весной системы. Для стационарного состояния его справедливость в силу приведенного выше соотношения ($d_X P = 0$) подтверждается автоматически. В то же время пригодность этого уравнения для теоретического описания нестационарных процессов не столь очевидна. Для выяснения этого вопроса необходимо рассмотреть конкретные нестационарные системы.

Литература

1. *Кубо Р* // Перспективы квантовой физики. Киев: Наукова думка, 1982. С. 129.
2. *Климонтович Ю.Л.* Статистическая физика. М.: Наука, 1969.
3. *Пригожин И.* От существующего к возникающему. М.: Наука, 1985.
4. *Планк М.* Избранные труды. М.: Наука, 1975.
5. *Шрёдингер Э.* Избранные труды. М.: Наука, 1976.
6. *Ландау Л., Лифшиц Е.* Теоретическая физика. Т. 5, ч. 1. М.: Наука, 1976.
7. *Семенченко В.К.* Избранные главы теоретической физики. М.: Просвещение, 1960.
8. *Daems D., Nicolis G.* // Phys. Rev. E. 1999. **59**. P. 4000.
9. *Квасников И.А., Шелест А.В.* Некоторые вопросы кинетики модельной системы, допускающей точное решение. Киев, 1969.
10. *де Гроот С., Мазур П.* Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964.
11. *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
12. *Петров Н., Бранков Й.* Современные проблемы термодинамики. М.: Мир, 1986.

Поступила в редакцию
13.02.02

УДК 530.12.01

КОМПТОНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АКСИОНОВ СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННЫМ ВЫРОЖДЕННЫМ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ГАЗОМ

А.В. Борисов, П.Е. Сизин

(*кафедра теоретической физики*)

E-mail: borisov@ave.phys.msu.su

Вычислена светимость вырожденного ультрарелятивистского электронного газа в сверхсильном магнитном поле за счет фоторождения аксионов на электронах. Сравнение полученного результата со светимостью, обусловленной фоторождением нейтринных пар на электронах, позволило найти относительное верхнее ограничение на величину константы аксион-электронной связи g_{ae}.

1. Аксион — это гипотетический псевдоголдстоуновский бозон, возникающий при спонтанном нарушении дополнительной глобальной симметрии Печчеи–Квин $U(1)_{PQ}$ [1]. Аксионная модель рассматривается в настоящее время как наиболее естественный способ устранения проблемы априорно сильного несохранения CP-четности в стандартной модели. Из экспериментальных данных следует, что энергетический масштаб v_a нарушения симметрии Печчеи–Квин много больше электрослабого масштаба ($\simeq 250$ ГэВ): $v_a \gtrsim 10^{10}$ эВ. Соответственно константы связи аксиона с обычными частицами ($\sim 1/v_a$) очень малы. Обзор различных аксионных моделей можно найти в работе [2], а анализ современного состояния проблемы — в [3]. В моделях, содержащих связь аксиона с обычными фермионами уже на древесном уровне, лагранжиан аксион-электронной связи имеет вид

$$\mathcal{L}_{ae} = \frac{g_{ae}}{2m}(\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi)\,\partial_\mu a. \qquad (1)$$

Здесь $g_{ae} = c_e m/v_a$ — безразмерная константа аксион-электронной связи*), где m — масса электрона, а численный коэффициент $c_e \sim 1$ определяется конкретной аксионной моделью [2].

Однако для расчета процессов, фейнмановские диаграммы которых содержат лишь одну аксионную вершину, достаточно использовать лагранжиан с псевдоскалярной юкавской связью

$$\mathcal{L}_{ae} = -ig_{ae}(\bar{\psi}\gamma^5\psi)\,a, \qquad (2)$$

эквивалентный лагранжиану (1) в первом порядке разложения по константе связи g_{ae} [2].

Сверхслабое взаимодействие аксионов с известными частицами практически исключает поиск аксионов в лабораторных условиях. Аксионные эффекты могут быть заметными в условиях высоких температур и плотностей вещества, а также сильных магнитных полей, характерных для астрофизических объектов (например, нейтронных звезд [4]). Рож-

*) Используется система единиц, в которой $\hbar = c = k_B = 1$, $\alpha = e^2/4\pi \simeq 1/137$, и псевдоевклидова метрика с сигнатурой $(+\,-\,-\,-)$.

