5. Сформулируем полученные результаты.

Введен базовый параметр $\varkappa$ — степень сжатия, — для определения которого достаточно найти дисперсии квадратурных компонент и их корреляцию при произвольном повороте фазовой плоскости.

Получены соотношения, описывающие связь с $\varkappa$ различных параметров сжатого поля и изменение этих параметров при повороте фазовой плоскости.

Показано, что, анализируя сжатые поля, не всегда имеет смысл выполнять процедуру (часто очень громоздкую) разложения их на квадратурные компоненты, поскольку величина $\varkappa$ просто выражается также через статистические характеристики комплексной амплитуды поля.

Литература

1. *Ахманов С.А., Белинский А.В., Чиркин А.С.* // Новые физические принципы оптической обработки информации / Под ред. С.А. Ахманова, М.А. Воронцова. М.: Наука, 1990. С. 83.
2. *Maeda M.W., Kumar P., Shapiro J.H.* // Phys. Rev. 1985. **A32**, No. 6. P. 3803.
3. *Wu L.A., Kimble H.J., Hall J.L., Wu H.* // Phys. Rev. Lett. 1986. **57**, No. 20. P. 2550.
4. *Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.

Поступила в редакцию
30.06.00

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 536.46

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОГО ФРОНТА ПЛАМЕНИ В ГАЗЕ ДЛЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЧИСЛАХ ЛЬЮИСА

А. В. Уваров, Е. А. Савченкова, А. И. Осипов

(*кафедра молекулярной физики и физических измерений*)

E-mail: uvarov@mol.phys.msu.su

Решена задача об устойчивости волн горения в условиях, когда неприменима известная теория Ландау–Даррье. Определены границы применимости теории Ландау–Даррье.

Одним из фундаментальных результатов теории горения является обнаружение Ландау и Даррье [1, 2] неустойчивости волн горения для всех режимов распространения. Этот результат известен под названием «парадокса Ландау — Даррье» (ЛД), поскольку, как показывают эксперименты, волна горения обычно устойчива в достаточно широком диапазоне параметров. Парадокс Ландау — Даррье стимулировал многочисленные исследования (см. обзор в работе [3]).

Однако авторы всех этих исследований не ставили под сомнение решение ЛД в области низких частот и ограничивались лишь рассмотрением поправок за счет различных эффектов (см., напр., поправку Маркштейна для средних и высоких частот [3]).

Кроме того, было показано, что решение ЛД основано на предположении одинакового вида температурных членов двух частных решений, соответствующих тепловой и акустической волнам, которые образуются в неравновесной области. Это позволяет (при соответствующем выборе коэффициентов) полностью исключить температурную составляющую (кроме колебаний фронта как целого) и рассматривать только изменение возмущений давления p', скорости в направлении распространения волны v'_x и перпендикулярной ей компоненты v'_y (для плоской волны все возмущения рассматриваются в виде $a'(x)\exp(i\omega t + iky)$).

Сравнительно недавно [4] была строго решена задача об устойчивости волны горения в газе для случая, когда уравнения для температуры и концентрации горючего компонента совпадают, т. е. когда число Льюиса $\mathrm{Le} = D/\lambda_T$, где D — коэффициент диффузии, λ_T — коэффициент температуропроводности, равно единице. При этом число уравнений можно существенно уменьшить. Проделанный в работе [4] расчет подтвердил справедливость предположений ЛД.

Цель настоящей работы состоит в решении задачи об устойчивости волн горения в газе при $\mathrm{Le} \neq 1$.

Рассмотрим проблему устойчивости на примере волны релаксации в колебательно-неравновесном газе, которая отделяет колебательно-неравновесный газ от равновесного [5]. Задачу будем решать в приближении высокой энергии активации [3], что исключает зависимость задачи от конкретной схемы реакции. Единственным требованием при этом является сильная зависимость константы скорости реакции от температуры. Это приводит к следующему неравенству для времени колебательной релаксации τ:

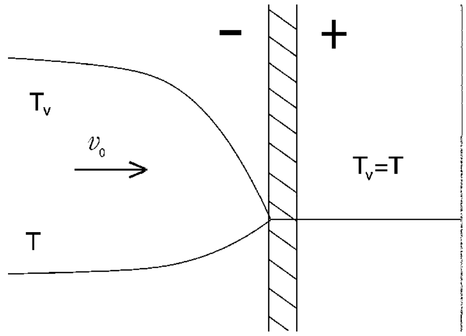
$$-\frac{T}{\tau}\frac{d\tau}{dT} = q \gg 1,$$

где T — поступательная температура.

