

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.145

**ЭВОЛЮЦИЯ СПИНА НЕЙТРАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ
В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ**

А.Е. Лобанов, О.С. Павлова, Г.А. Чижов

(кафедра теоретической физики)

E-mail: th180@phys.msu.su

В квазиклассическом приближении исследована динамика спина нейтральной частицы с аномальным магнитным моментом в произвольном электромагнитном поле. Найдены поля, для которых решение уравнения Баргмана–Мишеля–Телегди может быть представлено в конечном виде.

Данная работа продолжает цикл наших исследований эволюции спина частиц во внешних электромагнитных полях на основе модели Баргмана–Мишеля–Телегди (БМТ). При определенном в явном виде законе движения частицы уравнение БМТ, как дифференциальное уравнение первого порядка, имеет решение в виде матричного ряда. Наша задача — найти классы электромагнитных полей, для которых решение уравнения БМТ может быть дано в аналитическом виде, т.е. ряд, представляющий решение, обрывается. Поскольку в произвольных полях определение закона движения в явном виде невозможно, в работах [1–3] был предложен метод исследования динамики спина без предварительного решения уравнения Лоренца. В частности, в статье [1] была решена задача об эволюции спина в плосковолновых полях специального вида. В работе [3] изучалось движение спина заряженной частицы с аномальным магнитным моментом в произвольном постоянном магнитном поле и был определен тип полей, в котором решение уравнения БМТ записывается в аналитическом виде. В настоящей работе аналогичная задача поставлена для нейтральной частицы во внешнем электромагнитном поле*).

Будем рассматривать нейтральную частицу с аномальным магнитным моментом μ_0 , которая движется в электромагнитном поле, описываемом тензором $F^{\mu\nu}$. Так как частица нейтральная, уравнение ее движения (уравнение Лоренца) вырождается в уравнение $\dot{u}^\mu = 0$, решение которого $u^\mu = \text{const}$ и $x^\mu = u^\mu \tau$. Будем предполагать, что эволюция вектора спина S^μ описывается уравнением БМТ [6]:

$$\dot{S}^\mu = 2\mu_0 \{F^{\mu\nu} S_\nu - u^\mu F^{\alpha\beta} u_\alpha S_\beta\}. \quad (1)$$

Решение этого уравнения удовлетворяет дополнительным условиям $(SS) = -1$ и $(Su) = 0$. Заметим,

*) Следует отметить, что в рамках квантовой механики задача об эволюции спина в электромагнитных полях определенного вида была ранее рассмотрена в работах [4, 5].

что, используя дуальный тензор

$$H_{\rho\sigma} = -\frac{1}{2} \epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta} F^{\alpha\beta},$$

уравнение (1) можно записать в виде

$$\dot{S}^\mu = 2\mu_0 \epsilon^{\mu\nu\rho\lambda} H_{\rho\lambda} u_\nu S_\nu,$$

где $H_\rho = H_{\rho\sigma} u^\sigma$.

Трехмерный вектор спина \mathbf{S} , представляющий собой пространственные компоненты вектора спина, преобразованного в мгновенную систему покоя [7, 8], удовлетворяет уравнению [9]

$$\dot{\mathbf{S}} = 2\mu_0 [\mathbf{S} \times \mathbf{H}_0], \quad (2)$$

где \mathbf{H}_0 — поле в системе покоя частицы; $\mathbf{H}_0^2 = -H^2$.

