которая восстанавливает калибровочную инвариантность эффективного действия в случае использования регуляризации, нарушающей калибровочную инвариантность [13].

Поэтому, несмотря на многие имеющиеся недостатки, регуляризация обрезанием петлевого импульса может использоваться для простейшего исследования квантовых свойств суперсимметричных теорий.

Литература

1. *Jack I., Jones D.R.T.* // E-print: hep-ph/9707278.
2. *Slavnov A.* // Nucl. Phys. 1971. **B31**. P. 301.
3. *t'Hooft G., Veltman M.* // Nucl. Phys. 1972. **10**. P. 189.
4. *Siegel W.* // Phys. Lett. 1979. **B84**. P. 193.
5. *Martin C., Ruiz Ruiz F.* // Nucl. Phys. 1995. **B436**. P. 645.
6. *Asorey M., Falceto F.* // Phys. Rev. 1996. **D54**. P. 5290.
7. *Pronin P., Stepanyantz K.* // Phys. Lett. 1997. **B414**. P. 117.
8. *Пронин П., Степаньянц К.* // ТМФ. 1998. **114**. С. 137.
9. *Солошенко А., Степаньянц К.* // ТМФ. 2002. **131**. С. 135.
10. *Arkani-Hamed N., Mirayama H.* // E-print: hep-th/9707133.
11. *Вайнштейн А., Захаров В., Шифман М.* // Ядерная физика. 1986. **43**. С. 1596; *Shifman M., Vainstein A.* // Nucl. Phys. 1986. **B277**. P. 456.
12. *Уэст П.* Введение в суперсимметрию и супергравитацию, М.: Мир, 1989.
13. *Slavnov A.* // Phys. Lett. 2001. **B518**. P. 195.
14. *Novikov V., Shifman M., Vainshtein A., Zakharov V.* // Nucl. Phys. 1983. **B229**. P. 381;
15. *Shifman M., Vainshtein A.* // Nucl. Phys. 1986. **B277**. P. 456.
16. *Konishi K.* // Phys. Lett. 1984. **B135**. P. 439.

Поступила в редакцию
29.03.02

УДК 530.12.01; 530.145

ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ $SU(3) \times U(1)$ МОДЕЛИ КАЛИБРОВОЧНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

В.Ч. Жуковский, А.С. Разумовский

(*кафедра теоретической физики*)

E-mail: th180@phys.msu.su

Рассмотрен вклад в поляризацию вакуума кварков, взаимодействующих с интерферирующими электромагнитным полем и неабелевым калибровочным фоновым полем в $SU(3) \times U(1)$ модели КТП при конечной температуре. В однопетлевом приближении получено выражение для эффективного потенциала, описывающего интерференцию внешнего электромагнитного $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ и вакуумного хромомагнитного $\mathbf{B}$ полей. Проведен анализ влияния конечной температуры на вклад интерферирующих полей в вакуумную энергию модели.

Введение

Одним из наиболее важных вопросов в современной квантовой теории поля является вопрос о структуре физического вакуума. В связи с этим в последние годы появилось большое количество работ, посвященных исследованию этой структуры и вакуумных эффектов в различных моделях квантовых неабелевых полей. Отдельный интерес представляет изучение различных аспектов динамики вакуума. Примером может служить эффект поляризации вакуума, приводящий к изменению лагранжевой плотности $\mathcal{L}$, в результате чего возникает эффективная лагранжева плотность $\mathcal{L}_{\text{eff}}$, являющаяся сложной функцией инвариантов полей. Впервые выражение для эффективного лагранжиана было получено Гейзенбергом и Эйлером для случая квантовой электродинамики в 1936 г. [1].

Настоящая статья посвящена дальнейшему исследованию структуры вакуума и эффекта вакуумной поляризации с использованием модели постоянных фоновых полей. Она представляет собой логическое продолжение ряда работ по изучению вакуумной поляризации для интерференции квантовой хромодинамики (КХД) и квантовой электродинамики (КЭД) [2–4].