дающиеся аксионы, покидая звезду, уносят дополнительную энергию. Расчет аксионных светимостей звезд позволяет получить верхние ограничения на константы связи аксиона с обычными частицами из того условия, что дополнительные энергопотери не оказывают существенного влияния на стандартный сценарий звездной эволюции. Обычно найденная аксионная светимость сравнивается со светимостью вещества, обусловленной излучением нейтринных пар.

Сильное внешнее поле существенно изменяет вероятности процессов, идущих и в его отсутствие, а также открывает новые каналы реакций [5]. В недавних работах [6–13] исследовался ряд процессов испускания аксионов в присутствии постоянного магнитного поля. Для случая неквантующего магнитного поля и вырожденного релятивистского газа были изучены комптоновский [7–9] и примаковский [6, 9] механизмы фоторождения аксионов ($\gamma + e \to e + a$). Синхротронное излучение аксионов ($e \to e + a$) для тех же условий было рассмотрено в работах [10, 11]. В работе [12] была проанализирована резонансная конверсия продольного плазмона (фотона в среде), испущенного электроном в магнитном поле, в аксион. Рассмотрены также астрофизические приложения [9–13] и получены ограничения на константы аксион-электронной [8, 10, 11] и аксион-фотонной [9] связей и на массу аксиона [8, 9, 12]. Наиболее сильное ограничение сверху на константу аксион-электронной связи получено в [10]: $g_{ae} < 5 \times 10^{-14}$. Ограничения, найденные в других работах, в том числе в работе [13], где рассмотрено тормозное излучение аксионов на флюксоидах в сверхпроводящем ядре нейтронной звезды, согласуются с ним по порядку величины.

Комптоновский механизм фоторождения нейтрино в сверхсильном магнитном поле исследован в недавней работе [14] для случая нерелятивистского электронного газа. Там же найдена аксионная светимость вещества для тех же условий.

Мы проведем рассмотрение для случая сильно вырожденного ультрарелятивистского электронного газа в сверхсильном магнитном поле:

$$T \ll \mu - m, \quad \mu = \varepsilon_F = \sqrt{m^2 + p_F^2} \gg m\,,$$
$$H > p_F^2/\,(2e) \gg H_0 = m^2/e = 4,41 \cdot 10^{13}\ \text{Гс}, \tag{3}$$

где μ — химический потенциал электронного газа, p_F — импульс Ферми. В этом случае электроны среды находятся на основном уровне Ландау (главное квантовое число $n = 0$). Учитывая, что энергия исходного (теплового) фотона $\omega \sim T \ll \varepsilon_F$, заключаем, что для рассматриваемых условий и процессов и конечный и виртуальный электроны также занимают лишь основной уровень Ландау, где спин электрона, как известно, может быть ориентирован только против направления магнитного поля. Волновая функция электрона на основном уровне в постоянном однородном магнитном поле $\mathbf{H} \parallel Oz$, заданном 4-потенциалом $A^\mu = (0, 0, xH, 0)$, имеет вид [15]

$$\psi(t, \mathbf{r}) = \left(\frac{h}{\pi}\right)^{1/4} (2\varepsilon L_y L_z)^{-1/2} \times \\ \times \exp\left(-i\varepsilon t + ip_y y + ip_z z - \frac{\eta^2}{2}\right) v(p_{\parallel}), \tag{4}$$

где L_y, L_z — нормировочные длины по осям y и z; энергия электрона $\varepsilon = \sqrt{m^2 + p_z^2}$; $h = eH$; $\eta = \sqrt{h}\,(x + p_y/h)$, а биспинор $v(p_{\parallel})$ равен

$$v\left(p_{\parallel}\right) = (\varepsilon + m)^{-1/2} (0, \varepsilon + m, 0, -p_z)^{\mathrm{T}}, \tag{5}$$

где T означает транспонированную строку, т. е. столбец.

Теперь в известном выражении для функции Грина электрона [16] ограничимся учетом лишь соответствующего вклада уровня $n = 0$:

$$S(x, x') \simeq \\ \simeq \left(\frac{h}{\pi}\right)^{1/2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_y}{2\pi} \exp\left[-\frac{1}{2}(\eta^2 + \eta'^2) + ip_y(y - y')\right] \times \\ \times \int \frac{d^2 p_{\parallel}}{(2\pi)^2} \exp\left[-ip_0(t - t') + ip_z(z - z')\right] S(p_{\parallel}) \Sigma_- . \tag{6}$$

В этом выражении $p_{\parallel} = (\varepsilon, 0, 0, p_z)$, $\Sigma_- = (1 - i\gamma^1\gamma^2)/2$, $\eta' = \eta(x \to x')$, а

$$S(p_{\parallel}) = \frac{\hat{p_{\parallel}} + m}{p_{\parallel}^2 - m^2 + i0} \tag{7}$$

— фурье-образ функции Грина в двумерном пространстве (0, 3). Подчеркнем, что здесь вклад среды отсутствует, так как для рассматриваемых процессов виртуальные электроны не могут выходить на массовую оболочку (см. также [14]).

