — Окубо [12]. Константа d определяет величину вклада нелинейного по квантовым числам члена, пропорционального $Q(I(I+1)-3/4$, и является характерной для киральной модели [10]. Отметим, что при $\alpha_1 = -\alpha_4$ результаты модели *ChPT* сводятся к результатам унитарной модели с током (4). Поскольку в модели *ChPT* [10] $\alpha_1 = 0,32, \alpha_4 = -0,31$ (в ГэВ$^{-1}$), то киральная модель *ChPT*, по существу, оказалась неотличимой от модели унитарной симметрии с током вида (4).

2. Киральная кварк-солитонная модель χQSM и унитарная симметрия

В работе [11] была предложена и подробно проанализирована кварк-солитонная модель барионов χQSM для описания магнитных моментов барионов и барионных резонансов. В этой модели барион представляется как совокупность N_c валентных кварков в потенциале Хартри–Фока, создаваемом киральным полем партикулярной конфигурации (в виде «ежа»). При этом магнитные моменты октета барионов записываются в следующем виде:

$$\begin{pmatrix}\mu(p)\\ \mu(n)\\ \mu(\Lambda)\\ \mu(\Sigma^+)\\ \mu(\Sigma^-)\\ \mu(\Xi^0)\\ \mu(\Xi^-)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 4 & -8 & -5 & -1 & 0 & 8\\ 6 & 2 & 14 & 5 & 1 & 2 & 4\\ 3 & 1 & -9 & 0 & 0 & 0 & 9\\ -8 & 4 & -4 & -1 & 1 & 0 & 4\\ 2 & -6 & 14 & 5 & -1 & 2 & 4\\ 6 & 2 & -4 & -1 & -1 & 0 & 4\\ 2 & -6 & -8 & -5 & 1 & 0 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v\\ w\\ x\\ y\\ z\\ p\\ q\end{pmatrix}. \tag{7}$$

Здесь параметры v,w линейно связаны с обычными константами унитарной симметрии F,D, а параметры $x,y,z,p,q \simeq m_s$ специфичны для данной модели. В результате алгебраических преобразований магнитные моменты шести барионов $B(qq,q')$ можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\mu(p) = F + \frac{1}{3}D - f_1 + T,\\
&\mu(n) = -\frac{2}{3}D - f_1 + T,\\
&\mu(\Sigma^+) = F + \frac{1}{3}D + T + 3z,\\
&\mu(\Sigma^-) = -F + \frac{1}{3}D + T - 3z,\\
&\mu(\Xi^0) = -\frac{2}{3}D - f_2 + T,\\
&\mu(\Xi^-) = -F + \frac{1}{3}D - f_2 + T,
\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned}
&F = -5v + 5w + \frac{1}{2}(f_1 - f_2) - z,\\
&D = -9v - 3w - \frac{1}{2}(f_1 + f_2),\\
&f_1 = 4x + 4y - 4q - z,\\
&f_2 = 22x + 10y - 4q + 2p + z,\\
&T = \frac{1}{3}(28x + 13y + 8q + 4p).
\end{aligned} \tag{9}$$

Из сравнения (8) и (3) видно, что алгебраическая структура формул одинакова. Это означает, что в модели *χQSM*, как и в случае модели *ChPT* [10], магнитные моменты барионов $B(qq,q')$ могут быть получены с помощью электромагнитного барионного тока, имеющего следующую структуру по группе $SU(3)_f$ (пространственные индексы опущены):

$$J^{sym2} = -F\left(\overline{B}_1^{\gamma}B_{\gamma}^1 - \overline{B}_{\gamma}^1 B_1^{\gamma}\right) + D\left(\overline{B}_1^{\gamma}B_{\gamma}^1 + \overline{B}_{\gamma}^1 B_1^{\gamma}\right) - -f_1\overline{B}_3^{\gamma}B_{\gamma}^3 - f_2\overline{B}_{\gamma}^3 B_3^{\gamma} + \left(T - \frac{2}{3}D\right)\mathrm{Sp}(\overline{B}_{\beta}^{\gamma}B_{\gamma}^{\beta}) + +3z\left(\overline{B}_2^1 B_1^2 - \overline{B}_1^2 B_2^1\right). \tag{10}$$