Мы рассмотрим вклад в поляризацию вакуума кварков, обусловленный взаимодействием последних с внешним электромагнитным и вакуумным неабелевым калибровочным полями в $SU(3) \times U(1)$-симметричной квантовой теории поля при конечной температуре, моделирующей КХД и КЭД. При этом вакуум КХД мы будем описывать в рамках стохастической вакуумной модели (СВМ) [5–7], которая успешно описывает цветовой конфайнмент, феноменологию кваркония, а также дает довольно хорошие результаты по рассеянию в области высоких энергий [8]. Однако сразу же следует заметить, что поскольку мы будем использовать метод постоянных фоновых полей, полагая глюонные вакуумные поля ковариантно постоянными, то это, строго говоря, выводит нас за рамки СВМ. Тем не менее мы сможем в некоторой мере учитывать стохастическую природу вакуумных полей, а именно их флуктуации по амплитуде и пространственному и цветовому направлениям.

Вначале, используя методы конечнотемпературной КТП, мы получим выражение для однопетлевого эффективного потенциала в фермионном (кварковом) секторе. Оно, по сути, будет обобщением эффективного потенциала Гейзенберга–Эйлера на случай КХД при конечной температуре. Будем считать, что кварки взаимодействуют с фоновыми полями непертурбативным образом, при этом внешнее электромагнитное поле будем считать слабым. Для этого необходимо произвести разложение эффективного потенциала в ряд по степеням постоянной структуры e^2 и выделить первое нетривиальное слагаемое, связывающее между собой электромагнитное $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ и хромомагнитное $\mathbf{B}^a$ поля. В заключение приведем сравнительный анализ полученного результата с соответствующими результатами при нулевой температуре.

1. Однопетлевой эффективный потенциал

Используя методы квантовой теории калибровочных полей [9] и конечнотемпературной КТП, можно получить следующее общее выражение для зависящего от температуры T однопетлевого эффективного потенциала для кваркового сектора [10]:

$$v = -\frac{1}{\beta L^3} \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{l=-\infty}^{l=\infty} \sum_k \ln\left[\left(\frac{2\pi(l+1/2)}{\beta}\right)^2 + \varepsilon_k^2\right],$$

или, используя интегральное представление логарифма,

$$v = -\frac{1}{\beta L^3} \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{l=-\infty}^{l=\infty} \sum_k \int_0^\infty \frac{ds}{s} \times \exp\left[\left(\frac{2\pi(l+1/2)}{\beta}\right)^2 + \varepsilon_k^2\right]. \quad (1)$$

В этом выражении $\beta = 1/T$, N_f — число кварковых ароматов, ε_k — энергетический спектр кварков во внешних полях, а суммирование по l и k представляет собой суммирование по мацубаровским частотам и по квантовым числам всех ветвей спектра кварков соответственно. Вначале будем рассматривать следующую простую конфигурацию фоновых полей $\overline{A}_\mu = A_\mu^{(1)} + A_\mu^{(2)}$ (где $A^{(1)}$ — электромагнитное и $A^{(2)}$ — хромомагнитное поля)

$$\begin{cases} A_\mu^{(1)} = Hx_1 g_{\mu 2} \in U(1), \\ A_{\mu,a}^{(2)} = Bx_1 g_{\mu 2}\, \delta_a^3 \in SU(3). \end{cases}$$

Решая квадрированное уравнение Дирака для кварков, находящихся в такой системе полей, можно получить следующее выражение для спектра энергии [4, 11]:

$$\varepsilon_k^2 = \alpha_k(2n+1+\sigma) + p_z^2 + m^2,$$

где $\alpha_k = eH + \frac{gB}{2}\lambda$, $n = \overline{0,\infty}$, $\sigma = \pm 1$, $\lambda = -1, 0, 1$. Проведя суммирование по всем ветвям спектра, а также воспользовавшись известным тождеством для преобразования суммы по мацубаровским частотам (см., напр., [10]), выражение (1) для однопетлевого потенциала можно привести к виду

$$vN_f^{-1} = -\frac{1}{2(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} \exp(-sm^2) \times \left[1 + 2\sum_{l=1}^\infty \exp\left(-\frac{\beta^2 l^2}{4s}\right)(-1)^l\right] \sum_k \alpha_k \coth(s\alpha_k). \quad (2)$$

