

2. Локтев В.М., Шарапов С.Г. // Физ. низ. температур. 2000. **26**, № 12. С. 1214.
 3. Локтев В.М. // Физ. низ. температур. 2000. **26**, № 12. С. 1256.
 4. Николаев П.Н., Соколов А.И., Кузьмина О.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1999. № 6. С. 6 (Moscow University Phys. Bull. 1999. No. 6. P. 6).

5. Крупский И.Н., Прохвятилов А.И., Фрейман Ю.А., Эренбург А.И. // Физ. низ. температур. 1979. **5**, № 3. С. 271.
 6. Базаров И.П., Николаев П.Н. Теория систем многих частиц. М.: Изд-во МГУ, 1984.

Поступила в редакцию
23.05.01

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 538.56+535

**ЭФФЕКТИВНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ШУМА
 В МОНОХРОМАТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ГЕНЕРАЦИЯ
 СЖАТЫХ СОСТОЯНИЙ В СРЕДАХ С КУБИЧЕСКОЙ
 НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ**

Ю. Е. Дьяков

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Получено точное решение статистической задачи о прохождении смеси сигнала и шума через среду с кубической нелинейностью. Показано, что может иметь место эффективная (до 34%) перекачка энергии из шумовой компоненты излучения в монохроматическую. Найдено распределение степени сжатия шумового поля по длине нелинейной среды. Отмечена возможность сильного скачка сжатия в начале области распространения.

1. Распространение плоских шумовых волн в средах с кубической нелинейностью исследовалось в работах [1-4] на основе нелинейного уравнения для комплексной амплитуды A волны

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial A}{\partial t} + i\beta |A|^2 A = 0, \quad (1)$$

имеющего точное аналитическое решение

$$A(t, z) = A_0(\theta) \exp[-i\beta |A_0(\theta)|^2 z], \quad z \geq 0. \quad (2)$$

Здесь u — групповая скорость, β — коэффициент нелинейности ($\text{Im} \beta = 0$), $\theta = t - z/u$, $A_0(t) = A(t, z = 0)$ — комплексная амплитуда входного поля (см., напр., [1, с. 615]).

Нас будет интересовать случай, когда функция A_0 в выражении (2) описывает аддитивную смесь регулярной монохроматической компоненты (сигнала) и случайной узкополосной компоненты (шума): $A_0 = \bar{A}_0 + \tilde{A}_0$. Ранее было показано, что при этом в нелинейной среде генерируется поле $A = \bar{A} + \tilde{A}$, шумовая компонента которого \tilde{A} может находиться в сжатом состоянии [2-4]. Однако из-за трудностей, возникающих при статистическом усреднении решения (2), эта задача рассматривалась методом возмущений, т.е. при малых A_0 и z .

2. В настоящей работе получены точные результаты, свободные от указанных ограничений. Это удалось сделать благодаря тому, что использовалась специальная модель флуктуаций \tilde{A}_0 , соответствующая

стационарному входному шуму с постоянной огибающей $\rho_0 = \text{const}$ и случайно меняющейся фазой $\varphi = \varphi(t)$, имеющей равномерное статистическое распределение

$$W(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \quad (-\pi \leq \varphi \leq \pi). \quad (3)$$

Такая модель приближенно описывает, например, шум на выходе генератора при большом превышении порога генерации ([1, с. 495]). Задавая входное поле в виде

$$E(t, z = 0) = S_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \rho_0 \sin(\omega_0 t - \varphi(t))$$

($S_0, \omega_0, \varphi_0, \rho_0 = \text{const}$), получим

$$\bar{A}_0 = S_0 e^{i\varphi_0} = \text{const}, \quad \tilde{A}(t) = -i\rho_0 e^{-i\varphi(t)},$$

так что

$$|A_0(\theta)|^2 = S_0^2 + \rho_0^2 - 2\rho_0 S_0 \sin[\varphi(\theta) + \varphi_0].$$

В результате выражение (2) принимает вид

$$A(z, t) = C_0 [S_0 - i\rho_0 \exp(-i(\varphi + \varphi_0))] \exp(ix \sin(\varphi + \varphi_0)), \quad (4)$$

где $\varphi = \varphi(\theta)$,

$$C_0 = \exp\{i[\varphi_0 - \beta z(S_0^2 + \rho_0^2)]\} = \text{const} \quad (|C_0| = 1),$$

$x = 2\beta\rho_0 S_0 z = z/z_{NL}$; $z_{NL} = (2\beta\rho_0 S_0)^{-1}$ — характерная для данной задачи длина нелинейного взаимодействия.