Ввиду наличия в пропагаторе матриц Σ_- квантовая электродинамика в сверхсильном магнитном поле становится эффективно двумерной, а именно: отличны от нуля лишь следы с дираковскими матрицами γ^0 и γ^3, и лишь соответствующие компоненты электронного импульса входят в $S(p_{\parallel})$. Двумерный формализм КЭД в полях $H \gg H_0$ был развит в работах [17]. Отметим здесь, что в сверхсильном магнитном поле любой матричный элемент с фотонной вершиной отличен от нуля только для фотона с вектором поляризации

$$\epsilon_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta} k^\beta / \sqrt{k_{\parallel}^2}\,, \tag{8}$$

причем полностью антисимметричный тензор в пространстве (0, 3), определяемый согласно $\varepsilon_{30} = -\varepsilon_{03} = 1$; $\varepsilon_{00} = \varepsilon_{33} = 0$, является одновременно нормированным дуальным тензором введенного магнитного поля. Электрический вектор такого фотона расположен в плоскости импульс–поле. Другая же, ортогональная, поляризация фотона является стерильной — такие фотоны не взаимодействуют с электронами.

2. Перейдем к рассмотрению комптоновского механизма фоторождения аксионов ($e+\gamma \to e+a$) на электронах замагниченной звездной среды. Воспользуемся для вычислений лагранжианом с псевдоскалярной связью (2). Основной порядок теории возмущений дают две фейнмановские диаграммы, а матричный элемент процесса имеет вид

$$M_a = e g_{ae} \bar{v}\left(p'_{\|}\right)\left[\gamma^5 S\left(p'_{\|}+k'_{\|}\right)\hat{\epsilon}+\hat{\epsilon} S\left(p_{\|}-k'_{\|}\right)\gamma^5\right]\times \\ \times v\left(p_{\|}\right)\exp\left[-i\frac{p_y}{h}(k_x-k'_x)\right], \tag{9}$$

где $v\left(p_{\|}\right)$ и $v\left(p'_{\|}\right)$ — биспиноры электрона в начальном и конечном состояниях (см. (5)), S — двумерный пропагатор (7), $k=(\omega,\mathbf{k})$ — 4-импульс начального фотона, ϵ — вектор его поляризации, а k' — 4-импульс рождающегося в реакции аксиона. Аксионная светимость звездного вещества (скорость потерь энергии единицей объема) выражается в следующей форме:

$$Q_a = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3\, 2\omega}\,\frac{d^3k'}{(2\pi)^3\, 2\omega'}\,\frac{dp_y dp'_y dp_z dp'_z}{(2\pi)^4\cdot 4\varepsilon\varepsilon' L_x}\delta^{(023)}\times \\ \times (p+k-p'-k')\,\overline{|M_a|^2}\,\omega' n_B(\omega) n_F(\varepsilon)\left(1-n_F(\varepsilon')\right). \tag{10}$$

Здесь зависимость от L_x (нормировочной длины по оси x) исчезает после «холостого» интегрирования по p_y (см. ниже); индекс (023) у δ-функции отмечает компоненты полного 4-импульса, сохраняющиеся в магнитном поле.

Квадрат матричного элемента (9) в выражении (10), усредненный по поляризационным состояниям начальных частиц и просуммированный по конечным, имеет вид

$$\overline{|M_a|^2} = 2e^2 g_{ae}^2 {k'_{\|}}^2\left(\frac{p_{\|}}{\Delta}+\frac{p'_{\|}}{\Delta'}\right)^2; \\ \Delta = 2\left(p_{\|}k_{\|}\right)+k_{\|}^2; \quad \Delta' = -2\left(p'_{\|}k_{\|}\right)+k_{\|}^2. \tag{11}$$

Заметим, что в силу свойств КЭД в сверхсильном магнитном поле, как уже отмечалось, матричный элемент отличен от нуля лишь для фотона с поляризацией (8), так что усреднение по его поляризациям сводится к делению на 2. Отметим, что полученное выражение (11) совпадает с аналогичным выражением из работы [14].

