

Авторы благодарны проф. А.С. Логгинову и его сотрудникам за предоставленные экспериментальные данные и помощь в обсуждении всех интересующих вопросов.

#### Литература

1. Лайхтман Б.Д., Петров В.Ю. // ФТТ. 1978. **20**, № 12. С. 3630.
2. Лайхтман Б.Д., Петров В.Ю. // ЖЭТФ. 1977. **73**, № 3(9). С. 1180.
3. Звездин А.К., Котов В.А. // ФТТ. 1976. **18**, № 4. С. 967.
4. Звездин А.К., Котов В.А. // Микроэлектроника. 1977. **6**, № 4. С. 320.
5. Петерсон В.К. // ФТТ. 1981. **23**, № 3. С. 910.
6. Логгинов А.С., Николаев А.В., Онищук В.Н. // Тр. конф. «Физика конденсированного состояния». Т. 2. Стерлитамак, 1997. С. 50.
7. Thiaville A., Boileau F., Miltat J., Arnaud L. // J. Appl. Phys. 1988. **63**, No. 8. P. 3153.
8. Малоземов А., Слоузуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими доменами. М.: Мир, 1982.
9. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.

Поступила в редакцию  
26.11.01

УДК 536.75

## О МОДЕЛИРОВАНИИ НЕОБРАТИМЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ

М.Б. Сайханов

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

На основе анализа квантового характера необратимости предлагается двухуровневая модель теоретического описания неравновесных систем. На первом, локальном уровне осуществляется статистическое описание квазиравновесных подсистем неравновесной системы, на втором, глобальном, — кинетическое моделирование с использованием в качестве определяющей характеристики необратимого процесса производства энтропии всей неравновесной системы. Показано, что кинетическое моделирование следует осуществлять на основе обобщения принципа минимального производства энтропии.

#### Введение

Одним из главных вопросов статистической термодинамики является вопрос о том, насколько общей она может быть при описании систем, далеких от равновесия [1]. В настоящее время, несмотря на многочисленные усилия исследователей, не существует единой теоретической схемы для описания неравновесных систем на основе статистической термодинамики. При этом существующие кинетические уравнения, полученные в рамках статистической термодинамики, имеют достаточно ограниченный характер применения [2, 3].

В настоящей работе показано, что на основе анализа квантового характера необратимости удастся построить единую теоретическую схему описания неравновесных систем. Моделирование необратимого процесса производится в пространстве энергетических уровней неравновесной системы и приводит к двухуровневому описанию. На первом, локальном уровне осуществляется статистическое описание квазиравновесных подсистем неравновесной подсистемы, элементы которых имеют близкие значения энергий. На втором, глобальном, — кинетическое моделирование на основе обобщения принципа минимального производства энтропии в масштабе всей неравновесной системы.

#### 1. О квантовой природе необратимости

Анализируя концепцию необратимости в статистической термодинамике, Планк отмечает, что «необратимость находит свое исчерпывающее обоснование в существовании функции энтропии» [4]. При этом энтропия «образует первичное, общее понятие, имеющее кардинальное значение для всех типов состояний и изменений состояния, в то время как температура выводится из этого понятия лишь при добавлении специального условия теплового равновесия, при котором энтропия достигает своего максимума» [4]. На определяющий характер энтропии и второго начала термодинамики в «физике возникающего» указывает также Пригожин [3].

Известно, что в формулировке Больцмана–Планка энтропия пригодна для описания необратимых процессов как в равновесных, так и в неравновесных системах. Однако собственно планковское определение энтропии позволяет по-новому подойти к вопросу о необратимости.

Энтропию физической системы Планк определяет по формуле, математически идентичной формуле Больцмана:

$$S = k \ln P,$$

где  $P$  — число различных стационарных состояний, которые при энергии  $E$  может принимать система;

$k$  — постоянная Больцмана [4]. Однако смысл, который Планк вкладывает в данное определение, несколько иной, нежели у Больцмана. Дело в том, что в этом определении имеется четкий акцент на квантовом (нестатистическом) характере необратимости. Планк подчеркивает, что проблема квантования необратимых процессов при вычислении энтропии имеет самостоятельное значение. В то же время понятие вероятности вторично и может быть получено из квантования [4].

Аналогичную точку зрения развивает Шрёдингер. Энтропию системы он определяет через мультиплетность  $m_r$  собственного значения энергии  $E_r$ :

$$S = k \ln m_r, \quad (1)$$

где мультиплетность  $m_r$  есть «число способов, которыми энергия  $E_r$  может быть размещена в системе» [5]. Шрёдингер отмечает, что первично именно определение энтропии (1), которое при определенных допущениях приводит к понятию молекулярного беспорядка, т. е. к статистическому поведению элементов системы.