Последняя сумма по k в силу того, что хромомагнитное поле имеет только третью компоненту по цвету, может быть также переписана просто как $\mathrm{Tr}_c[\alpha_k \coth(\alpha_k s)]$. Выражение (2) может быть обобщено на случай произвольной конфигурации ковариантно постоянных фоновых полей, т. е. помимо (хромо)магнитного мы можем ввести в рассмотрение (хромо)электрическое поле произвольной пространственной ориентации (при одном условии, что хромополя будут иметь только третью и (или) восьмую компоненты в цветовом пространстве группы $SU(3)$). Такое выражение, записанное в терминах лоренцевых инвариантов, имеет следующий вид:

$$vN_f^{-1} = -\frac{1}{2(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s^3} \exp(-sm^2) \times \left[1 + 2\sum_{l=1}^\infty \exp\left(-\frac{\beta^2 l^2}{4s}\right)(-1)^l\right] \times \mathrm{Tr}_c\left[\frac{is^2}{8}\chi_2 \frac{\cosh\left(\frac{s}{2}\sqrt{\chi^+}\right) + \cosh\left(\frac{s}{2}\sqrt{\chi^-}\right)}{\cosh\left(\frac{s}{2}\sqrt{\chi^+}\right) - \cosh\left(\frac{s}{2}\sqrt{\chi^-}\right)} - I_c\right]. \quad (3)$$

В этой формуле $\chi^\pm = \chi_1 \pm i\chi_2$, $\chi_1 = 2\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}$ и $\chi_2 = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}\mathcal{F}^{\alpha\beta}\mathcal{F}^{\gamma\delta}$ — лоренцевы инварианты, а $(\mathcal{F}_{\mu\nu})_{kl} = eF_{\mu\nu}\delta_{kl} + gG_{\mu\nu}^a(T_a)_{kl}$ — обобщенный полевой тензор, комбинирующий тензор внешнего электромагнитного $F_{\mu\nu}$ и вакуумного цветового $G_{\mu\nu}^a$ фоновых полей, а $(T_a)_{kl} = (\frac{\lambda_a}{2})_{kl}$ — генераторы цветовой группы $SU(3)$. Последнее слагаемое под знаком следа I_c представляет собой обычный контрчлен, с учетом которого эффективный потенциал обращается в нуль в отсутствие фоновых полей.

В дальнейшем в качестве вакуумных полей мы будем рассматривать только хромомагнитные поля, имеющие только третью цветовую компоненту. Следует обратить внимание, что выражение (3) обладает тем замечательным свойством, что в нем разделены бестемпературный (первый член в квадратных скобках в первой строке) и температурный (второй член) вклады, что и позволит нам далее рассмотреть их по отдельности. Кроме того, температура не входит непосредственно в выражение, связывающее между собой поля (т. е. под знак Tr), что в значительной степени упростит вычисления.

2. Интерференция электромагнитных и хромомагнитных полей при нулевой температуре

Нетрудно убедиться в том, что выражение (3) является расходящимся на нижнем пределе. Для устранения этой расходимости необходимо провести стандартную процедуру регуляризации. Учитывая сказанное выше, произведем разбиение потенциала v на два слагаемых: $v = v_{T=0} + v_{T\neq 0}$, где первое из них соответствует вкладу полей в эффективный потенциал при нулевой температуре, а второе — вкладу полей при конечной температуре. Рассмотрим первое из них, $v_{T=0}$. Поскольку в дальнейшем нас будет интересовать именно интерференционный вклад, т. е. слагаемое, связывающее между собой $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ и $\mathbf{B}^a$, то прежде всего выделим часть выражения для $v_{T=0}$, соответствующую чистому вкладу КХД

$$v_B N_f^{-1} = -\frac{1}{8\pi^2}\int\limits_0^\infty \frac{ds}{s^2}\exp(-sm^2)\times \times \mathrm{Tr}_c\left[gB\coth(sgB) - \frac{1}{s}\right]. \tag{4}$$

Будем рассматривать реальную физическую ситуацию, когда вакуумные поля являются большими, т. е. $z = \frac{m^2}{gB} \ll 1$. Как уже говорилось во введении, мы будем использовать СВМ, а это подразумевает, что исходное выражение (2) должно усредняться по стохастическому вакуумному ансамблю с коррелятором, определяемым физическим глюонным конденсатом [2]:

$$P(g\mathbf{B}^a)d^3(gB^a) = \left(\frac{3}{2\pi\langle g^2\mathbf{B}_a^2\rangle_G}\right)^{3/2}\times \times\exp\left(\frac{-3(g\mathbf{B}^a)^2}{2\langle g^2\mathbf{B}_a^2\rangle_G}\right)d^3\left(g\mathbf{B}^a\right). \tag{5}$$

