Для $N=3$ матрица L имеет размер 6×6, поэтому вычисления проводились на компьютере с использованием системы аналитических вычислений REDUCE. Для вычислений с некоммутирующими переменными использовался пакет NCMP, разработанный для операций с некоммутирующими переменными в системе REDUCE [8]. Для ускорения вычислений каждый коммутатор был разбит на несколько более простых и быстрых для вычисления коммутаторов. Сумма всех членов, содержащих в качестве множителей функции $m(x_j), n(x_j)$, оказалась равной нулю вследствие функциональных соотношений (5). Оставшаяся часть коммутаторов представляет собой полином по импульсам частиц и равна нулю в силу соотношений

$$[p_i+p_j, R_{ij}]=0, \quad i\neq j=1,2,3,$$

т.е. вследствие антисимметрии функции R_{ij} относительно перестановок координат частиц. В результате получаем

$$[I_i, I_j]=0, \quad i<j=1,2,3,$$

т.е. квантовая система (1)–(3) в случае $N=3$ является вполне интегрируемой. Интеграл движения I_1 совпадает с гамильтонианом (1), а остальные два интеграла движения в частном случае $m(x)=n(x)=\gamma \mathrm{ch}(2ax)+\mu$, где γ и μ — произвольные константы, имеют вид

$$I_2=\sum_{i=1}^{3}\Bigg(\frac{p_i^4}{2}+\sum_{k\neq i}^{3}\Big[\{p_i^2, R_{ki}^2\}+2m(x_i)^2R_{ik}^2+ \\ +\{p_ip_k, R_{ki}^2\}+R_{ik}^2R_{ki}^2+2m(x_i)^2p_k^2+ \\ +2m(x_i)m(x_k)R_{ik}^2+2R_{ik}^4\Big]+\frac{m(x_i)^4}{2}\Bigg),$$

$$I_3=\sum_{i=1}^{3}\Bigg(\frac{p_i^6}{2}+\sum_{k\neq i}^{3}\Big[\{p_i^4, R_{ki}^2\}+\{p_i^2, R_{ki}^4\}+2\{p_i^3p_k, R_{ki}^2\}+ \\ +2\{p_ip_k, R_{ki}^4\}+4m(x_i)^3m(x_k)R_{ik}^2+\tfrac{1}{3}R_{ik}^6\Big]+ \\ +\sum_{k,l\neq i}\Big[\{p_i^2, R_{ik}^2R_{il}^2\}+\{p_ip_k, R_{ik}^2R_{il}^2\}+R_{ik}^2R_{il}^2\sum_{m\neq i}R_{im}^2+ \\ +2m(x_i)^2R_{kl}^4+2m(x_i)^4R_{kl}^2+2m(x_k)m(x_l)R_{ki}^2R_{il}^2+ \\ +2m(x_k)m(x_l)p_i^2R_{kl}^2+2m(x_i)^2p_l^2p_k^2+ \\ +2m(x_k)^2m(x_l)^2p_i^2\Big]+\frac{1}{3}m(x_i)^6\Bigg),$$

где фигурными скобками обозначен антикоммутатор.

Проблема аналитического доказательства полной интегрируемости системы (1)–(3) при произвольных N остается открытой. Предложенный в данной работе рецепт упорядочения некоммутирующих переменных в I_n может быть использован при проведении общего доказательства.

Литература

1. *Dittrich J., Inozemtsev V.I.* // J. Phys. A. 1993. **20**. P. 753.
2. *Мещеряков Д.В., Тверской В.Б.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2000. № 1. С. 56 (Moscow University Phys. Bull. 2000. No. 1. P. 66).
3. *Calogero F.* // Lett. Nuovo Cimento. 1975. **13**. P. 507.
4. *Olshanetsky M.A., Perelomov A.M.* // Phys. Reports. 1983. **94**. P. 312.
5. *Inozemtsev V.I.* // Phys. Scripta. 1984. **25**. P. 517.
6. *Inozemtsev V.I.* // Phys. Lett. 1983. **A98**, No. 7. P. 316.
7. *Inozemtsev V.I., Meshcheryakov D.V.* // Phys. Lett. 1984. **A106**, No. 3. P. 101.
8. *Rodionov A.Ya.* // SIGSAM Bull. 1984. No. 3. P. 16.

Поступила в редакцию
10.01.00

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 533.9

ДВУХПОТОКОВАЯ ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В АТОМАРНЫХ СРЕДАХ

В. К. Гришин

(*НИИЯФ*)

Показывается, что потоки быстрых атомов или сложных ионов за счет аномальных доплеровских переходов на медленных волнах в нейтральном газе могут быть нестабильными и служить источником индуцированного высокочастотного излучения. Оцениваются возможные параметры подобных физических систем.