3. Как следует из (3) и (4), среднее значение \bar{A} от времени не зависит, т.е. \bar{A} описывает монохроматическое (с частотой ω_0) излучение в нелинейной среде. Учитывая формулу

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(-in\varphi + ix \sin \psi) d\psi = J_n(x), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где $J_n(x)$ — функции Бесселя [5, с. 966], получим

$$\bar{A} = \int_{-\pi}^{\pi} AW(\varphi) d\varphi = C_0[S_0 J_0(x) - i\rho_0 J_1(x)], \quad (6)$$

$$|\bar{A}|^2/\rho_0^2 = \eta_0 J_0^2(x) + J_1^2(x), \quad (6)$$

$$\langle \tilde{A}\tilde{A}^* \rangle/\rho_0^2 = \eta_0 \alpha_1 + \alpha_2, \quad (7)$$

где $\eta_0 = S_0^2/\rho_0^2$ — отношение сигнал/шум на входе в нелинейную среду,

$$\alpha_1 = 1 - J_0^2(x), \quad \alpha_2 = 1 - J_1^2(x).$$

Согласно (6) и (7),

$$|\bar{A}|^2 \rightarrow 0, \quad \langle \tilde{A}\tilde{A}^* \rangle \rightarrow \langle A_0 A_0^* \rangle = S_0^2 + \rho_0^2 \quad (x \rightarrow \infty), \quad (8)$$

т.е. на больших расстояниях монохроматическая компонента поля исчезает, отдавая свою энергию шумовой компоненте. Переход к асимптотике (8) сопровождается пространственными осцилляциями интенсивности сигнала и шума (рис. 1). Интересно, что даже при малых входных сигналах отношение сигнал/шум

$$\eta(x) = \frac{|\bar{A}|^2}{\langle \tilde{A}\tilde{A}^* \rangle} = \frac{\eta_0 J_0^2(x) + J_1^2(x)}{\eta_0 [1 - J_0^2(x)] + 1 - J_1^2(x)}$$

в нелинейной среде может достигать относительно больших величин:

$$\eta_{\max} = \eta(x_1) \approx \frac{J_1^2(x_1)}{1 - J_1^2(x_1)} \approx 0.52 \quad (\eta_0 \ll 1).$$

Здесь $x_1 \approx 1.84$ соответствует первому максимуму функции Бесселя $J_1(x)$ ($J_1(x_1) = J_{1\max} \approx 0.582$). Согласно (6), при $x = x_1$ в монохроматическое излучение перекачивается около 34% мощности входного шума:

$$|\bar{A}|^2/\rho_0^2 \approx J_1^2(x_1) \approx 0.34 \quad (\eta_0 \ll 1). \quad (9)$$

Для того чтобы этот эффект был достигнут, уменьшение S_0 должно быть скомпенсировано увеличением ρ_0 или z с таким расчетом, чтобы параметр $x = 2\beta\rho_0 S_0 z$ мог принять свое оптимальное

