

ГЕОФИЗИКА

УДК 532.529.2:551.481.1

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕСЕННЕГО  
ТЕРМОБАРА В НЕГЛУБОКОМ ВОДОЕМЕ****Н.С. Блохина, А.В. Овчинникова, А.Е. Орданович***(кафедра физики моря и вод суши)*

E-mail: blokhina@phys.msu.su

Методом математического моделирования исследуются термогидродинамические процессы вблизи термобара в период весеннего прогрева водоема. На основе нелинейной системы уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска с использованием специальной методики выделения крупномасштабных структур в турбулентной среде построена замкнутая система уравнений типа Рейнольдса. Оценены распределение термогидродинамических характеристик в водоеме, скорость перемещения термобара, влияние ветра различной силы и направления на структуру течений и месторасположение термобара и др. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с данными натурных наблюдений.

Весной, после вскрытия озер и слабосоленых морей средних широт ото льда начинается их интенсивный прогрев. Поток тепла, поступающий через водную поверхность, определяется в основном метеорологическими факторами и мало изменчив по горизонтали. В силу того что мелководная прибрежная зона озера имеет меньшую теплоемкость, она прогревается быстрее, чем удаленная от берега его глубоководная часть. В связи с этим поверхностные воды, находящиеся ближе к берегу, быстрее достигают температуры максимальной плотности ( $T_m = 4^\circ\text{C}$ ). При этом наиболее плотные воды опускаются вниз, образуя в озере узкую вертикальную область с тем-

пературой  $4^\circ\text{C}$  от поверхности до дна. Эта область является фронтальным разделом и ее, следуя классическим работам А.И. Тихомирова [1–3], называют термическим баром. По обе стороны от термического бара развиваются две противоположно вращающиеся конвективные ячейки с мощным нисходящим течением во фронтальной зоне. Благодаря этому линия термического фронта нередко видна невооруженным глазом: на ней собираются плавающие по поверхности клочья пены, планктон, водоросли, пленки различного рода загрязнений. По мере прогрева водоема прибрежная конвективная ячейка увеличивается в размере, область термического бара смещается к его

центру и исчезает, когда температура по всей акватории водоема становится больше  $4^{\circ}\text{C}$ . Термический бар отделяет прибрежные воды от глубинных, что препятствует горизонтальному перемешиванию вод, проникновению прибрежных загрязнений в глубоководную часть водоема и способствует ослаблению горизонтального теплообмена. Это сказывается на его экологическом состоянии и определяет своеобразие термических и динамических процессов в водоеме в весенний период.

Как следует из наблюдений и оценочных расчетов, значительное влияние на развитие термобара оказывает ветер. В частности, в зависимости от силы и направления ветра могут существенно изменяться положение термического бара в озере, его термогидродинамические характеристики и скорость продвижения. В связи с этим представляет интерес изучение термодинамических процессов, протекающих вблизи термобара, а также влияние ветра на его развитие.

Впервые термический бар был обнаружен Ф. Форелем на Женевском озере в 1880 г. [4]. Активное изучение термобара началось в 1950-х гг. после натурных измерений А.И. Тихомирова, проведенных на Ладожском озере [1–3]. В настоящее время имеется большое количество данных наблюдений за термическими и динамическими процессами в озерах в период существования весеннего термобара. Работ по математическому моделированию этого явления значительно меньше, поскольку существуют трудности в формулировке математической модели из-за нестационарности процессов развития термобара и турбулентного характера возникающих течений. Обзор работ, посвященных изучению явления термобара в природных условиях, в лабораторном эксперименте, а также проведенных с помощью математического моделирования, дан в [5, 6]. Отметим также работы [7, 8].

В настоящей статье рассматривается математическая модель термобара, учитывающая наличие ветра над водной поверхностью.