Таким образом перенормированное выражение (4) может быть записано в виде

$$v_B N_{f,R}^{-1} = -\frac{1}{8\pi^2}\left\langle\mathrm{Tr}_c\left[g^2B^2\int\limits_0^\infty\frac{dx}{x}\exp(-zx)\times \times\left(\frac{\coth x}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{3}\right)\right]\right\rangle_G, \tag{6}$$

где мы перешли к новой переменной $x = sgB$, а операция $\langle\ldots\rangle_G$ означает вышеупомянутое усреднение с нормированной вероятностью распределения (5). При вычислении (6) имеет смысл разбить интервалы интегрирования на $x\in[0,1]\cup[1,\frac{1}{z}\gg 1]$, при этом определяющий вклад будет давать второй интервал. Окончательно получим

$$v_B N_{f,R}^{-1} = \frac{1}{24\pi^2}\left\langle\mathrm{Tr}_c\left[g^2B^2\ln\left(\frac{m^2}{gB}\right)\right]\right\rangle_G. \tag{7}$$

После вычитания из выражения для $v_{T=0}$ чистого вклада КХД (4) оставшуюся часть разложим в ряд по степеням e^2. При этом слагаемое $O(e^0)$ удалено вычитанием (4), а слагаемые линейные и кубические по $G_{\mu\nu}$ (и соответственно порядка $O(e^1)$ и $O(e^3)$) не будут давать вклад после усреднения по симметричному гауссовскому распределению (5). Оставшееся слагаемое порядка $O(e^2)$ представляет собой обычную УФ расходимость, которая устраняется в результате перенормировки электромагнитных полей и зарядов. Перенормированные вклады электрического и магнитного полей будут иметь вид

$$\begin{pmatrix} v_E \\ v_H \end{pmatrix} N_{f,R}^{-1} = \frac{1}{8\pi^2}\begin{pmatrix} (eE)^2\ln\left(\dfrac{m^2}{eE}\right) \\ (eH)^2\ln\left(\dfrac{m^2}{eH}\right) \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Таким образом, первое нетривиальное слагаемое в потенциале $v_{T=0}$, связанное с интерференцией электромагнитных и вакуумных полей, записанное в терминах перенормированных полей и зарядов, будет иметь порядок $O(e^4)$

$$\Delta_0 = -2\alpha^2\int\limits_0^\infty\frac{dx}{x^3}\langle\mathrm{Tr}_c[\exp(-zx)P(x^n\coth(x)^m)]\rangle_G. \tag{9}$$

Здесь

$$\begin{aligned} &P(x^n\coth(x)^m) = \\ &= Ax^2 + Bx^4 + (Cx + Dx^3 + Ex^5)\coth(x) + \\ &+ (Jx^2 + Kx^4)\coth(x)^2 + (Lx^3 + Mx^5)\coth(x)^3 + \\ &+ Nx^4\coth(x)^4 + Qx^5\coth(x)^5, \end{aligned} \tag{10}$$

а постоянные коэффициенты $A, B, \ldots, Q$ представляют собой различные комбинации сверток комбинированного полевого тензора. Это выражение может быть посчитано для произвольной конфигурации внешних электромагнитных полей [2, 4]. Как показано в упомянутых работах, существенными здесь будут члены, связывающие между собой поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}^a$, по порядку величины равные $\dfrac{\alpha^2E^4gB}{m_q^6}$, причем это сравнимо с e^+e^- вкладом в поляризацию вакуума в КЭД. В то же время вклад, связывающий между собой магнитные и хромомагнитные поля $\mathbf{H}$ и $\mathbf{B}^a$, оказывается пренебрежимо малым ($\frac{\alpha^2H^4}{(gB)^2}\ll 1$).