Проведем дальнейшее рассмотрение для условий (3). При этих условиях начальный и конечный импульсы p_z, p'_z принимают значения, близкие к фермиевскому. Можно сказать, что в условиях сверхсильного магнитного поля ферми-сфера превращается в ферми-отрезок: поперечный импульс электрона квантуется и в нашем случае принимает лишь нулевое значение, а продольный импульс начального электрона p_z изменяется в пределах от $-p_F$ до p_F. Тогда интеграл по p_z может быть вычислен в главном приближении по малому параметру T/ε_F аналогично тому, как это было выполнено в [8]:

$$\int dp_z n_F(\varepsilon)\left(1-n_F(\varepsilon')\right) \simeq 2\frac{\omega'-\omega}{\mathrm{e}^{\frac{\omega'-\omega}{T}}-1}, \tag{12}$$

причем коэффициент 2 учитывает возможные направления p_z по полю и против поля, т. е. нахождение импульса вблизи двух концов ферми-отрезка. Следует отметить, что приведенное выражение справедливо для любого знака $\omega'-\omega$. Кроме того, интегрирование по p_y дает множитель hL_x, так как $x_0 = p_y/h$ соответствует x-координате центра классической орбиты электрона в магнитном поле, и поэтому $-L_x/2 \leqslant x_0 \leqslant L_x/2$, а выражение (11) не зависит от p_y.

Таким образом, подставляя в (11) выражения для кинематических величин, после интегрирования в (10) по p_y, p_z с учетом (12), азимутальному углу аксиона и полярным углам фотона и аксиона получаем выражение для аксионной светимости вырожденного электронного газа:

$$Q_a = \frac{2F_a}{(2\pi)^4}\,\alpha g_{ae}^2 m^2 \frac{h}{\varepsilon_F^6} T^7. \tag{13}$$

Здесь коэффициент F_a дается интегралом

$$F_a = \int\limits_0^\infty dx' \int\limits_{x'}^{x'(1+2/\delta)} dx \int\limits_0^{(2+\delta)x'/x-\delta} dt\,\Phi_a + \\ + \int\limits_0^\infty dx \int\limits_x^{x(1+2/\delta)} dx' \int\limits_{\delta(x'/x-1)}^{2} dt\,\Phi_a. \tag{14}$$

В этом тройном интеграле введены безразмерные переменные $x=\omega/T$, $x'=\omega'/T$, $t = 1-\cos\theta$ ($\theta = \angle(\mathbf{k},\mathbf{H})$) и параметр $\delta = m^2/2\varepsilon_F^2$, а функция Φ_a имеет вид

$$\Phi_a = \frac{t(2-t)}{16(t+\delta)^4}\left(xt+x\delta-x'\delta\right)^2\times \\ \times (2x'+x'\delta-xt-x\delta)^2\,\frac{x'(x'-x)}{x(\mathrm{e}^{x'-x}-1)(\mathrm{e}^{x}-1)}.$$

В главной логарифмической асимптотике по $\gamma_F = \varepsilon_F/m \gg 1$ из (14) получаем $F_a = K_a \ln\gamma_F$, где $K_a \simeq 230$ определяется лишь численно. В результате светимость (13) принимает вид

$$Q_a = \frac{2K_a}{(2\pi)^4}\,\alpha g_{ae}^2 m^5 \frac{H}{H_0}\left(\frac{T}{m}\right)^7 \gamma_F^{-6}\ln\gamma_F. \tag{15}$$

3. Полученную аксионную светимость вырожденного релятивистского электронного газа в сверхсильном магнитном поле (15) сравним с нейтринной светимостью для тех же условий, найденной в работе [18]:

$$Q_w = \frac{4K_\nu}{3\,(2\pi)^6}\,\alpha(G_F m^2)^2 C_+^2 m^5 \frac{H}{H_0}\left(\frac{T}{m}\right)^9 \gamma_F^{-6}; \qquad (16)$$
$$K_\nu \simeq 3000; \quad C_+^2 = \sum_\nu \left(C_V^2 + C_A^2\right) = 1,673.$$

Получаем область значений константы аксион-электронной связи g_{ae}, в которой аксионная светимость газа меньше нейтринной, $Q_a < Q_w$:

$$g_{ae} < \left(\frac{2K_\nu C_+^2}{3K_a \ln\gamma_F}\right)^{1/2} \frac{G_F m^2}{2\pi}\,\frac{T}{m}. \qquad (17)$$

