

2. Tondiglia V.P., Natarajan L.V., Sutherland R.L. et al. // Opt. Lett. 1995. **20**. P. 1325.
3. Sutherland R.L., Natarajan L.V., Tondiglia V.P. et al. // Proc. SPIE. 1995. **2532**. P. 309.
4. Larichev A.V., Simonov A.N., Shmalhauzen V.I. et al. // Intern. Conf. on Polymers for Advanced Technologies. Leipzig, 1997. Book of Abstracts. P. III 23.
5. Shibaev V.P., Kostromin S.G., Ivanov S.A. // Polymers as

- Electrooptical and Photooptical Active Media / Ed. V.P. Shibaev. Springer-Verlag, Berlin, 1996. P. 37.
6. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. СПб.: Наука, 1992.
 7. Moharam M.G., Gaylord T.K., Magnusson R. // Opt. Commun. 1980. **32**. P. 14.

Поступила в редакцию
17.05.99

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 534:532.527

СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ВИХРЕВЫХ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ В РАЗВИТОМ СВОБОДНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ

С. Г. Михайлов

(кафедра акустики)

На основании выдвинутого предположения о локальности завихренности в свободном потоке несжимаемой жидкости выделен вихревой элемент турбулентного течения и оценены его свойства. Установлено хорошее совпадение вида спектральной плотности пульсаций скорости, возникающих в результате равномерного переноса основным течением случайного ансамбля квазистационарных вихревых элементов турбулентности, с известными аппроксимациями экспериментальных данных.

Существуют различные модели свободного турбулентного течения несжимаемой жидкости, позволяющие оценить статистические характеристики пульсаций скорости и давления [1]. Однако эти модели не раскрывают механизма взаимодействия такого течения с находящимся в нем твердым телом. Поэтому теоретическое изучение псевдозвуковых пульсаций, воспринимаемых приемниками звука в турбулентном потоке, проводилось на основе упрощенного представления о турбулентности как о плоской гармонической волне [2, 3]. В настоящей работе рассматривается вихревая модель турбулентных пульсаций, в рамках которой возможно уточнение механизма образования псевдозвуковых помех приему звука.

Для анализа движений вязкой несжимаемой жидкости в отсутствие свободных границ применяется уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p - \nu \text{rot rot } \mathbf{u}, \quad (1)$$

связывающее скорость движения жидкости \mathbf{u} и давление p . Здесь ρ и ν — плотность и кинематическая вязкость соответственно. Известно всего лишь несколько видов течений, для которых найдены точные решения этого уравнения. Поэтому важнейшие достижения гидродинамики в исследовании обтекания различных тел основаны на предположении Л. Прандтля о возможности разбиения всей области, занятой жидкостью, на тонкий пограничный слой, в

котором существенно действие завихренности поля скорости ($\text{rot } \mathbf{u}$), и внешнюю область, в которой движение жидкости считается потенциальным [4].

Опираясь на гипотезу Л. Прандтля, предположим, что и в свободном турбулентном движении завихренность отлична от нуля только в небольшой части пространства, представляющей собой вихревые трубки. Из второй теоремы Гельмгольца [4] известно, что вихревые трубки не могут заканчиваться в жидкости, они или опираются на ограничивающие поверхности, или образуют замкнутые кольца.

Рассмотрим поле скорости, создаваемое одним вихревым кольцом. Пусть средний радиус кольца R_0 значительно больше радиуса трубки r_0 . Внутри вихревой трубки течение целиком определяется распределением завихренности по ее сечению. В простейшем случае, если $\text{rot } \mathbf{u} = \text{const}$, жидкость вращается как единое целое и скорость течения пропорциональна расстоянию от оси трубки r' , при этом $r' \ll r_0$. Когда $r_0 \ll r' \ll R_0$, поле скорости вихревого кольца приближается к полю скорости бесконечной прямой вихревой нити, вокруг которой формируется течение, известное как потенциальный вихрь. В этой области скорость движения обратно пропорциональна расстоянию от оси вихревой трубки:

$$v(r') = \frac{\Gamma}{2\pi r'},$$

где Γ — циркуляция скорости. При $r' \gg R_0$ потенциал кольца в силу замкнутости вихревой трубки приближается к потенциалу диполя. Для дипольной

области характерно убывание скорости пропорционально кубу расстояния.

Выберем функцию, аппроксимирующую найденные зависимости во всех трех областях. Возьмем за основу поле скорости, создаваемое потенциальным вихрем. Поведение поля скорости на малых и больших расстояниях от оси учтем с помощью дополнительных множителей. В этом случае величина скорости равна

$$v(r') = \frac{\Gamma}{2\pi r'} \frac{1 - \exp(-r'^2/r_0^2)}{1 + (r'/R_0)^2},$$

а направлена она по касательной к окружности с радиусом $r' = \text{const}$. В этом выражении r_0 и R_0 — расстояния, на которых проявляются действие вязкости и пространственная структура вихревого кольца. Выбранная функция при $R_0 \rightarrow \infty$ стремится к точному решению уравнения (1), называемому иногда гауссовским вихрем [4, 5], в котором r_0 изменяется во времени: $r_0^2 = 4\nu t$, что указывает на постепенное замедление скорости его роста.