Для решения этого уравнения удобно ввести спинорное представление, поставив в соответствие начальным и конечным значениям вектора спина спин-тензоры:

$$\mathbf{S}(\tau) \equiv \mathbf{S} \rightarrow (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{S}), \quad \mathbf{S}(0) \equiv \mathbf{S}_0 \rightarrow (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{S}_0).$$

Эволюция спина при этом определяется следующим образом [1]:

$$(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{S}) = R(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{S}_0)R^{-1},$$

где $R \equiv R(\tau)$ — резольвента, удовлетворяющая уравнению

$$\dot{R} = i\mu_0 (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{H}_0)R. \quad (3)$$

Поскольку решение уравнения (3) для однородного поля очевидно, будем считать, что $[\mathbf{H}_0 \times \dot{\mathbf{H}}_0] \neq 0$. Введем базис

$$\mathbf{v} = \frac{-\mathbf{H}_0}{\sqrt{\mathbf{H}_0^2}}, \quad \mathbf{n} = \frac{(\mathbf{H}_0(\mathbf{H}_0 \dot{\mathbf{H}}_0) - \dot{\mathbf{H}}_0 \mathbf{H}_0^2)}{\sqrt{\mathbf{H}_0^2}} N^{-1/2},$$

$$\mathbf{b} = [\mathbf{H}_0 \times \dot{\mathbf{H}}_0] N^{-1/2},$$

где N определяется соотношением

$$N = H^2 \dot{H}^2 - (H \dot{H})^2 \equiv \mathbf{H}_0^2 \dot{\mathbf{H}}_0^2 - (\mathbf{H}_0 \dot{\mathbf{H}}_0)^2.$$

(Здесь использованы обозначения, принятые для ортов естественного трехгранника.)

Этот базис ортогонален, и его элементы удовлетворяют системе уравнений, аналогичной системе кинематических уравнений Серре–Френе:

$$\dot{\mathbf{v}} = k\mathbf{n}, \quad \dot{\mathbf{n}} = -k\mathbf{v} + \varkappa\mathbf{b}, \quad \dot{\mathbf{b}} = -\varkappa\mathbf{n}.$$

Входящие в эти уравнения параметры

$$k = \frac{N^{1/2}}{\mathbf{H}_0^2}, \quad \varkappa = \frac{\sqrt{\mathbf{H}_0^2}}{N}(\ddot{\mathbf{H}}_0[\mathbf{H}_0 \times \dot{\mathbf{H}}_0]),$$

или в ковариантной форме

$$k = \frac{N^{1/2}}{(-H^2)}, \quad \varkappa = -\frac{\sqrt{-H^2}}{N}e^{\alpha\beta\gamma\delta}\ddot{H}_\alpha\dot{H}_\beta H_\gamma u_\delta \quad (4)$$

являются аналогами кривизны и кручения соответственно. Вводя вектор Дарбу

$$\mathbf{\Omega} = \varkappa\mathbf{v} + k\mathbf{b} = \frac{[\dot{\mathbf{v}} \times \ddot{\mathbf{v}}]}{(\dot{\mathbf{v}}\dot{\mathbf{v}})},$$

эти уравнения можно представить в симметричной форме:

$$\dot{\mathbf{v}} = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}], \quad \dot{\mathbf{n}} = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{n}], \quad \dot{\mathbf{b}} = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{b}]. \quad (5)$$

Поскольку движение частицы задано, то $d/d\tau \equiv \equiv u^\mu \partial_\mu$.

В выбранном базисе уравнение для резольвенты (3) приобретает следующий вид:

$$\dot{R} = -i\mu_0\sqrt{\mathbf{H}_0^2}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{v})R. \quad (6)$$

Будем искать решение уравнения (6) в виде $R = VR_0$. Унитарный оператор V , описывающий переход естественного трехгранника из начального состояния в конечное, определяется формулами

$$V(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{v}_0)V^+ = (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{v}), \quad V(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{b}_0)V^+ = (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{b}), \\ V(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}_0)V^+ = (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}). \quad (7)$$

В силу (5) уравнения для оператора эволюции V имеют вид

$$\dot{V} = -\frac{i}{2}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{\Omega})V, \quad \dot{V}^+ = \frac{i}{2}V^+(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{\Omega}).$$

Эти уравнения, учитывая (7), можно представить в форме

$$\dot{V} = -\frac{i}{2}V(\boldsymbol{\sigma}(\varkappa\mathbf{v}_0 + k\mathbf{b}_0)), \quad \dot{V}^+ = \frac{i}{2}(\boldsymbol{\sigma}(\varkappa\mathbf{v}_0 + k\mathbf{b}_0))V^+. \quad (8)$$

Такая запись удобна тем, что в коэффициентную матрицу уравнения входят лишь векторы начальной ориентации трехгранника и две скалярные величины — аналоги кривизны и кручения.