Изучается движение несжимаемой вязкой жидкости, которая находится в «водоеме», имеющем ширину  $L$ , глубину  $H$  ( $H \ll L$ ) и бесконечную длину. Поверхность водоема считается свободной. На нее действует постоянный по времени и направлению ветер. Предполагается, что дно водоема имеет температуру максимальной плотности воды ( $4^{\circ}\text{C}$ ), а температура поверхности воды в начальный момент времени изменяется по линейному закону от  $0^{\circ}\text{C}$  на левой границе («центр водоема») до  $3^{\circ}\text{C}$  на правой границе («берег»), т. е. термический бар отсутствует. Первоначально в толще воды и на боковых границах от дна до поверхности температура распределена линейно. Нагрев поверхности воды осуществляется за счет постоянного потока тепла, равномерно распределенного по всему водоему. Считается, что в водоеме существует развитая турбулентность (ха-

рактерные числа Рейнольдса  $10^6$ , числа Грасхофа  $10^{10}$ ), на фоне которой развиваются крупномасштабные циркуляции, образующие термический бар.

Математическая модель, описывающая возникновение и динамику развития термобара в водоеме, включает систему уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска, уравнения теплопроводности и неразрывности, соответствующие граничные и начальные условия. Уравнение состояния пресной воды учитывает квадратичную зависимость плотности воды от температуры вблизи  $4^{\circ}\text{C}$ .

В индексной форме система уравнений термогидродинамики и уравнение состояния имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \\ &+ g\gamma(T - 4^{\circ}\text{C})^2 \delta_{i3}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} &= \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j}, \\ \frac{\partial U_i}{\partial x_i} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$\rho(T) = \rho_0 (1 - \gamma(T - 4^{\circ}\text{C})^2)$ ,  $\gamma = 0.75 \cdot 10^{-5}$  град $^{-2}$ . Здесь  $U_i(x_1, x_2, x_3, t)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — компоненты скорости воды,  $P$  — отклонение давления от гидростатического,  $T$  — температура,  $\nu$  и  $\lambda$  — молекулярные коэффициенты вязкости и температуропроводности,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\rho$  — плотность воды,  $\rho_0$  — плотность воды при  $4^{\circ}\text{C}$ ,  $\delta_{i3}$  — символ Кронекера. Далее будут использованы следующие обозначения:  $\rho_a$  — плотность воздуха,  $c_p$  — теплоемкость воды при постоянном давлении,  $C_u$  — коэффициент сопротивления,  $V$  — скорость ветра над водной поверхностью.

Задача решается в системе координат  $Ox_1x_2x_3$ . За начало отсчета принимается левый нижний угол. Ось  $Ox_3$  направлена вертикально вверх, ось  $Ox_1$  — вдоль термобара, а ось  $Ox_2$  — от левой к правой границе моделируемого водоема. Задача однородна по координате  $x_1$ .

На нижней границе «водоема» ( $x_3 = 0$ ) задаются условия прилипания ( $U_1 = U_2 = 0$ ) и непротекания ( $U_3 = 0$ ) для скорости. Температура дна считается постоянной и равной температуре максимальной плотности воды  $T = 4^{\circ}\text{C}$ .

На верхней границе ( $x_3 = H$ ) задаются следующие условия: отсутствует трение ( $\partial U_2 / \partial x_3 = 0$ ) или в случае наличия ветра напряжение трения ветра ( $\tau = \rho_a C_u V^2$ ); отсутствует волновое движение на поверхности (условие «твердой крышки»,  $U_3 = 0$ ).

На боковых границах «водоема» (левой,  $x_2 = 0$ , и правой,  $x_2 = L$ ) задается условие непротекания ( $U_2 = 0$ ), а также отсутствие напряжения трения ( $\partial U_3 / \partial x_2 = 0$ ,  $\partial U_1 / \partial x_2 = 0$ ) и отсутствие потока тепла ( $\partial T / \partial x_2 = 0$ ). Начальное поле скорости задается нулевым во всей области.

Упорядоченные циркуляции, возникающие в водоеме в районе термобара, существуют в условиях

развитой турбулентности. Поэтому для построения теоретической модели явления используется методика, развитая авторами ранее в ряде работ (см., напр., [9]) для исследования крупномасштабных движений в турбулентной среде. Все неизвестные в уравнениях термогидродинамики представляются как суммы двух слагаемых:

$$f(x_1, x_2, x_3, t) = \tilde{f}(x_2, x_3, t) + f'(x_1, x_2, x_3, t). \quad (2)$$

Члены  $\tilde{f}(x_2, x_3, t)$  описывают крупномасштабное движение, зависящее от времени и координаты. В данной постановке задачи крупномасштабное движение однородно вдоль координаты  $x_1$ . Слагаемое  $f'(x_1, x_2, x_3, t)$  описывает трехмерную мелкомасштабную составляющую турбулентного потока. Считается, что крупномасштабные и мелкомасштабные составляющие движения не коррелированы между собой.