В качестве модели вихревых турбулентных пульсаций рассмотрим процесс, формирующийся в результате переноса основным течением, имеющим постоянную скорость \mathbf{U} , элементов турбулентности, случайным образом расположенных в пространстве. Каждый элемент турбулентности представляет собой движение, завихренность которого существенно отличается от нуля только в ограниченной части пространства — в бесконечной прямолинейной вихревой трубке. Оси элементов имеют различное направление в пространстве. Поля скорости, создаваемые элементами турбулентности, неизменны во времени, подобны и отличаются только масштабным множителем:

$$u_i(r') = \frac{\Gamma_i}{\Gamma} v(r'),$$

причем математическое ожидание Γ_i/Γ равно нулю, а дисперсия единице. Пульсационная скорость, создаваемая таким процессом в точке с радиус-вектором $\mathbf{r} = (x, y, z)$, равна

$$\mathbf{u}_\Sigma(\mathbf{r}) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i - t\mathbf{U}),$$

где $\mathbf{r}_i = (\zeta_i, \eta_i, \xi_i)$ — положение i -го элемента турбулентности в момент времени $t = 0$. Здесь скорости движения элементов, обусловленные действием соседних элементов, а также самонаведенные, считаются пренебрежимо малыми. Описанное движение является моделью однородных и изотропных замороженных турбулентных пульсаций.

Пусть скорость течения \mathbf{U} направлена вдоль оси x . Тогда продольная составляющая скорости, наводимой в точке (x, y, z) элементом турбулентности, имеющим циркуляцию Γ , может быть записана в виде

$$v_t(t) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{r \sin \alpha}{x_0^2 + r^2} \frac{1 - \exp[-(x_0^2 + r^2)/r_0^2]}{1 + (x_0^2 + r^2)/R_0^2},$$

где $r = \sqrt{(y - \eta)^2 + (z - \xi)^2}$, $x_0 = (x - \xi - tU) \sin \alpha$, α — угол между осью элемента и осью x . Ее фурье-преобразование:

$$v_t(\omega) = \frac{\Gamma e^{i\omega U(\zeta - x)}}{2U} \left\{ e^{-kr} - \frac{1}{2} \left[e^{-kr} \operatorname{erfc} \left(\frac{r}{r_0} - \frac{kr_0}{2} \right) + e^{kr} \operatorname{erfc} \left(\frac{r}{r_0} + \frac{kr_0}{2} \right) \right] - \frac{r}{R} e^{-kR} + \frac{r}{2R} e^{R_0^2/r_0^2} \times \right. \\ \left. \times \left[e^{-kR} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{r_0} - \frac{kr_0}{2} \right) + e^{kR} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{r_0} + \frac{kr_0}{2} \right) \right] \right\},$$

где $k = \omega/U \sin \alpha$, а $R = \sqrt{r^2 + R_0^2}$. Сделанные допущения позволяют применить для вычисления спектральной плотности пульсаций скорости $\Phi_{tt}(\omega)$ известный метод [6]. В результате получаем

$$\Phi_{tt}(\omega) = \frac{2U}{V} \int_0^\infty \int_0^\pi |v_t(\alpha, r, \omega)|^2 r dr d\alpha,$$

где V — средний объем, приходящийся на один элемент турбулентности.

Графики нормированной спектральной плотности пульсаций скорости, представленные на рис. 1, позволяют выделить три области, в которых свойства этой функции различны. В диапазоне низких частот ($\omega \ll U/R_0$), соответствующем дипольному движению, спектральная плотность пульсаций скорости

$\Phi_{ii}(\omega)/\Phi_{ii}(0)$, дБ

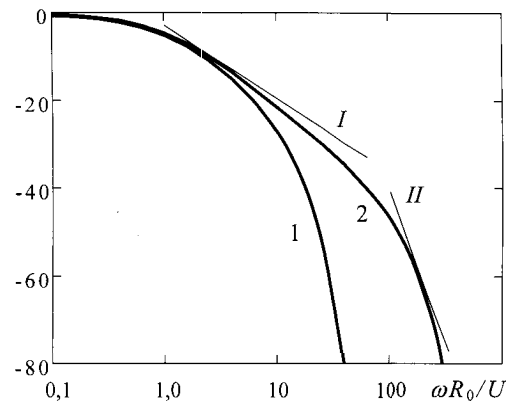


Рис. 1. Спектральная плотность вихревых пульсаций скорости в изотропном турбулентном потоке при различных значениях отношения внешнего и внутреннего радиусов: $R_0/r_0 = 10$ (1) и 100 (2). Прямые I и II — аппроксимация зависимостями $\sim \omega^{-5/3}$ и $\sim \omega^{-7}$ соответственно