3. Интерференция при конечной температуре

Вернемся вновь к выражению (3) и рассмотрим теперь второе слагаемое $v_{T\neq 0}$. Точное вычисление выражения для $v_{T\neq 0}$ является довольно сложной задачей, поэтому мы будем решать ее в пределе, когда температура является довольно высокой, т. е. параметр $\lambda = gB\beta^2 \equiv \frac{gB}{T^2} \ll 1$. При этом ряд по мацубаровским частотам удобно переписать, воспользовавшись тождеством

$$\sum_{l=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{l^2}{4y}\right)(-1)^l = \\ = -\frac{1}{2} + \exp(-\pi^2 y)\sqrt{\pi y} \times \\ \times \left(1 + 2\sum_{l=1}^{\infty} \exp(-4\pi^2 l^2 y)\cosh(4\pi^2 l y)\right), \tag{11}$$

где введена новая переменная $y \equiv s/\beta^2$. Заметим, что первое слагаемое в (11), равное $-1/2$, в результате дает вклад, равный по модулю, но противоположный по знаку $v_{T=0}$. А это в свою очередь означает, что и интерференционный вклад Δ_0 в случае высокотемпературной асимптотики уничтожается, что представляется вполне естественным. Само по себе выражение для $v_{T\neq 0}$ может быть представлено в виде суммы двух слагаемых: $v_{T\neq 0} = v_T + v_{T,\mathcal{F}}$, где первое из них соответствует чисто температурному вкладу, а второе — вкладу полей при конечной температуре (в том числе и интерференционное слагаемое при $T \neq 0$). Первое из них имеет предел при $(\frac{m}{T})^2 \to 0$:

$$v_T N_f^{-1} = \frac{3}{4\pi^2}\int_0^{\infty} \frac{ds}{s^3}\exp(-sm^2) \times \\ \times \sum_{l=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\beta^2 l^2}{4s}\right)(-1)^l \to -\frac{7}{60}\pi^2 T^4, \tag{12}$$

т. е. это обычное больцмановское слагаемое, отвечающее свободному фермионному газу с тремя степенями свободы. Для того чтобы выделить в оставшемся слагаемом $v_{T,\mathcal{F}}$ интерференционный член, прежде всего, так же как и в предыдущем разделе, вычтем из него слагаемое, отвечающее вкладу чисто хромомагнитных полей при конечной температуре. В результате получим

$$v_{T,B} N_f^{-1} = -\frac{1}{4\pi^2\beta^2}\langle \mathrm{Tr}_c(gB)[J_1 + J_2 + J_3]\rangle_G, \tag{13}$$

где

$$J_1 = \int_0^{\infty} \frac{dy}{y^2}\left(\coth(\lambda y) - \frac{1}{\lambda y}\right)\exp(-y\pi^2)\sqrt{\pi y} = \\ = \frac{\sqrt{\pi}}{3} + O(\lambda^3),$$

$$J_2 = -\frac{1}{2}\int_0^{\infty} \frac{dy}{y^2}\left(\coth(\lambda y) - \frac{1}{\lambda y}\right) + \\ + \frac{2}{3}\lambda\sqrt{\pi}\int_0^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{y}}\exp(-\pi^2 y) \times \\ \times \sum_{l=1}^{\infty} \exp(-4\pi^2 l^2 y)\cosh(4\pi^2 l y) = C\lambda,$$

$$J_3 = 2\sqrt{\pi}\int_0^{\infty} \frac{dy}{y^{3/2}}\left(\coth(\lambda y) - \frac{1}{\lambda y} - \frac{1}{3}\lambda y\right) \times \\ \times \exp(-\pi^2 y)\sum_{l=1}^{\infty} \exp(-4\pi^2 l^2 y)\cosh(4\pi^2 l y).$$

Для вычисления J_3 проведем, так же как и ранее, разбиение интервалов интегрирования: $x \in [0,1] \cup [1, \frac{1}{\lambda} \gg 1]$, и в этом случае основной вклад будет на втором интервале: $J_3 = \dfrac{1}{6}\lambda\ln(C_1\lambda)$, следовательно,

$$v_{T,B} N_{f,R}^{-1} = -\frac{1}{24\pi^2}\left\langle \mathrm{Tr}_c(gB)^2 \ln\left(\frac{gB}{T^2}\right)\right\rangle_G. \tag{14}$$