Все неизвестные в форме (2) подставляются в систему уравнений (1) и в соответствующие граничные условия, и применяются необходимые процедуры осреднения. В результате получаются системы уравнений для крупномасштабных упорядоченных структур и мелкомасштабной составляющей потока. Уравнения для крупномасштабных упорядоченных структур с учетом однородности задачи по координате  $x_1$  имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial t} + \tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{r}_{ij}}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \\ &+ g\gamma(\tilde{T} - 4^\circ\text{C})^2 \delta_{i3}, \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{q}_j}{\partial x_j} &= \lambda \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x_j \partial x_j}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_i} = 0, \quad \text{где } i, j = 2, 3.$$

Величины  $\tilde{r}_{ij} = -\langle U'_i U'_j \rangle$  и  $\tilde{q}_j = \langle T' U'_j \rangle$  (угловые скобки означают используемую в [9] процедуру осреднения) в системе уравнений (3) имеют смысл компонент тензора напряжений, возникающих из-за наличия турбулентных пульсаций скорости и компонент вектора потока тепла, возникающего в результате турбулентных пульсаций температуры.

Система уравнений для мелкомасштабной составляющей потока не решается. Для описания величин  $\tilde{r}_{ij}$  и  $\tilde{q}_j$  вводятся коэффициенты турбулентного обмена  $\nu_T$  и теплопроводности  $\lambda_T$ :

$$\tilde{r}_{ij} = \nu_T \left( \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{3} r_{kk} \delta_{ij}, \quad \tilde{q}_j = -\lambda_T \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j}.$$

В соответствии с принятой методикой считается, что коэффициент турбулентного обмена постоянен во всей среде и много больше молекулярного значения, в том числе и у границ области. Турбулентное число Прандтля равно единице ( $\nu_T = \lambda_T$ ). Для

вычисления коэффициентов обмена используется соотношение [10]

$$\nu_T = C\varepsilon^{1/3} H^{4/3}. \quad (4)$$

Здесь  $\varepsilon$  — скорость диссипации турбулентной энергии мелкомасштабной составляющей движения, осредненная по области  $S = HL$ ,  $C$  — эмпирическая константа.

Величина  $\varepsilon$  может быть найдена из уравнения баланса турбулентной энергии для мелкомасштабной составляющей потока:

$$\varepsilon = \frac{1}{S} \int_S \left( \tilde{r}_{ij} \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + 2\gamma g (\tilde{T} - 4^\circ\text{C}) \tilde{q}_3 \right) dS.$$

В силу однородности задачи по координате  $x_1$  исходная система уравнений является двумерной, что допускает введение функции тока  $\psi$ :

$$\tilde{U}_2 = \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x_3}, \quad \tilde{U}_3 = -\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x_2}.$$

С учетом сделанных предположений система уравнений (3) и уравнение замыкания (4) в безразмерной форме, записанные в переменных функции тока  $\psi$ , вихря  $\varphi$  и температуры  $T$ , приобретают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \right) &= \\ = \mu \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} \right) + 2(T - T^*) \frac{\partial T}{\partial x_2}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right), \quad (6)$$

$$\varphi = \Delta \psi, \quad \Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mu^2 = \frac{C^3}{8} \int_0^1 \int_0^8 \left[ 4 \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2 \partial x_3} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right)^2 - \right. \\ \left. - 2(T - T^*) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right] dx_2 dx_3. \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнениях (5)–(8) тильда над переменными опущена. В качестве масштабов приняты: для расстояний  $x_m = H$ , для температуры  $T_m = \sqrt{1/\gamma}$ , для скорости  $V_m = \sqrt{gH}$ , для времени  $t_m = \sqrt{H/g}$ . Здесь  $\mu = \nu_T / (H\sqrt{gH})$  — безразмерный коэффициент турбулентной вязкости,  $T^* = T_m \cdot 4^\circ\text{C}$  — безразмерное значение температуры максимальной плотности. Считается, что  $L/H = 8$  ( $L = 80$  м,  $H = 10$  м).