При этом для магнитного момента Λ-гиперона получаем

$$\mu(\Lambda)^{sym2} = -\frac{1}{3}D - (8x + 5y - 8q), \tag{11}$$

что отличается от приведенного в (7):

$$\mu(\Lambda)^{sym2} - \mu(\Lambda)^{\chi QSM} = \frac{1}{3}(16x - 8y - 7q + p). \tag{12}$$

Выражения (7) и (1) сводятся друг к другу с помощью переопределения констант:

$$\begin{aligned}
b_1 &= -(9v + 3w) - \frac{3}{2}(14x + 2y - 5q + p),\\
b_2 &= -5(v - w) - (9x + 3y - z + p),\\
\alpha_1 &= -\frac{1}{4}(94x + 34y - 31q + 7p),\\
\alpha_2 &= \frac{3}{2}(9x + 3y - z + p),\\
\alpha_3 &= -\frac{3}{2}(9x + 3y + z + p),\\
\alpha_4 &= \frac{9}{4}(14x + 2y - 5q + p),\\
\beta_1 &= -\frac{9}{2}(8x + 2y + q + p),
\end{aligned} \tag{13}$$

причем

$$9\alpha_1 + 15\alpha_2 - 15\alpha_3 + 3\alpha_4 + 8\beta_1 = 0. \tag{14}$$

Эти формулы завершают наше доказательство фактического совпадения описаний магнитных свойств барионов октета $B(qq,q')$ с помощью моделей *ChPT* [10] и *χQSM* [11].

Заключение и выводы

Итак, алгебраические схемы для предсказания величин магнитных моментов барионов $B(qq,q')$ в моделях *ChPT* [10] и *χQSM* [11] реально оказались идентичными. Более того, формулы для магнитных моментов барионов $B(qq,q')$ в этих моделях те же, что и в унитарной модели с электромагнитным током вида (4) или (10). Подчеркнем, что результаты, полученные с помощью как моделей *ChPT* и *χQSM*, так и нашей феноменологической модели, фактически объясняются введением в выражения для стандартных токов нелинейных поправок при коэффициентах d и z в (4) и (10) соответственно. Однако киральные и феноменологическая модели дают различные представления магнитного момента Λ-гиперона. Различия в предсказаниях для этого гиперона могут оказаться не случайными ввиду того, что, будучи асимметричным по кварковому содержанию, он характеризуется нулевыми значениями изотопического спина и гиперзаряда. С количественной точки зрения этому факту можно не придавать большого значения, поскольку благодаря приближенному численному равенству параметров, $\alpha_1 \simeq -\alpha_4$, магнитный момент Λ-гиперона оказывается одинаковым и в феноменологической модели, и в *ChPT* [10].

В целом анализ магнитных моментов барионов в рамках рассмотренных моделей еще раз показал, что унитарная симметрия является базисом, который может скрываться в любой динамической модели, претендующей на адекватное описание статических электромагнитных свойств барионов. В то же время возникает вопрос о поиске реалистической динамической модели, которая, объясняя свойства барионов, разрешила бы этот вопрос на теоретическом уровне.

Литература

1. *Coleman S., Glashow S.L.* // Phys. Rev. Lett. 1961. **6**. P. 423.
2. *Morpurgo G.* // Physics (N.Y.). 1965. **2**. P. 95.
3. *Montanet L.* et al. // Phys. Rev. 1994. **D50**. P. 1173.
4. *Casu M., Sehgal L.M.* // Phys. Rev. 1997. **D55**. P. 3644.
5. *Linde J., Ohlsson T., Snellman H.* // Phys. Rev. 1998. **D57**. P. 452.
6. *Pendron Lee G.* // Phys. Rev. 1996. **D53**. P. 5322.
7. *Delbourgo R., Dogsheng Liu* // Phys. Rev. 1996. **D53**. P. 6576.
8. *Ershova M.M., Kamchatnova V.Yu., Zamiralov V.S.* Preprint IC/95/377, 1995, ICTP, Trieste, Italy.
9. *Gerasimov S.B.* // Phys. Lett. 1995. **B357**. P. 666.
10. *Bos J.W., Chang D., Lee S.C.* et al. // Chin. J. Phys. 1997. **35**. P. 150.
11. *Hyun-Chul Kim, Praszalowicz M., Goeke K.* // Phys. Rev. 1998. **D57**. P. 2859.
12. *Gell-Mann M.* // Phys. Rev. 1962. **125**. P. 1067; *Okubo S.* // Progr. Theor. Phys. 1962. **27**. P. 949.

Поступила в редакцию
03.02.99