После того как из выражения для $v_{T\neq 0}$ удалим чисто температурный вклад (12) и чисто глюонный вклад (13), будем раскладывать оставшееся выражение в ряд по степеням e. Проделав аналогичные рассуждения, придем к выводу, что интерференция при конечной температуре также проявляется в членах порядка $O(e^4)$, а перенормированное выражение для потенциала, отвечающего вкладу электрического и магнитного полей, в этом случае имеет вид

$$\begin{pmatrix} v_{T,E} \\ v_{T,H} \end{pmatrix} N_{f,R}^{-1} = \frac{1}{8\pi^2}\begin{pmatrix} (eE)^2 \ln\left(\dfrac{eE}{T^2}\right) \\ (eH)^2 \ln\left(\dfrac{eH}{T^2}\right) \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Объединяя вместе выражения (7) и (14), (8) и (15), получим

$$v_B N_{f,R}^{-1} = -\frac{1}{24\pi^2}\left\langle \mathrm{Tr}_c(gB)^2 \ln\left(\frac{m^2}{T^2}\right)\right\rangle_G,$$

$$\begin{pmatrix} v_E \\ v_H \end{pmatrix} N_{f,R}^{-1} = \frac{1}{8\pi^2}\begin{pmatrix} (eE)^2 \\ (eH)^2 \end{pmatrix}\ln\left(\frac{m^2}{T^2}\right).$$

Интерференционное слагаемое, записанное в терминах перенормированных полей, будет иметь вид (разложение проводилось с использованием программы MapleV)

$$\Delta_T = -\frac{8\alpha^2}{\lambda^2}\sqrt{\pi}\int_0^{\infty} \frac{dy}{y^{5/2}}\sum_{l=0}^{\infty} \exp\left[-\pi^2 y(2l+1)^2\right] \times \\ \times \langle \mathrm{Tr}_c\left[P\left((\lambda y)^n \coth(\lambda y)^m\right)\right]\rangle_G, \tag{16}$$

где $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ и использовано обозначение P для функции (10), которое уже ранее фигурировало в выражении (9) для Δ_0. Несмотря на наличие в (16) отдельных расходящихся слагаемых, в целом выражение является сходящимся на нижнем пределе. Для его вычисления, пользуясь тем, что нас интересует высокотемпературная асимптотика ($\lambda \ll 1$), будем раскладывать P в ряд по степеням λ. При этом получим, что первый нетривиальный член имеет порядок $O(\lambda^4)$:

$$P\left((\lambda y)^n \coth(\lambda y)^m\right) = B'(\lambda y)^4 + O(\lambda^6).$$

Подставляя это выражение в (16), можно точно вычислить интеграл (здесь мы уже воспользуемся явным видом коэффициентов $A, B, \ldots, Q$):

$$\Delta_T = -\frac{\alpha^2}{T^4}\left\langle C_1\frac{(\mathbf{BH})^4}{|\mathbf{B}|^4} + C_2\frac{(\mathbf{BE})^4}{|\mathbf{B}|^4} + C_3\frac{(\mathbf{BH})^2(\mathbf{BE})^2}{|\mathbf{B}|^4} + C_4\frac{(\mathbf{BH})^2(E^2-H^2)}{|\mathbf{B}|^2} + C_5\frac{(\mathbf{BE})^2(E^2-H^2)}{|\mathbf{B}|^2} + C_6\frac{(\mathbf{BH})^2(\mathbf{BE})^2(\mathbf{EH})^2}{|\mathbf{B}|^2}\right\rangle_G, \quad (17)$$

где $C_1, \ldots, C_6$ — некоторые числовые коэффициенты.

Непосредственно видна первая существенная особенность данного результата, а именно то, что это выражение, описывающее интерференцию вакуумных хромомагнитных и внешних электромагнитных полей, является исчезающе малым при больших значениях T. Действительно, сравним его с аналогичным, полученным в случае $T = 0$ [2]. Интерференционный вклад при нулевой температуре $\Delta_0 \sim \alpha^2 E^4 gB/m_q^6$ по порядку величины равен обычному слагаемому КЭД, ответственному за e^+e^- вакуумную поляризацию ($\sim \alpha^2 E^4/m_e^4$). В то же время $\Delta_T \sim \alpha^2 E^4/T^4$, т. е.

$$\frac{\Delta_T}{\Delta_0} \sim \frac{m_q^6}{gBT^4} = \left(\frac{m_q}{T}\right)^4\left(\frac{m_q^2}{gB}\right) \ll 1.$$