Волну в этом случае можно разделить на две зоны — зону прогрева и зону реакции. В зоне прогрева профили поступательной (T) и колебательной (T_V) температур определяются уравнениями

$$T = T_0 + \Delta T\, \mathrm{e}^{x/\delta_T}; \quad T_V = T_{V0} + \Delta T_V\, \mathrm{e}^{x/\delta_V},$$

где $\delta_T = \lambda_T/v_0$, $\delta_V = \lambda_V/v_0$, v_0 — скорость набегающего потока (рисунок). В рассматриваемом случае процессу диффузии соответствует колебательная теплопроводность (диффузия колебательных квантов) и $\mathrm{Le} = \lambda_V/\lambda_T$, λ_V — коэффициент колебательной температуропроводности.



Структура волны релаксации. Заштрихованная область соответствует зоне реакции. Знаком «+» обозначена равновесная зона за фронтом волны

Возмущения гидродинамических параметров $a = (p', v'_x, v'_y, T', T'_V)$ представляются в виде набора частных решений уравнений гидродинамики релаксирующих сред (мод) и исчезают при $x = \pm\infty$. Таких мод будет шесть: три (тепловая, акустическая и релаксационная) в зоне прогрева и три (акустическая, вихревая и тепловая) за пределами зоны реакции. Эффекты вязкости рассматриваться не будут. Зона реакции описывается как разрыв гидродинамических параметров. Условия на разрыве совпадают с общепринятыми для диффузионно-тепловой неустойчивости [3]. Дополнительные требования непрерывности v'_x, v'_y и p' имеют вид

$$a'_- - \xi\frac{da_-}{dx} = a'_+,$$

$$\delta_T\left(\frac{dT'_-}{dx} - \xi\frac{d^2T_-}{dx^2}\right) = zT'_+ + \delta_T\frac{dT'_+}{dx}, \qquad (1)$$

$$\delta_V\left(\frac{dT'_{V-}}{dx} - \xi\frac{d^2T_{V-}}{dx^2}\right) = -\frac{C_p z T'_+}{C_k} + \delta_V\frac{dT'_{V+}}{dx},$$

где $z = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\Delta T}{T}q \gg 1$, $\xi = \xi(y,t)$ — малое смещение поверхности разрыва вдоль оси x при возмущении, C_p и γ — теплоемкость при постоянном давлении и показатель адиабаты для поступательно-вращательных степеней свободы, C_k — теплоемкость колебательных степеней свободы, а знаками «$+$» и «$-$» обозначены возмущения и основные параметры справа и слева от разрыва соответственно (см. рисунок).

Система (1) состоит из семи уравнений для семи коэффициентов (шесть коэффициентов при амплитудах мод и седьмой — при величине смещения зоны реакции ξ). Условием существования нетривиального решения является обращение в нуль детерминанта системы (1), в котором моды слева определяются интегрированием по зоне прогрева.

Такая постановка задачи является наиболее общей и не накладывает ограничений на частоту возмущений. Детерминант системы (1) тождественно равен нулю при $\mathrm{Le} = 1$. Рассмотрение этого случая необходимо проводить особо, так как T'_V меняется пропорционально T' и в детерминанте исчезают две строки, описывающие изменение T'_V и dT'_V/dx, а также столбцы, связанные с релаксационной и тепловой модой справа, и система уравнений существенно упрощается. Постановка задачи в таком виде аналогична задаче [4]. Упрощения связаны с тем, что при $\mathrm{Le} = 1$ в зоне реакции не происходит изменения суммарного потока энергии, так как потоки энергии по поступательным и колебательным степеням свободы полностью компенсируют друг друга.