Уравнения (5)–(7) вместе с граничными и начальными условиями образуют замкнутую систему уравнений — математическую модель образования и развития термобара. Эти уравнения решаются методом конечных разностей на пространственной сетке  $17 \times 129$  с безразмерным шагом по времени  $\tau = 1$ . Для аппроксимации и вычисления граничных

условий для функции вихря  $\varphi$  и функции тока  $\psi$  используется подход, предложенный в работе [11].

В настоящей работе для получения качественной картины развития термобара температура поверхности воды увеличивалась на  $3.81 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}$  за одну секунду, что соответствует среднему притоку тепла на водную поверхность в весенний период. Расчеты проводились как при отсутствии, так и при наличии ветра над водной поверхностью. Скорость ветра  $V$  принимала значения от 1 до 4 м/с. Ветер был направлен как против, так и вдоль направления распространения термобара.

Опишем динамику развития термического бара. На рис. 1, а (поля температуры  $T$ ) и 1, б (поля функции тока  $\psi$ ) представлены результаты расчета развития процесса в моменты времени  $2t, 4t, 6t, 8t, 10t$  и  $11t$  ( $t = 10^4$  с) после начала счета. Приток тепла к поверхности воды приводит к тому, что поверхностные воды прогреваются и вблизи берега достигают температуры максимальной плотности ( $4^\circ\text{C}$ ). Эти наиболее плотные воды опускаются до дна, образуя термический бар. Возникает фронталь-

ный раздел, который продвигается к центру озера со скоростью порядка  $0.9 \cdot 10^{-3}$  м/с. Чем больше прогревается «водоем», тем интенсивнее становится вихрь, возникающий в прибрежной зоне. При продвижении термобара справа от него возникает область с устойчивой стратификацией водных масс (рис. 1, моменты времени  $4t-10t$ ). При этом в области термобара стратификация водных масс остается безразличной. Возбуждение движения в зоне «берег»-термобар осуществляется в результате боковой конвекции, поскольку температура воды у берега на поверхности выше, а плотность меньше, чем в районе термобара ( $\partial\rho/\partial T < 0$ ). На поверхности водоема вода движется от берега. В другой зоне (термобар-центральная часть «водоема») температура поверхности воды все время остается меньше  $4^\circ\text{C}$ , поэтому и вертикальная стратификация водных масс также устойчива. Однако в этой зоне циркуляционное движение возникает в обратную сторону также за счет боковой конвекции, что связано с аномальной зависимостью плотности воды от температуры ( $\partial\rho/\partial T > 0$ ).