Вторая особенность полученного результата — внешние электромагнитные поля E и H входят в выражение для Δ_T симметрично по отношению к вакуумным полям, чего нельзя сказать о выражении Δ_0 [2, 4], где поле E входит асимметрично по отношению к H и дает главный вклад в интерференцию. И наконец, последнее важное замечание состоит в том, что окончательный ответ (17) не зависит от величины напряженности вакуумного поля (модули $|\mathbf{B}|$ в каждом слагаемом сокращаются), а только от его ориентации по отношению к электромагнитным полям $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$. Усреднение по вакуумному ансамблю поэтому сводится к усреднению по углам $(\widehat{\mathbf{EB}})$ и $(\widehat{\mathbf{HB}})$. Иными словами, первая нетривиальная поправка к поляризации вакуума кварков при конечной температуре, обусловленная их взаимодействием с электромагнитными и вакуумными хромомагнитными полями, не зависит явным образом от величины последних. Наконец, заметим, что в выражение для Δ_T не входят массы кварков m_q. Этот результат представляется вполне естественным, так как определяющим в задаче был малый параметр $\lambda = gB/T^2 \ll 1$, в то время как $m_q^2/(gB) \ll 1$.

Заключение

Таким образом, в настоящей статье на основе метода постоянных фоновых полей получено точное выражение для однопетлевого эффективного потенциала кварков, взаимодействующих с постоянными внешними электромагнитными и вакуумными хромомагнитными полями при конечной температуре. При этом вакуумные поля аппроксимировали ковариантно постоянными полями. Учитывая непертурбативный характер взаимодействия кварков с глюонным конденсатом, в то же время влияние электромагнитных полей рассматривали по теории возмущений. В рамках КТП при конечной температуре была получена первая нетривиальная поправка к эффективному потенциалу для интерференции КХД и КЭД. Как и в случае $T = 0$, проявление КХД-эффектов начинается в членах порядка $O(\alpha^2)$.

В заключение проведен сравнительный анализ того, как влияет «нагревание вакуума» на изменение эффекта в целом. Следует обратить внимание на один важный факт: так же как и нестабильность вакуумного анзаца в модели Матиняна–Саввиди [12], СВМ указывает на важность неоднородности и временной зависимости цветовых полей, которые определяются характерной корреляционной длиной вакуума КХД. Расчет на решетках показывает, что эта величина имеет значение $\lambda_c \approx 0.2 \div 0.4$ Фм [13], в то время как длина поляризационной кварковой петли (величина, характеризующая саму поляризацию) оказывается равной $l_q \approx 0.3$ Фм. Естественно, что на масштабах $l_q \sim \lambda_c$ аппроксимация вакуумных полей ковариантно постоянными есть довольно грубое приближение. Нашей целью, однако, было продемонстрировать, как качественно изменится этот эффект в случае введения конечной температуры. В этом смысле выбранная нами схема приближений оказывается вполне оправданной.

Литература

1. *Heisenberg W., Euler H.* // Z. f. Phys. 1936. **98**. P. 714; *Heisenberg W.* // Z. f. Phys. 1935. **90**. P. 209; *Euler H.* // Naturwiss. 1935. **23**. P. 246.
2. *Elze H.-Th., Muller B., Rafelski J.* // E-print Archive: hep-ph/9811372.
3. *Rafelski J., Elze H.-Th.* // E-print Archive: hep-ph/9806389.
4. *Жуковский В.Ч., Худяков В.В., Разумовский А.С.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астр. 2001. №1. С. 13. (Moscow University Phys. Bull. 2001. No. 1. P. 11).
5. *Simonov Yu.A.* // Nucl. Phys. 1988. **B307**. P. 512.
6. *Dosh H.G., Simonov Yu.A.* // Phys. Lett. 1988. **B205**. P. 339.
7. *Dosh H.G.* // Phys. Lett. 1987. **B190**. P. 177.
8. *Dosh H.G., Ferreira E., Kramer A.* // Phys. Rev. 1994. **D50**. P. 1992.

9. *Славнов А.А., Фаддеев Л.Д.* Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1978.
10. *Ebert D., Zhukovsky V.Ch., Vshivtsev A.S.* // Int. J. Mod. Phys. 1998. **A13**. P. 1723.
11. *Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч.* и др. Калибровочные поля. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986.
12. *Matinyan S.G., Savvidy G.K.* // Nucl. Phys. 1978. **B134**. P. 539; *Savvidy G.K.* // Phys. Lett. 1977. **B71**. P. 133.
13. *D'Elia M., Di Giacomo A., Meggiolaro E.* // Phys. Lett. 1997. **B408**. P. 315.