Атомарный поток с электродинамической точки зрения — это поток электронных осцилляторов, которые благодаря аномальному эффекту Доплера даже в невозбужденном состоянии могут быть источником индуцированного излучения. Излучение фотонов в данном случае обеспечивается за счет поступательной энергии частиц. При этом происходит инверсное изменение внутреннего состояния самих осцилляторов — их автовозбуждение. Подобное явление, отмеченное на эвристическом уровне еще в работах

[1, 2], в настоящее время приобретает практический интерес в связи с широкими возможностями получения быстрых атомарных и ионных пучков на современных ускоряющих устройствах (о проявлениях такого эффекта в системах с электронными пучками см., напр., [3]). Сказанное в равной мере относится к потокам как нейтральных атомов, так и положительных и отрицательных ионов, если пренебречь взаимодействием ионов с весьма низкочастотными колебаниями, в которых последние проявляются лишь как бесструктурные массивные заряды (поэтому далее специально не оговаривается зарядовое состояние атомов).

Целью настоящей работы является оценка условий возбуждения индуцированного излучения, возникающего при развитии указанной выше высокочастотной коллективной нестабильности в первоначально невозмущенном потоке атомов. Аномальный доплер-эффект может наблюдаться в системах с медленными (по сравнению с пучком атомов) электромагнитными волнами. В качестве одной из них может служить газообразная среда. При этом газ может также иметь некоторую скорость поступательного движения. Тогда по аналогии с известным случаем черенковской неустойчивости заряженного пучка в плазме [4] отмеченный эффект индуцированного излучения атомов можно охарактеризовать как проявление атомарной двухпотоковой неустойчивости (включая, как и в физике плазмы, случай покоящегося газа, к которому всегда можно перейти путем преобразования системы координат).

Конечно, ситуация, наблюдаемая при пролете атомов сквозь газ, будет достаточно сложной. В частности, реальным препятствием для развития индуцированного высокочастотного возбуждения являются процессы диссипации, определяемые весьма малым временем жизни возбужденных состояний атомов. Рассмотрим традиционную так называемую начально-граничную задачу, которая является математическим аналогом практических систем. Широкий моноэнергетический атомарный пучок инжектируется со скоростью $v = \beta c$ (c — скорость света) вдоль оси z в полуограниченную в пространстве ($z \geqslant 0$) камеру, заполненную холодным неподвижным газом (тем самым полагается, что тепловая и поступательная скорости атомов газа достаточно малы). В начальной точке в камеру подается затравочный сигнал в виде поперечной линейно-поляризованной и направленной вдоль z волны $E = E_0 \exp\{i(kz - \omega t)\}$. Тогда эволюция сигнала по мере его распространения вместе с пучком вдоль системы будет описываться дисперсионным уравнением [4]

$$-k^2 c^2 + \omega^2 \varepsilon_\perp = 0, \tag{1}$$

где $\varepsilon_\perp$ — поперечная составляющая диэлектрического тензора, описывающая отклик среды. В нашем случае, учитывая квантовомеханическое представление осцилляторного движения электронов в атомах [5], можно записать:

$$\varepsilon_\perp = 1 + \frac{\omega_p^2}{2\,\Omega_p\,(\Omega_p - \omega - i\Gamma_p)} + \frac{\omega_b^2\,\omega_l^2}{2\,\Omega_b\,(\Omega_b + \omega_l + i\Gamma_b)\,\omega^2\,\gamma}, \tag{2}$$

где

$$\omega_{p,b}^2 = 4\pi\, e^2\, N_{p,b}\, f_{p,b}/m.$$

Здесь e и m — заряд и масса электрона; $N_{p,b}$ — плотности атомов покоящегося газа и пучка; $f_{p,b}$ и $\Omega_{p,b}$ — силы осцилляторов и частоты, соответствующие переходам осцилляторов в ближайшие возбужденные состояния (другими переходами пренебрегаем); $\Gamma_{p,b}$ — величины, обратные временам жизни в возбужденных состояниях; $\omega_l = \omega - kv$; γ — лоренц-фактор атомов пучка. Подразумевается, что диэлектрическая среда состоит из покоящихся (газ) и быстрых (пучок) невозбужденных атомных осцилляторов. В силу сказанного выше в соотношении (2) учитываются лишь высокочастотные колебания. Также полагается, что частотные интервалы возбуждаемых волн оказываются близкими к резонансным значениям (см. далее).