Анализ продвижения термобара в «водоеме» по-

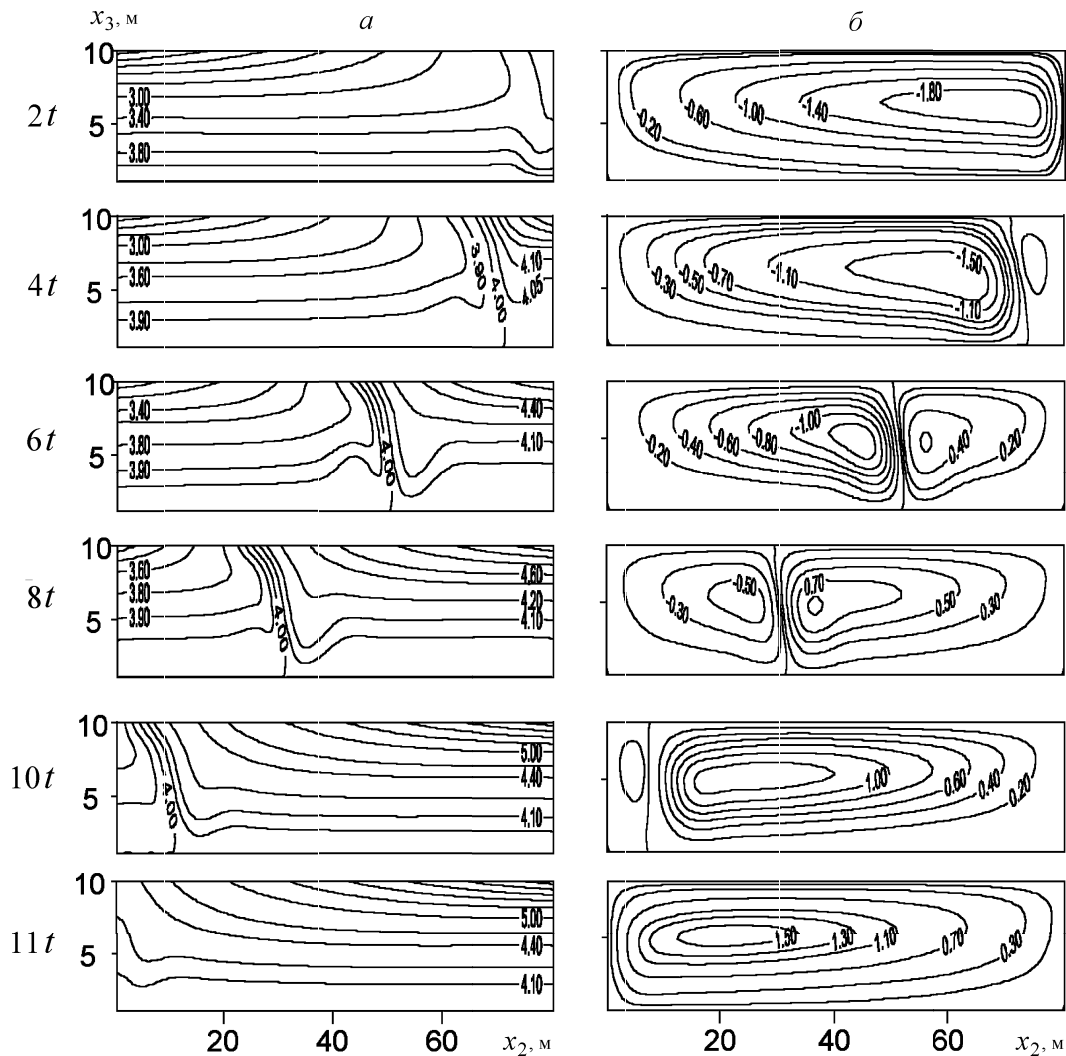


Рис. 1. Поля распределения температуры  $T$  (а) и функции тока  $\psi$  (б) в различные моменты времени после начала счета;  $t = 10^4$  с

казал, что от момента возникновения термического фронта до его исчезновения прошло около 22 часов, т. е. скорость распространения термобара была около 0.08 км/сут. Скорость опускания воды в районе

термобара составила порядка 0.004 м/с. Таким образом, оценки, полученные при математическом моделировании, несмотря на значительные упрощения, близки к данным натурных наблюдений [1–3, 12–15].