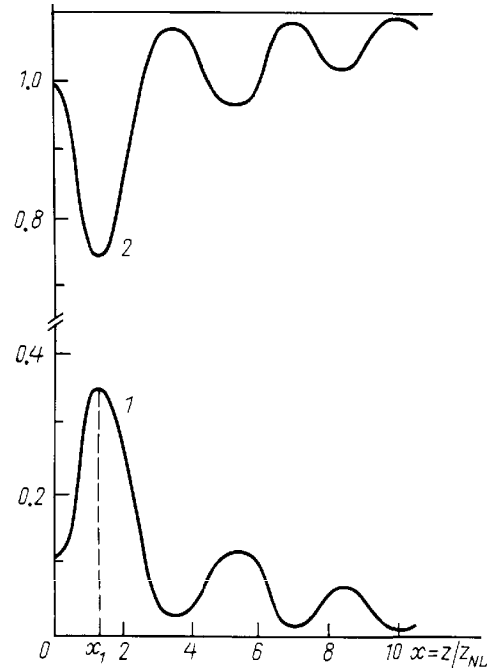


Рис. 1. Зависимость интенсивности сигнала (1) и шума (2) от глубины проникновения волны в кубическую среду при $\eta_0 = 0.1$

значение x_1 . Слабый монохроматический сигнал на входе играет при этом роль малой затравки — его присутствие необходимо, хотя он и не влияет прямо на окончательный результат (9).

4. Определим теперь, в какой мере случайное поле \tilde{A} является сжатым. Применим для описания \tilde{A} математический аппарат, основанный на использовании параметра \varkappa — степени сжатия [6]. Наиболее интересными параметрами сжатого поля являются отношение главных осей эллипса сжатия (S_{\max}) и максимальная величина коэффициента корреляции квадратурных компонент (R_{\max}). Как показано в работе [6], эти параметры следующим образом связаны с \varkappa :

$$S_{\max} = \sqrt{\frac{1+\varkappa}{1-\varkappa}}, \quad |R|_{\max} = \varkappa. \quad (10)$$

Величину \varkappa можно выразить через статистические характеристики или квадратурных компонент, или комплексной амплитуды. В рассматриваемом случае проще применить последний способ и использовать соотношение [6]

$$\varkappa = \frac{|\langle \tilde{A}^2 \rangle|}{\langle \tilde{A}\tilde{A}^* \rangle}, \quad 0 \leq \varkappa \leq 1. \quad (11)$$

Определив из (3)–(6) $\langle A^2 \rangle$ и $\langle \tilde{A}^2 \rangle = \langle A^2 \rangle - (\bar{A})^2$ и подставив эти средние и выражение (7) в (11), получим степень сжатия в произвольной точке $0 < z < \infty$ нелинейной среды:

$$\varkappa = \frac{\sqrt{(\eta_0 \beta_1 - \beta_3)^2 + 4\eta_0 \beta_2^2}}{\eta_0 \alpha_1 + \alpha_2} = \varkappa(x), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_1 &= J_0(2x) - J_0^2(x), \\ \beta_2 &= J_1(2x) - J_0(x)J_1(x), \\ \beta_3 &= J_2(2x) - J_1^2(x). \end{aligned}$$

Из выражения (12) следует, что $\varkappa \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow \infty$, т.е. шумовая компонента \tilde{A} в областях $z \rightarrow 0$ и $z \rightarrow \infty$ стремится перейти в несжатое состояние. В промежуточной области величина \varkappa осциллирует в интервале $0 < \varkappa < 1$, и поле \tilde{A} является частично сжатым (рис. 2).