Детерминант системы (1) можно привести к виду

$$\begin{vmatrix} d_1 & d_2 & 0 \\ \dfrac{\delta_T}{T_0}\dfrac{dT'_1}{dx} & \dfrac{\delta_T}{T_0}\dfrac{dT'_2}{dx} & -z \\ d_{11} & d_{22} & 1 \end{vmatrix}, \qquad (2)$$

где

$$d_i = \frac{p'_i}{\rho_0 v_0^2} + \frac{v'_{yi}}{v_0} - \Omega\mu\frac{v'_{xi}}{v_0} + \frac{T'_i}{T_0}(1+\Omega\mu),$$

$$d_{ii} = \frac{1}{T_{V0}}\left(\delta_V\frac{dT'_{Vi}}{dx} - T'_{Vi}\right) + \frac{C_p}{C_k T_0}\left(\delta_T\frac{dT'_i}{dx} - T'_i\right),$$

$i = 1, 2$ (индекс «1» соответствует поверхности разрыва в звуковой, а индекс «2» — в тепловой моде), μ — отношение начальной и конечной плотностей вещества, $\Omega = i\omega/kv_0$. Решение ЛД получается в первом приближении по $k\delta$, где $\delta = \max(\delta_T, \delta_V)$. При этом равенство нулю детерминанта (2) сводится к условию $\Omega d_1 - d_2 = 0$. Однако в первом приближении для тепловой моды и в нулевом для звуковой $d_{11} = d_{22} = 0$ при любых $i\omega/v_0$ и k, и член, соответствующий приближению высокой энергии активации ($\sim q$), не влияет на решение, т.е. в системе (1) при решении ЛД $T'_+ = 0$. При больших значениях z необходим учет следующих поправок по $i\omega/v_0$ и k.

В частности, если в тепловой части детерминанта учесть следующий порядок по $k\delta$, то

$$d_1 = 2\left(\Omega + \tfrac{1}{\mu}\right), \qquad d_2 = \tfrac{1-\mu}{\mu}\left(1 + 2\Omega + \Omega^2\mu\right)(k\delta),$$
$$d_{11} \sim (1+\Omega)(k\delta), \quad d_{22} \sim (\Omega^2 - 1)(k\delta)^2.$$

Результат совместного рассмотрения первого и второго приближений по $k\delta$ зависит от параметра

$$b = k\delta(\mathrm{Le} - 1)z.$$

При малых $k\delta$ величина этого параметра может варьироваться в широком диапазоне, так как $z \gg 1$. Если $b \ll 1$, то справедливо решение ЛД

$$\Omega = \frac{1}{1+\mu}\left(\pm\sqrt{1 - \mu + \frac{1}{\mu}} - 1\right), \tag{3}$$

если же $b \gg 1$, то получающееся дисперсионное уравнение имеет три корня:

$$\Omega_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{3-\mu}{(1+\mu)\mu}}, \quad \Omega_3 = -1, \tag{4}$$

причем один из корней положительный и соответствует режиму усиления возмущений.

Для $b \sim 1$ реализуется некоторое суммарное решение, определяемое кубическим уравнением, зависящим от b.

В заключение суммируем полученные дополнения к общепринятому представлению об устойчивости волн горения.

1. При $b \geqslant 1$ результат будет зависеть от коэффициента вязкости η. Выражения (3), (4) получены при $\eta \to 0$, но из-за учета следующего порядка по $k\delta$ вязкостные члены имеют такой же порядок. При обычном подходе вязкость вносит поправку следующего порядка малости, что, вообще говоря, не соответствует экспериментальным данным.

2. При увеличении $k\delta$ не возникает зависимости скорости волны от кривизны фронта, что противоречит полуэмпирической теории Маркштейна.

3. При $b \ll 1$, когда справедливо решение ЛД, необходимо учитывать рассмотренный здесь эффект высокой энергии активации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 2000-01-00180) и программы «Университеты России — фундаментальные исследования» (грант 990919).

Литература

1. *Ландау Л.Д.* // ЖЭТФ. 1944. **14**, № 6. С. 240.
2. *Darrieus G.* Propagation d'un front de flamme (presented at le congrès de Mécanique Appliquee). 1945 (unpublished).
3. *Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М.* Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
4. *Liberman M.A., Bychkov V.V., Goldberg S.M., Book D.L.* // Phys. Rev. 1994. **E49**, No. 1. P. 445.
5. *Уваров А.В., Осипов А.И., Рыбкина Е.А.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. No. 1. С. 92 (Moscow University Phys. Bull. 1996. No. 1. P. 79).

Поступила в редакцию
07.03.01