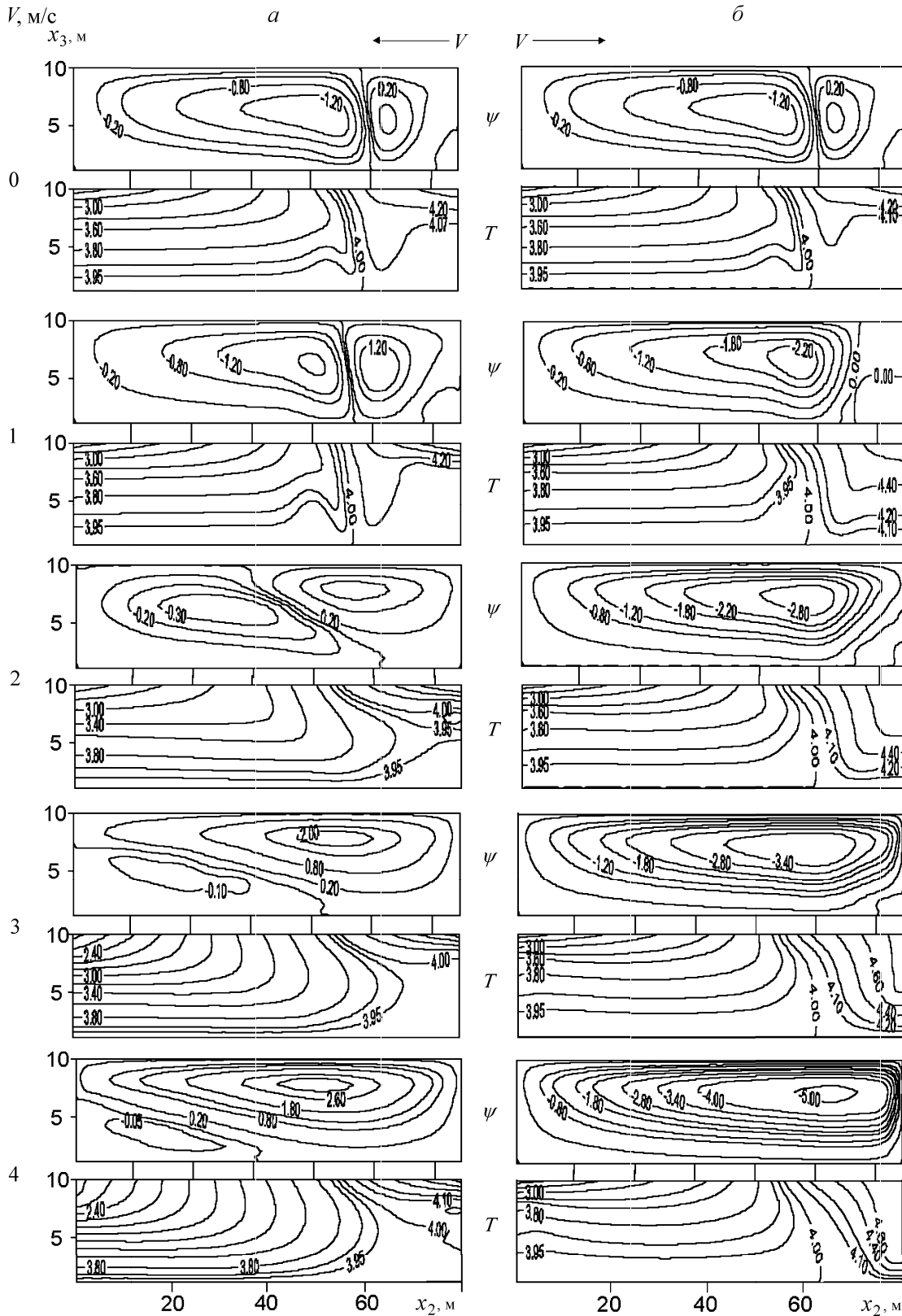


Рис. 2. Поля распределения температуры  $T$  и функции тока  $\psi$  в момент времени  $t = 5 \cdot 10^4$  с при различных значениях и направлениях скорости ветра  $V$ :  $a$  — отрицательные (в направлении распространения термобара) и  $б$  — положительные значения  $V$

Отметим, в частности, что в математической модели существенно упрощен учет нагрева «водоема»: считается, что он идет непрерывно. В природных условиях водоем прогревается только в дневное время, а ночью происходит еще и его выхолаживание. Эти и другие упрощения, несомненно, влияют на количественные оценки термогидродинамических процессов, полученные при моделировании.

Большой интерес представляют результаты расчетов, относящиеся к исследованию влияния ветра различной силы и направления на развитие термобара. Задача рассматривалась при тех же граничных и начальных условиях, что и выше. Скорость ветра  $V$  изменялась от  $-4$  м/с (ветер направлен от «берега» — справа налево) до  $4$  м/с (ветер направлен к «берегу»). Отрицательное направление ветра соответствовало направлению продвижения термобара.

На рис. 2 представлены поля распределения функции тока  $\psi$  и температуры  $T$  через  $t = 5 \cdot 10^4$  с (приблизительно 14 ч) после начала счета при различных направлениях и значениях скорости ветра  $V$ . Поля (а) соответствуют отрицательным значениям скорости ветра  $V$ , а поля (б) — положительным.