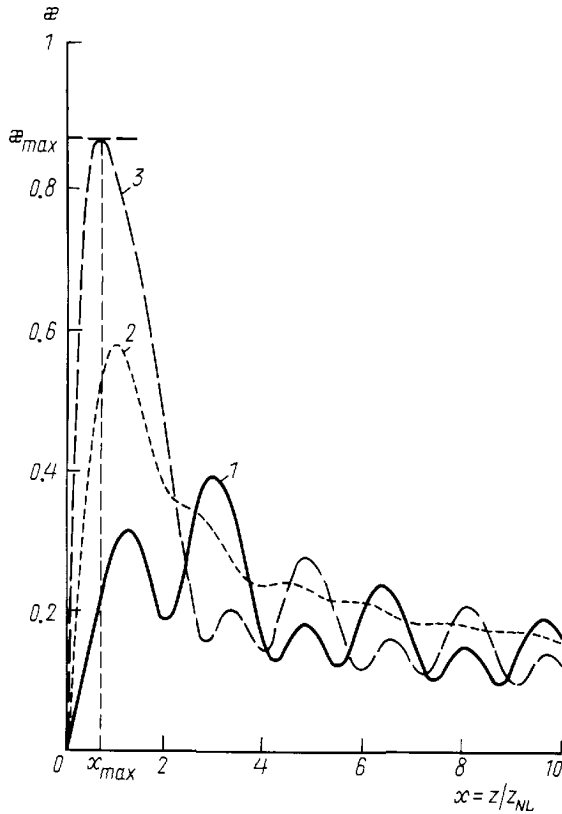


Рис. 2. Зависимость степени сжатия \varkappa от глубины проникновения волны в кубическую среду при различных значениях отношения сигнал/шум на входе: $\eta_0 = 0.1$ (1), 1 (2) и 10 (3)

5. Обозначим первый максимум функции $\varkappa(x)$ через \varkappa_{\max} , а соответствующее ему значение x через x_{\max} . Расчет по формуле (12) показывает, что по мере возрастания параметра η_0 величина \varkappa_{\max} возрастает и приближается к единице, а x_{\max} неограниченно уменьшается:

$$\varkappa_{\max} \rightarrow 1, \quad x_{\max} \rightarrow 0, \quad \text{если } \eta_0 \rightarrow \infty$$

(таблица и рис. 2).

η_0	x_{\max}	\varkappa_{\max}
0.1	3	0.4
1	1	0.58
10	0.3	0.87
100	0.28	0.98
1000	0.12	0.994
10000	0.08	0.999

Такой «скачок» сжатия от минимального до максимального возможного значения можно объяснить перемешиванием сигнала и шума в нелинейной среде, которое происходит тем интенсивнее, чем сильнее сигнал и чем меньше успевает проявиться стационарная фазовая самомодуляция, которая при больших x полностью подавляет сжатие.

6. В заключение отметим следующее.

Использованная в этой работе модель шумового поля с флуктуирующей фазой и фиксированной амплитудой является не только точно решаемой, но и интересной с точки зрения физических применений, поскольку в этом случае оказывается возможной сильная перекачка энергии из шума в монохроматический сигнал, а также генерация сжатого шума с произвольной степенью сжатия.

Для справедливости полученных выше результатов ширина $\Delta\omega_z$ частотного спектра волны \tilde{A} должна быть достаточно малой, чтобы можно было пренебречь дисперсионными эффектами второго порядка. С учетом последних мы имели бы вместо (1) уравнение

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\beta|A|^2A - \frac{i}{2}k''\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0, \quad (13)$$

где $k = k(\omega_0)$ — волновое число, $k'' = \frac{\partial^2 k(\omega_0)}{\partial \omega_0^2}$ [7, с. 366]. Сравнивая (1) и (13) и учитывая (2), получим условие, ограничивающее $\Delta\omega_z$:

$$\Delta\omega_z^2 \ll \left| \frac{2\beta}{k''} \right| (S_0^2 + \rho_0^2). \quad (14)$$

Теоретическая оценка полосы $\Delta\omega_z$ и вытекающие из (14) ограничения на длину z области распространения волн в нелинейной среде требуют специального рассмотрения, которое будет проведено в отдельной работе.

Литература

1. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.
2. Ахманов С.А., Белинский А.В., Чиркин А.С. // Новые физические принципы оптической обработки информации / Под ред. С.А. Ахманова, М.А. Воронцова. М.: Наука, 1990. С. 83.
3. Чиркин А.С., Орлов А.А., Паращук Д.Ю. // Квант. электроники. 1993. **20**, № 10. С. 999.
4. Levenson M.D., Shelby R.M., Perlmutter S.H. // Opt. Lett. 1985. **10**, No. 10. P. 514.
5. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, рядов и произведений. М.: ГИФМЛ, 1962.
6. Дьяков Ю.Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. № 4. С. 55.
7. Ахманов С.А. // Нелинейная спектроскопия / Под ред. Н. Бломбергена. М.: Мир, 1979.

Поступила в редакцию
30.08.00