Поступила в редакцию
17.05.02

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.186

РАСЧЕТЫ ДОЛИ ЯДЕР В ПУЧКАХ БЫСТРЫХ ИОНОВ ЛЕГКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

И.С. Дмитриев

(*НИИЯФ*)

E-mail: dmitriev@anna19.npi.msu.su

Определены доли ядер Φ_Z в пучках быстрых ионов с атомными номерами $Z = 3 \div 36$, прошедших твердую углеродную и азотную мишени с энергией $2 \div 200$ МэВ/нукл. Установлено, что при энергии, превышающей $0.15Z^{1.8}$ МэВ/нукл., равновесные толщины t_Z азотной и углеродной мишеней практически совпадают.

Введение

При создании многоступенчатых ускорительных систем, в том числе накопительных колец, нужны сведения о зарядовом составе в пучках ионов, прошедших твердую перезарядную мишень, в частности об относительном количестве ядер, полностью лишенных электронных оболочек. Зарядовый состав в пучках быстрых ионов после прохождения тонких слоев твердых и газообразных мишеней изучался в работах [1–4]. Значения равновесных толщин t_Z в газовых и твердых средах определялись в [4, 5]. В работе [6] выполнены расчеты зарядового распределения ионов Ar и Kr с $E = (7 \div 44)$ МэВ/нукл. в различных твердых мишенях, а в [7] определена доля ядер в пучках Xe и Au, ускоренных до энергии нескольких сотен МэВ/нукл.

В дальнейшем изложении энергия ионов E приводится в единицах МэВ/нукл.

1. Зарядовое распределение в пучке быстрых ионов

Когда пучок быстрых ионов проходит через мишень толщиной t, относительное количество $\Phi_i(t)$ частиц с зарядом i непрерывно изменяется, приближаясь к равновесному значению $F_i \equiv \Phi_i \ (t \to \infty)$. Величины F_i зависят от энергии иона E, ядерных зарядов иона Z и мишени Z_t, а также от агрегатного состояния мишени.

Разреженная среда. Зарядовое распределение в моноэнергетическом пучке ионов, проходящих через газообразную мишень, описывается системой дифференциальных уравнений [8]

$$d\Phi_i/dt = \sum \Phi_k \sigma_{ki} - \Phi_i \sum \sigma_{ik}, \qquad (1)$$

где σ_{ik} — сечение неупругих столкновений, при которых ион с зарядом i переходит в ион с зарядом k. (Здесь рассматриваются ионы, находящиеся к моменту взаимодействия с атомами среды в невозбужденных состояниях.) Равновесное зарядовое распределение, устанавливающееся в пучке ионов при прохождении толстого слоя вещества, определяется из системы уравнений

$$\sum F_k \sigma_{ki} - F_i \sum \sigma_{ik} = 0.$$

При высокой энергии ионов, когда возможно ограничиться только двумя зарядовыми компонентами с $i = Z - 1$ и $i = Z$, из (1) получим

$$\Phi_Z(t) = F_Z + [\Phi_Z(0) - F_Z]\, \mathrm{e}^{-\kappa t}, \qquad (2)$$

где $F_Z = \sigma_{ik}/\kappa$ и $\kappa = \sigma_{Z-1,Z} + \sigma_{Z,Z-1}$ — сумма сечений $\sigma_{Z-1,Z}$ потери электрона водородоподобными ионами и сечений $\sigma_{Z,Z-1}$ захвата электрона ядрами. В соответствии с обычными ограничениями на точность измерений можно принять, что равновесие достигается, когда толщина мишени t удовлетворяет условию

$$|\Phi_Z(t \to \infty) - F_Z| \leqslant \varepsilon F_Z, \qquad (3)$$

при выполнении которого величина $\Phi_Z(t)$ отличается от значений $\Phi_Z(t \to \infty)$ на малую величину $\varepsilon \ll 1$. Из (2) и (3) следует асимптотическое выражение для равновесной толщины t_Z:

$$t_Z \approx \kappa^{-1} \ln[(\Phi_Z(0) - F_Z)/(\Phi_Z(\infty) - F_Z)]. \qquad (4)$$