Наличие над поверхностью воды слабого ветра ( $V = \pm 1$  м/с) оказывает влияние на структуру течений. При положительном направлении ветра (рис. 2, б) вихрь в отдаленной от берега области увеличивается в размере, вытесняя вихревую структуру прибрежной части водоема. Ветер, имеющий скорость  $V = -1$  м/с (рис. 2, а) и направленный в сторону распространения термобара, способствует увеличению мощности прибрежной циркуляции. Это приводит к более интенсивному перемешиванию воды в прибрежной зоне и установлению большого градиента температуры в приповерхностной области и малого — в глубинной части «водоема». Область изотермы, соответствующей  $4^\circ\text{C}$ , близка к области опускания воды. В случае  $V = 1$  м/с (рис. 2, б) изотерма  $4^\circ\text{C}$  и область опускания жидкости не совпадают. При слабом ветре динамические процессы, связанные с неоднородным распределением плотности, еще существенны. При малых скоростях ветра дрейфовое течение лишь смещает зону термобара. По мере увеличения скорости ветра, направленного к берегу (рис. 2, б,  $V = 2$  м/с), прибрежная циркуляция смещается ко дну, а при  $V = 3-4$  м/с полностью исчезает. Изотерма  $4^\circ\text{C}$  при этом практически не изменяет своего положения. Таким образом, хотя в «водоеме» существует вертикальная область, где температура равна  $4^\circ\text{C}$ , опускания воды в ней не наблюдается и термобар отсутствует (рис. 2, б,  $V = 3-4$  м/с). При этом динамические процессы, вызванные ветровым воздействием, преобладают над плотностной конвекцией. В случае отсутствия ветра над «водоемом» ( $V = 0$ ) вода у берега устойчиво стратифицирована и температура у поверхности характеризуется большим градиентом. Изотермы располагаются параллельно поверхности. При усилении

ветра наклон изотерм в прибрежной области увеличивается, увеличивается также горизонтальный градиент температуры в прибрежной области и у дна водоема. Термический режим «водоема» в отдаленной от берега области изменяется незначительно.

Ветер, направленный от «берега» (отрицательные значения скорости  $V$ ), способствует развитию прибрежной циркуляции (рис. 2, а,  $V = -1$  м/с). С увеличением скорости ветра дрейфовое течение подавляет вихревую структуру слева от термобара, смещая ее к левой нижней границе ( $V = 3-4$  м/с), термический бар исчезает и температурный режим в «водоеме» существенно изменяется. Если при  $V = -1$  м/с существует область термобара, в которой температура воды близка к  $4^\circ\text{C}$ , то начиная со значения скорости ветра  $V = -2$  м/с изотерма  $4^\circ\text{C}$  становится параллельной поверхности воды в прибрежной области. В «водоеме» у дна существует вторая область, где температура близка к  $4^\circ\text{C}$ . Интенсивный вихрь, вращающийся против часовой стрелки, способствует более быстрому прогреванию глубинных вод (рис. 2, а,  $V = 3-4$  м/с).

Таким образом, в работе построена расширенная модель динамики развития термобара в неглубоком водоеме в весенний период с учетом воздействия ветра. Рассчитаны основные термогидродинамические характеристики в водоеме в этот период, оценены скорость перемещения термобара и влияние ветра различной силы и направления на структуру течений. Показано, что наличие ветра над водной поверхностью оказывает существенное влияние на общую картину зарождения и развития термического бара. При слабом ветре (до  $|V| = 1$  м/с) динамические процессы, связанные с неоднородным распределением плотности, преобладают над динамическими процессами, вызванными ветровым воздействием. При увеличении скорости ветра дрейфовые течения полностью подавляют плотностную конвекцию, не давая возможности зародиться термическому бару. При этом область вод на поверхности водоема с температурой, близкой к  $4^\circ\text{C}$ , и зона дивергенции водных масс могут не совпадать.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 02-01-00846 и 00-05-64037).

#### Литература

1. Тихомиров А.И. // Изв. Всесоюз. геогр. об-ва. 1959. **91**, № 5. С. 424.
2. Тихомиров А.И. // Изв. Всесоюз. геогр. об-ва. 1963. **95**, № 2. С. 134.
3. Тихомиров А.И. Термика крупных озер. Л.: Наука, 1982.
4. Forel F.A. // Arch. Sci. Phys. Not. Ser. 4. 1901. **12**. P. 35.
5. Бояринов П.М., Петров М.П. Процессы формирования термического режима в глубоких пресноводных водоемах. Л.: Наука, 1991.
6. Malm J. Thermal Bar Dynamics. Spring Thermo- and Hydrodynamics in Large temperate Lakes. Department of Water Resources Engineering. Lund University, Report No. 1012. P. G1-G46. Lund, Sweden, 1994.