По современным представлениям, температура во внутренних областях нейтронных звезд может изменяться в пределах $\sim 10^8 \div 10^{10}$ K в зависимости от возраста звезды и наличия аккреционного диска [4]. Концентрация электронов варьирует еще сильнее: $n_e \sim 10^{30} \div 10^{37}$ см$^{-3}$. Если величина магнитного поля удовлетворяет условию (3), то фермиевский импульс может быть найден по формуле

$$p_F = 2\pi^2 \frac{n_e}{eH}\,. \qquad (18)$$

Примем для оценки нейтринной светимости следующие условия:

$$T = 10^9 \text{ K}, \quad n_e = 10^{33} \text{ см}^{-3}, \quad H = 10^{15} \text{ Гс}. \qquad (19)$$

Формула (18) дает значение $\gamma_F \simeq 16$.

Если теперь использовать для численной оценки g_{ae} условия (19), то из (17) получим $g_{ae} \lesssim 2{\cdot}10^{-13}$. Эта оценка слабее найденных ранее [10, 13]. В то же время для «холодных» нейтронных звезд ($T \sim 10^8$ K) получаем на порядок более жесткую оценку:

$$g_{ae} \lesssim 2\cdot 10^{-14}. \qquad (20)$$

Полученный результат согласуется с ограничениями на g_{ae}, найденными из анализа других процессов [10, 13]. При более высоких температурах оценки соответственно слабее. Отметим, однако, что ограничение (20) имеет лишь относительный характер, так как светимость (16), обусловленная нейтринным комптон-эффектом, не является основным источником энергопотерь нейтронных звезд.

Авторы выражают благодарность участникам семинара под руководством проф. В.Ч. Жуковского за полезное обсуждение полученных результатов.

Литература

1. *Peccei R.D., Quinn H.R.* // Phys. Rev. Lett. 1977. **38**. P. 1440; Phys. Rev. D. 1977. **16**. P. 1791.
2. *Raffelt G.G.* // Phys. Rep. 1990. **198**. P. 1; *Raffelt G.G.* Stars as Laboratories for Fundamental Physics. Chicago: University of Chicago Press, 1996.
3. *Raffelt G.G.* E-print Archive: hep-ph/9806506; *Particle Data Group: Groom D.E.* et al. // Eur. Phys. J. C. 2000. **15**. P. 1; *Sikivie P.* // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2000. **87**. P. 41; E-print Archive: hep-ph/0002154.
4. *Липунов В.М.* Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987. (*Lipunov V.M.* Astrophysics of Neutron Stars. N. Y.: Springer-Verlag, 1992.)
5. *Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В.* Квантовые процессы в сильном внешнем поле. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.
6. *Аверин А.В., Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Эльсаббах А.А.* Препринт физ. ф-та МГУ № 3/1993. М., 1993.
7. *Борисов А.В., Гришина В.Ю.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. № 4. С. 24. (Moscow University Phys. Bull. 1996. No. 4. P. 20).
8. *Борисов А.В., Гришина В.Ю.* // ЖЭТФ. 1996. **110**. С. 1575.
9. *Борисов А.В., Жуковский К.В.* // Ядерная физика. 1995. **58**. С. 1298.
10. *Борисов А.В., Гришина В.Ю.* // ЖЭТФ. 1994. **106**. С. 1553.
11. *Kachelriess M., Wilke C., Wunner G.* // Phys. Rev. D. 1997. **56**. P. 1313.
12. *Mikheev N.V., Raffelt G., Vassilevskaya L.A.* // Phys. Rev. D. 1998. **58**. 055008; E-print Archive: hep-ph/9803486.
13. *Борисов А.В., Сизин П.Е.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2000. № 4. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 2000. No. 4. P. 1).
14. *Скобелев В.В.* // ЖЭТФ. 2000. **117**. С. 1059.
15. *Соколов А.А., Тернов И.М.* Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.
16. *Борисов А.В., Вшивцев А.С., Жуковский В.Ч., Эминов П.А.* // УФН. 1997. **167**. С. 241.
17. *Скобелев В.В.* // ЖЭТФ. 1976. **71**. С. 1263; 1977. **72**. С. 1298.
18. *Борисов А.В., Керимов Б.К., Сизин П.Е.* Препринт физ. ф-та МГУ № 18/2001. М., 2001.

Поступила в редакцию
15.03.02