Из (6) и (8) получаем, что оператор R_0 удовлетворяет уравнению

$$\dot{R}_0 = \frac{i}{2} \left\{ k(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{b}_0) + \left(\varkappa - 2\mu_0\sqrt{\mathbf{H}_0^2} \right) (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{v}_0) \right\} R_0. \quad (9)$$

В работе [3] при решении задачи об эволюции спина заряженной частицы в произвольном магнит-

ном поле было исследовано аналогичное уравнение и показано, что при выполнении условий

$$\frac{\varkappa}{k} = \alpha, \quad \frac{2\mu_0\sqrt{\mathbf{H}_0^2}}{k} = \beta \quad (\alpha, \beta = \text{const}) \quad (10)$$

решение может быть получено в аналитическом виде.

Следует отметить, что решение уравнения (9) в аналитическом виде известно для более общего случая, когда (см. [10])

$$\varkappa - 2\mu_0\sqrt{\mathbf{H}_0^2} = k\alpha \exp\left(\beta \int_0^\tau k(\tau)d\tau\right),$$

однако в этой ситуации ограничения на тип внешнего поля могут явно зависеть от величины аномального момента μ_0 . Решение уравнения (9) при учете (10) можно записать в явном виде:

$$R_0 = \cos \frac{\omega}{2} + i(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{t}) \sin \frac{\omega}{2}, \quad (11)$$

где

$$\omega(\tau) = \{1 + (\alpha - \beta)^2\}^{1/2} \int_0^\tau k(\tau)d\tau,$$

$$\mathbf{t} = \{\mathbf{b}_0 + (\alpha - \beta)\mathbf{v}_0\} \{1 + (\alpha - \beta)^2\}^{-1/2}.$$

При выполнении условий (10) уравнение для оператора эволюции трехгранника (8) также имеет точное решение:

$$V = \cos \frac{\omega_0}{2} - i(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{t}_0) \sin \frac{\omega_0}{2}, \quad (12)$$

где

$$\omega_0(\tau) = \sqrt{1 + \alpha^2} \int_0^\tau k(\tau)d\tau, \quad \mathbf{t}_0 = \frac{\alpha\mathbf{v}_0 + \mathbf{b}_0}{\sqrt{1 + \alpha^2}}.$$

Таким образом, (11) и (12) определяют эволюцию спина нейтральной частицы в электромагнитных полях, удовлетворяющих условиям (10). Эти условия выполняются для достаточно широкого класса полей, используемых в качестве основных моделей в современной теории. Сюда относится поле циркулярно поляризованной плоской волны, а при определенном выборе начальных условий — поле Редмонда, поле спирального ондулятора и т. д.

Авторы благодарны В.Г. Багрову и В.Ч. Жуковскому за обсуждение полученных результатов.

Литература

1. Лобанов А.Е., Павлова О.С. // ТМФ. 1999. **121**, № 32. С. 509.
2. Лобанов А.Е., Павлова О.С. // Изв. вузов. Физика. 2000. № 1. С. 38.
3. Лобанов А.Е., Павлова О.С., Чижов Г.А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. № 6. С. 12.
4. Тернов И.М. // ЖЭТФ. 1990. **98**. С. 1169.

5. Тернов И.М. Введение в физику спина релятивистских частиц. М.: Изд-во МГУ, 1997.
6. Bargmann V., Michel L., Telegdi V. // Phys. Rev. Lett. 1959. 2. P. 435.
7. Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Оксак А.И., Тодоров И.Т. Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987.
8. Широков Ю.М. // ЖЭТФ. 1951. 21. С. 748.
9. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
10. Лобанов А.Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 2. С. 59 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 2. P. 85).