В отсутствие пучка волны в невозбужденной газовой среде затухают с максимальным декрементом при частотах $\omega \simeq \Omega_p$. Влияние пучка наиболее сильно при частотах $\omega \simeq kv - \Omega_b$ (это медленная пучковая волна; устойчивая быстрая волна с частотой $\omega \simeq kv + \Omega_b$ в уравнении (2) не учитывается). Взаимодействие пучка со средой приобретает резонансный характер, если значения частот и волновых векторов одновременно совпадают с собственными значениями этих величин ω_0 и k_0 для волн в газовом объеме, т. е.

$$k_0^2\, c^2 = \omega_0^2 \left(1 + \frac{\omega_p^2\,(\Omega_p - \omega_0)}{2\,\Omega_p\,((\Omega_p - \omega_0)^2 + \Gamma_p^2)} \right);$$

$$\omega_0 = k_0\, v - \Omega_b.$$

Последние соотношения определяют требования к минимальной плотности газовой среды ($\omega_0 \sim \Omega_p$, поскольку $\Omega_p \gg \Gamma_p$):

$$\omega_p^2 > 4\Gamma_p(\Omega_p + \Omega_b)^2/(\Omega_p\beta^2). \tag{3}$$

Полагая теперь условие (3) выполненным, записываем $k = k_0 + \delta k$, считая $|\delta k| \ll k_0$, и получаем из (1) и (2) соотношение

$$(\delta k - i\zeta)(\delta k - i\eta) = -Q,$$

где $\zeta \simeq (\Omega_p + \Omega_b)/(2c\beta\Delta)$ при $\Delta = (\Omega_p - \omega_0)/\Gamma_p > 0$, а $\eta = \Gamma_b/v$, $Q = (\omega_b^2\Omega_b)/(4(\Omega_p + \Omega_b)c^2)$. Отсюда следует оценка для инкремента предполагаемого пространственного усиления начального сигнала:

$$\mathrm{Im}\,\delta k = \left(-\sqrt{4Q + (\zeta - \eta)^2} + \zeta + \eta \right)/2.$$

Усиление имеет место, т. е. $\mathrm{Im}\,\delta k < 0$ [6], если плотность пучка достаточна высока, так что $Q > \zeta\eta$, т. е.

$$\omega_b^2 > 2\gamma\Gamma_b(\Omega_p + \Omega_b)^2/(\Omega_b\beta^2\Delta). \tag{4}$$

Судя по оценкам, следующим из (3) и (4), приемлемые минимальные значения плотностей пучка и газовой среды соответствуют переходам в области длинноволнового инфракрасного излучения с $\Omega_{p,b} < 10^{15} \div 10^{14}$ с$^{\perp 1}$, т.е. с длиной излучаемой волны $\lambda > 1{,}5 \div 15$ мкм (в оценках делается некоторый «запас прочности» с учетом неизбежного на практике разброса параметров, например разброса по энергиям частиц). При этом в индуцированном процессе могут участвовать лишь достаточно долгоживущие переходы с $\Gamma_{p,b} \simeq 10^7$ с$^{\perp 1}$. Наконец, атомарные пучки должны быть достаточно ускоренными с $\beta \geqslant 0{,}1$, что соответствует энергии частиц не менее 5 МэВ/нукл. Поэтому реальными объектами для наблюдения рассматриваемых явлений могут быть пучки ускоренных отрицательных ионов легких атомов, например $H^{\perp}$, широко используемых ныне в экспериментах [7]. Так, при $\Omega_{p,b} = 10^{14}$ с$^{\perp 1}$ и $\beta = 0{,}1$–$0{,}3$ длина развития нестабильности для амперных пучков составляет десятки сантиметров в резонансной частотной полосе при $\Delta \sim 10^1 \div 10^3$.

Влияние различных сопутствующих процессов (возбуждение, ионизация и рассеяние атомов пучка и газа) будет сказываться лишь на последующих этапах, поскольку эффективное сечение атомных столкновений уже для слаборелятивистских частиц не превышает $10^{\perp 19}$ см^2. Поэтому представляет несомненный интерес анализ дальнейшей динамики рассмотренных выше процессов, которые после быстрого возбуждения пучка могут привести к дополнительному излучению фотонов на быстрой волне с $\omega \simeq 2\gamma^2\Omega_b$.

Литература

1. *Гинзбург В.Л.* // ДАН СССР. 1947. **56**. С. 145.
2. *Гинзбург В.Л.* Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981.
3. *Незлин М.В.* Динамика пучков в плазме. М.: Энергоиздат, 1982.
4. *Александров А.Ф., Богданович Л.С., Рухадзе А.А.* Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1978.
5. *Давыдов А.С.* Квантовая механика. М.: ГИФМЛ, 1963.
6. *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В.* и др. Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974.
7. *Massey H.* Negative Ions. New York; Cambrige, 1976.

Поступила в редакцию
17.01.00