Таким образом, по Планку и Шрёдингеру, необратимость является макроскопическим проявлением квантования процессов, имеющих место в равновесной или неравновесной системе. Конкретно речь идет о квантовании энергии при ее размещении в системе по возможным состояниям. Статистическое поведение системы обнаруживается на микроскопическом уровне и является производным от квантования. При этом, поскольку на макроскопическом уровне необратимый процесс сопровождается монотонным возрастанием числа квантовых состояний системы, ее поведение можно считать макроскопически детерминированным.

## 2. Необратимость и энергетические уровни

Определенную ясность в вопрос о квантовом характере необратимости может внести анализ динамики энергетических уровней неравновесной системы. При этом количественной характеристикой взаимного расположения уровней является их плотность, которая в случае равновесной изолированной системы может быть выражена в виде соотношения

$$D(E) = \Delta E / \Delta \Gamma = \Delta E \exp[-S(E)], \quad (2)$$

где  $D(E)$  — среднее расстояние между соседними уровнями;  $\Delta E$  — интервал энергии, на котором определяется плотность уровней;  $\Delta \Gamma$  — соответствующий  $\Delta E$  статистический вес [6].

Величина  $D(E)$  имеет следующие предельные значения: 1)  $D(E) = \Delta E$  при  $S(E) = 0$ ,  $\Delta \Gamma = 1$ ; 2)  $D(E) \rightarrow 0$  при  $S(E) \rightarrow \infty$ ,  $\Delta \Gamma \rightarrow \infty$ . Первый случай соответствует предельно устойчивому состоянию термодинамической системы [7], второй — непрерывному распределению энергетического спектра.

Соотношение (2) пригодно и в случае неравновесной системы, но с тем отличием, что энтропия  $S'$  этой системы уже не является функцией полной энергии  $E$  [6]. Поскольку, согласно второму началу, имеет место соотношение

$$S' < S$$

(где  $S$  — энтропия системы в равновесном состоянии), то с учетом (2) получаем также аналогичное соотношение и для соответствующих параметров плотности:

$$D' > D. \quad (3)$$

Таким образом, плотность уровней неравновесной системы по мере ее приближения к равновесному состоянию должна возрастать, причем в равновесном состоянии она, как и энтропия, достигает максимального значения.

С микроскопической точки зрения неравенство (3) обусловлено изменением структуры энергетического спектра неравновесной системы при необратимом процессе. Действительно, вследствие различия времен релаксации в локальном и глобальном масштабах неравновесную систему можно рассматривать как состоящую из относительно слабо связанных квазиравновесных подсистем [6]. Энергетические уровни этих подсистем могут заметно отличаться, так что средние расстояния между ними по шкале энергии будут значительно больше соответствующих локальных параметров плотности  $D_i$  ( $i$  — номер подсистемы). Другими словами, энергетический спектр неравновесной системы изначально является неоднородным по своей структуре. Эта неоднородность в данном случае обусловлена слабым взаимодействием подсистем неравновесной системы. По мере приближения неравновесной системы к равновесному состоянию взаимодействие ее подсистем усиливается, происходит сближение их энергетических спектров, что и приводит в конечном счете к более однородному распределению энергетических уровней системы в целом [8].

## 3. Теоретическая схема: двухуровневая модель

Приведенный выше анализ квантового характера необратимого процесса в неравновесной системе позволяет наметить теоретическую схему ее описания. Эта схема должна учитывать динамику энергетических уровней неравновесной системы в локальном и глобальном масштабах и, следовательно, является двухуровневой. Первый уровень описания соответствует рассмотрению подсистем, статистическое равновесие в которых вследствие малости параметров плотности  $D_i$  устанавливается значительно раньше, чем в системе в целом [6, 9]. С этой точки зрения в неравновесной системе локальное равновесие рассматривается не в координатном пространстве, как это принято в неравновесной термодинамике [10], а в пространстве энергетических уровней. При этом сами подсистемы могут быть идентифицированы по

близости энергетических уровней. Квазиравновесный характер данных подсистем позволяет использовать для их описания статистическую термодинамику.

Второй уровень должен учитывать изменение энергетических уровней в глобальном масштабе и соответствует кинетическому этапу описания. Он осуществляется на базе параметров огрубленного описания в локальном масштабе с учетом основных положений неравновесной термодинамики. Поведение неравновесной системы на этом этапе рассмотрения является макроскопически детерминированным.