Поступила в редакцию
15.04.02

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 621.384

ИМПУЛЬСНЫЙ РАЗРЕЗНОЙ МИКРОТРОН НА ЭНЕРГИЮ ЭЛЕКТРОНОВ 70 МЭВ

И.В. Грибов, А.Н. Ермаков, Б.С. Ишханов, Г.А. Новиков, В.С. Скачков^{*)},
Н.П. Собенин^{**)}, В.П. Тровер^{***)}, В.И. Шведунов, И.В. Шведунов

(НИИЯФ; кафедра общей ядерной физики)

E-mail: a_ermak@rf-hp.npi.msu.su

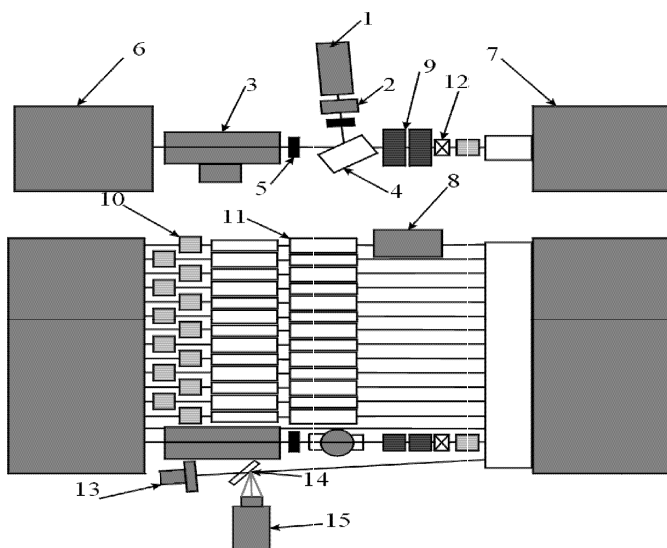
В предлагаемой статье представлено краткое описание построенного в НИИЯФ МГУ импульсного разрезного микротрона — ускорителя электронов нового поколения. Рассмотрены основные характеристики и элементы установки, а также указаны области возможного применения.

В НИИЯФ МГУ создан и в апреле 2001 г. осуществлен физический пуск ускорителя электронов — разрезного микротрона импульсного действия с максимальной энергией пучка 70 МэВ [1].

Основными элементами импульсного разрезного микротрона (рисунок) являются линейный уско-

ритель и поворотные магниты, обеспечивающие 14-кратную рециркуляцию электронного пучка.

Электроны инжектируются с катода пушки (1) на вход ускоряющей секции (3), проходя через группирователь (2), фокусирующие линзы (5) из намагниченного материала и α -магнит (4), изготовленный из редкоземельных постоянных магнитов. После первого ускорения пучок электронов попадает в поворотный магнит (6), затем, проходя пространство дрейфа между магнитами (6, 7) и вертикальные и горизонтальные корректоры пучка (11), попадает в поворотный магнит (7). После прохождения через квадрупольную линзу (12) и систему дипольных корректоров (9) пучок вновь попадает в ускоряющую секцию. После 14-кратного прохождения через ускоряющую структуру энергия электронного пучка достигает 68.4 МэВ. Вывод пучка возможен с любой орбиты, кроме первой, и происходит в результате изменения траектории движения частиц под действием магнита вывода (8). Шаг изменения энергии выведенного пучка электронов составляет 4.8 МэВ. Для диагностики пучка на каждой орбите, кроме первой, установлены трансформаторные датчики тока пучка (10), а также на орбите вывода — цилиндр Фарадея (13). Для визуального наблюдения попе-



Схематическое изображение импульсного разрезного микротрона

^{*)} Институт теоретической и экспериментальной физики РАН.

^{**)} Московский инженерно-физический институт (Технический университет).

^{***)} World Physics Technologies Inc., USA.