постоянна. В области частотных масштабов вихревого движения $U/R_0 \ll \omega \ll U/r_0$ при $R_0/r_0 = 100$ спектральная плотность удовлетворительно аппроксимируется зависимостью $\sim \omega^{-5/3}$, соответствующей инерционному интервалу локально-изотропной турбулентности Колмогорова–Обухова [5]. На высоких частотах ($\omega \gg U/r_0$), соответствующих движениям в вязкой области, наблюдается быстрое убывание

спектральной плотности. Это убывание на начальном участке хорошо аппроксимируется зависимостью $\sim \omega^{-7}$, соответствующей интервалу диссипации локально-изотропной турбулентности.

Также были выполнены расчеты спектральной плотности вихревых пульсаций скорости в некоторых видах анизотропных течений (рис. 2). В рассмотренных случаях сохраняется тот же, что и на рис. 1, характер зависимости спектральной плотности от частоты, изменяется лишь соотношение энергий, соответствующих дипольному и вихревому движениям (кривые 1 и 2), а также уменьшается наклон графика спектральной плотности в вихревом интервале при плоском течении (кривая 3). Следует заметить, что в реальных течениях наблюдаются как спектры пульсаций скорости, близкие к предсказанным моделью Колмогорова–Обухова (линии I и II), так и заметно отличающиеся от них [7] (линии III и IV). Вихревая модель обладает достаточной гибкостью для описания этих различий.

Так как в вихревой модели задан случайный ансамбль элементов и поле скорости каждого из них (с точностью до коэффициента), в дальнейшем представляется возможным найти статистические характеристики соответствующего модели поля вихревых пульсаций давления в свободном турбулентном течении и исследовать механизм образования псевдозвуковых пульсаций на поверхности приемника звука.

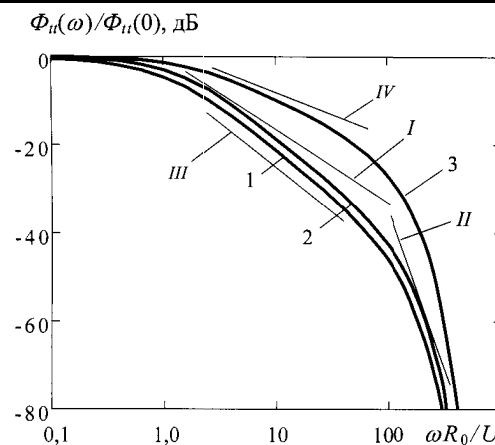


Рис. 2. Спектральная плотность продольных вихревых пульсаций скорости при $R_0/r_0 = 100$ в изотропном турбулентном потоке (1) и при различных видах анизотропии: оси элементов нормальны к оси x (2), к плоскости xy (3). Прямые I, II, III и IV — аппроксимация зависимостями $\sim \omega^{-5/3}$, $\sim \omega^{-7}$, $\sim \omega^{-2}$ и $\sim \omega^{-1}$ соответственно

Литература

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, Ч. 1, 1992; Ч. 2, 1996.
2. Блохинцев Д.И. Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Наука, 1981.
3. Strasberg M. // J. Acoust. Soc. Am. 1979. 66, No. 5. P. 1487.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978.
5. Монин А.С., Озмидов Р.В. Океанская турбулентность. Л.: Гидрометеиздат, 1981.
6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 1. М.: Сов. радио, 1974.
7. Кадер Б.А., Яглом А.М. // Проблемы турбулентных течений / Отв. ред. В.В. Струминский. М.: Наука, 1987. С. 65.

Поступила в редакцию
14.04.99

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 537.226

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ОТКЛИК ПЛЕНОК ПОЛИВИНИЛИДЕНФТОРИДА В ОБЛАСТИ СТЕКЛОВАНИЯ

Н. И. Кузнецова, Н. Д. Гаврилова

(кафедра физики полимеров и кристаллов)

Исследована диэлектрическая релаксация в области стеклования для пленок поливинилиденфторида, полученных различными способами. Для текстурированных пленок отмечено понижение величины диэлектрического инкремента в аморфной фазе при повышении степени кристалличности. Показано, что во всех исследованных пленках выполняется дробно-степенной закон диэлектрического отклика при малых частотах. Показано, что молекулярная подвижность в неупорядоченных областях исследованных изотропных образцов различна.

Введение

Создание полимерных материалов с заранее заданными электрофизическими свойствами в настоя-

щее время относится к наиболее актуальным задачам, имеющим практическое применение. Один из путей получения нужных характеристик материалов — регулирование самого процесса их создания. К насто-