Рассмотрим сначала, как осуществляется выбор физических параметров необратимого процесса в локальном масштабе. Одним из этих параметров является число частиц подсистемы  $N_i$ , представляющее собой элемент ансамбля неравновесной системы. В то же время  $N_i$  является элементом ансамбля (по Гиббсу) и самой подсистемы. При этом, однако, статистическое усреднение интересующих нас физических параметров возможно только во втором случае, поскольку для неравновесной системы в глобальном масштабе процедура усреднения утрачивает физический смысл и ее необходимо заменить моделированием.

При выборе физически значимых локальных параметров необходимо учитывать не только их квазиравновесный характер, но также и то, что эти параметры должны быть наблюдаемыми величинами. Обоим этим критериям удовлетворяют параметры термодинамических сил  $X_i^j$  ( $j$  — номер термодинамической силы), обуславливающих на уровне взаимодействия отдельных подсистем соответствующие необратимые процессы [10]. Конкретный вид данных параметров может быть найден из основного уравнения неравновесной термодинамики, которое для  $i$ -й подсистемы имеет вид [10]

$$P_i = \sum_j X_i^j I_i^j = \beta_i \dot{E}_i + \beta_i p_i \dot{V}_i + \beta_i \sum_k \mu_{i,k} \dot{N}_{i,k},$$

где  $P_i = \dot{S}_i$  — производство энтропии  $i$ -й подсистемы;  $X_i^j = \beta_i$ ,  $\beta_i$ ,  $p_i \beta_i$ ,  $\mu_{i,k}$  — локальные параметры термодинамических сил ( $\beta_i = 1/T_i$ ,  $p_i$ ,  $\mu_{i,k}$  — локальные параметры обратной температуры, давления и химического потенциала  $k$ -й компоненты);  $I_i^j = \dot{E}_i$ ,  $\dot{V}_i$ ,  $\dot{N}_i$  — соответствующие локальные параметры потоков.

Отсчет локальных параметров удобно производить по отношению к так называемым стандартным точкам неравновесной системы — равновесному и стационарному состояниям [11]. Это означает необходимость введения соответствующих параметров отклонения  $X_i^j$  от их значений в равновесном  $X_i^{jeq}$  и стационарном  $X_i^{jst}$  состояниях:  $X_i^j - X_i^{jeq}$ ,  $X_i^j - X_i^{jst}$ . При этом сами эти состояния могут быть математически выражены в виде соотношений

$$X_i^j - X_i^{jeq} = 0, \quad X_i^j - X_i^{jst} = 0.$$

В то же время стационарное состояние можно рассматривать и как одно из предельных состояний нестационарной системы, что позволяет локальные условия стационарности записать через «скоростные» характеристики  $\dot{X}_i^j$  необратимого процесса в виде

$$\dot{X}_i^j = 0.$$

Введение локальных параметров  $X_i^j - X_i^{jeq}$  и  $\dot{X}_i^j$  позволяет перейти ко второму этапу теоретического описания неравновесной системы — кинетическому моделированию необратимого процесса в масштабе всей системы. При этом будем исходить из того, что наиболее значимой характеристикой необратимого процесса на глобальном уровне является производство энтропии  $P = \dot{S}$  [3, 4]. В общем случае эта величина должна быть функцией параметров на локальном уровне, характеризующих состояния и изменения состояний неравновесной системы. Такими параметрами являются указанные выше величины  $X_i^j - X_i^{jeq}$  и  $\dot{X}_i^j$ , задающие необратимый процесс на локальном уровне. Следовательно, функционал производства энтропии должен иметь следующий вид [12]:

$$P = P(X_i^j - X_i^{jeq}, \dots, X_n^m - X_n^{meq}, \dot{X}_i^j, \dots, \dot{X}_n^m), \quad (4)$$

где  $n$  и  $m$  — соответственно числа подсистем и термодинамических сил.

Соотношение (4) представляет собой уравнение кривой в  $2n$ -мерном «фазовом пространстве» координат  $X_i^j - X_i^{jeq}$  и скоростей  $\dot{X}_i^j$ , которая должна соответствовать необратимому процессу в неравновесной системе. Поскольку поведение системы на кинетическом этапе описания считается детерминированным, то можно предположить, что выбор этой кривой определяется некоторым вариационным принципом, аналогичным принципу наименьшего действия в динамике. В случае стационарной системы вариационный принцип действительно имеет место [3]. Соответствующее условие минимума производства энтропии может быть записано в виде соотношения  $d_X P = 0$  (где  $d_X P$  — приращение производства энтропии, обусловленное изменением термодинамических сил  $X$ ) [11]. Обобщению данного вариационного принципа на случай нестационарных систем соответствует минимизация производства энтропии на всем пути фазовой точки, что может быть выражено в виде соотношения

$$\delta \int_{G_0}^G d_X P = 0, \quad (5)$$

где  $G_0$ ,  $G$  — начальная и конечная точки пути;  $X = X_i^j, \dots, X_n^m$ .