7. Бочкарев О.Б., Васильев О.Ф., Квон В.И. // ДАН. 1996. **349**, № 4. С. 530.
8. Цветова Е.А. Вычислительные технологии. 1997. **2**, № 2. С. 102.
9. Ковалев В.А., Орданович А.Е. Физико-математическая модель турбулентного горизонтального стратифицированного потока с учетом когерентных структур. Ч. 1. Построение модели. Деп. ВИНТИ. № 2771-81. М., 1981.
10. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1967.
11. Грязнов В.Л., Полежаев В.И. Исследование некоторых разностных схем и аппроксимация граничных условий для численного решения уравнений тепловой конвекции. Препринт ИПМ АН СССР № 40. М., 1974.
12. Бычкова И.А., Викторов С.В., Демина М.Д. // Океанология. 1989. **29**, № 5. С. 551.
13. Науменко М.А. // Метеорология и гидрология. 1989. № 6. С. 89.
14. Brooks I., Lick W. // J. Geophys. Res. 1972. **77**, No. 30. P. 6000.
15. Huang J.C.K. 1972. **3**, No. 1. P. 1.

Поступила в редакцию  
18.07.01

## АСТРОНОМИЯ

УДК 523.98

### ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

Л.М. Козлова

(ГАИШ)

E-mail: klm@sai.msu.ru

На основе ряда относительных чисел Вольфа для периода 1500–2000 гг. исследуется связь фундаментального 11-летнего цикла солнечной активности с циклами большей длительности: 100-летним, или вековым, и 600-летним. Связь и взаимодействие циклов разных периодов используется при долгосрочном прогнозе солнечной активности. Показано, что долгопериодические модуляции мощности и длительности 11-летних циклов позволяют объяснить низкий уровень солнечной активности в период минимума Маундера. Предлагается новый метод долгосрочного прогноза основных характеристик текущего 23-го и будущих 11-летних циклов.

#### Введение

Вопрос о существовании периодической деятельности Солнца изучается более 100 лет, начиная со времени открытия Швабе и Вольфом 11-летнего цикла солнечных пятен. Однако большой разброс прогнозируемых характеристик 11-летних циклов показывает, что до настоящего времени нет единой точки зрения на природу временных изменений солнечной активности. Например, данные предварительного прогноза максимального значения чисел Вольфа  $W_M$  в 23-м цикле отличаются у разных авторов, использующих различные методы прогноза, более чем в 1.5 раза [1].

В настоящей работе использован современный подход к изучаемой проблеме, согласно которому временные изменения солнечной активности представляют собой циклический процесс, включающий как случайную компоненту, составляющую, по некоторым данным [2], до 20 %, так и сложнопериодическую. Эта точка зрения основана на наличии в циклах активности наблюдаемых «внутренних» закономерностей и на изучении этих закономерностей в циклах разной периодичности.

#### Выделение векового цикла

Целью настоящего исследования является получение долговременного прогноза основных характеристик текущего 23-го 11-летнего цикла и следующих циклов — 24-го и 25-го на основе наблюдаемых взаимосвязей циклов разных периодов. В качестве основных характеристик 11-летних циклов выбраны три параметра: максимальные (сглаженные по 12 месяцам) значения относительных чисел Вольфа в циклах ( $W_M$ ), время достижения  $W_M$  в каждом цикле ( $T_1$ ) и общая продолжительность циклов ( $T$ ).

Известно, что эпохи экстремумов вековых циклов наиболее надежно определяются различными методами векового сглаживания ряда чисел Вольфа [2–6]. Так, в работе [5] для выделения вековых циклов производится скользящее сглаживание чисел Вольфа по 44 годам. Результаты такого сглаживания за период 1722–1944 гг., представленные в работе [5], имеют достаточно четко выраженные максимумы и минимумы вековых циклов, но охватывают менее двух полных 90-летних циклов, поэтому эти данные статистически малодостоверны и не дают оснований для надежного прогноза. В работе [6] ме-