С физической точки зрения уравнение (5) является обобщенным кинетическим уравнением неравно-

весной системы. Для стационарного состояния его справедливость в силу приведенного выше соотношения ( $d_X P = 0$ ) подтверждается автоматически. В то же время пригодность этого уравнения для теоретического описания нестационарных процессов не столь очевидна. Для выяснения этого вопроса необходимо рассмотреть конкретные нестационарные системы.

#### Литература

1. Кубо Р // Перспективы квантовой физики. Киев: Наукова думка, 1982. С. 129.
2. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. М.: Наука, 1969.
3. Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Наука, 1985.
4. Планк М. Избранные труды. М.: Наука, 1975.
5. Шрёдингер Э. Избранные труды. М.: Наука, 1976.

6. Ландау Л., Лифшиц Е. Теоретическая физика. Т. 5, ч. 1. М.: Наука, 1976.
7. Семенченко В.К. Избранные главы теоретической физики. М.: Просвещение, 1960.
8. Daems D., Nicolis G. // Phys. Rev. E. 1999. **59**. P. 4000.
9. Квасников И.А., Шелест А.В. Некоторые вопросы кинетики модельной системы, допускающей точное решение. Киев, 1969.
10. де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964.
11. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
12. Петров Н., Бранков Й. Современные проблемы термодинамики. М.: Мир, 1986.

Поступила в редакцию  
13.02.02

УДК 530.12.01

## КОМПТОНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АКСИОНОВ СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННЫМ ВЫРОЖДЕННЫМ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ГАЗОМ

А.В. Борисов, П.Е. Сизин

(кафедра теоретической физики)

E-mail: borisov@ave.phys.msu.su

**Вычислена светимость вырожденного ультрарелятивистского электронного газа в сверхсильном магнитном поле за счет фоторождения аксионов на электронах. Сравнение полученного результата со светимостью, обусловленной фоторождением нейтринных пар на электронах, позволило найти относительное верхнее ограничение на величину константы аксион-электронной связи  $g_{ae}$ .**

1. Аксион — это гипотетический псевдоголдстоуновский бозон, возникающий при спонтанном нарушении дополнительной глобальной симметрии Печчеи–Квин  $U(1)_{PQ}$  [1]. Аксионная модель рассматривается в настоящее время как наиболее естественный способ устранения проблемы априорно сильного несохранения  $CP$ -четности в стандартной модели. Из экспериментальных данных следует, что энергетический масштаб  $v_a$  нарушения симметрии Печчеи–Квин много больше электрослабого масштаба ( $\simeq 250$  ГэВ):  $v_a \gtrsim 10^{10}$  эВ. Соответственно константы связи аксиона с обычными частицами ( $\sim 1/v_a$ ) очень малы. Обзор различных аксионных моделей можно найти в работе [2], а анализ современного состояния проблемы — в [3]. В моделях, содержащих связь аксиона с обычными фермионами уже на древесном уровне, лагранжиан аксион-электронной связи имеет вид

$$\mathcal{L}_{ae} = \frac{g_{ae}}{2m} (\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi) \partial_\mu a. \quad (1)$$

Здесь  $g_{ae} = c_e m / v_a$  — безразмерная константа акси-

он-электронной связи<sup>\*)</sup>, где  $m$  — масса электрона, а численный коэффициент  $c_e \sim 1$  определяется конкретной аксионной моделью [2].

Однако для расчета процессов, фейнмановские диаграммы которых содержат лишь одну аксионную вершину, достаточно использовать лагранжиан с псевдоскалярной юкавской связью

$$\mathcal{L}_{ae} = -ig_{ae} (\bar{\psi} \gamma^5 \psi) a, \quad (2)$$

эквивалентный лагранжиану (1) в первом порядке разложения по константе связи  $g_{ae}$  [2].

Сверхслабое взаимодействие аксионов с известными частицами практически исключает поиск аксионов в лабораторных условиях. Аксионные эффекты могут быть заметными в условиях высоких температур и плотностей вещества, а также сильных магнитных полей, характерных для астрофизических объектов (например, нейтронных звезд [4]). Рож-

<sup>\*)</sup> Используется система единиц, в которой  $\hbar = c = k_B = 1$ ,  $\alpha = e^2/4\pi \simeq 1/137$ , и псевдоевклидова метрика с сигнатурой (+ - - -).