КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.12: 531.51

САМОДЕЙСТВИЕ ЛИНЕЙНОГО ИСТОЧНИКА В ПРОСТРАНСТВЕ КОСМИЧЕСКОЙ СТРУНЫ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

А. А. Россихин

(*кафедра теоретической физики*)

E-mail: grats@string.phys.msu.su

Вычислена регуляризованная энергия самодействия для линейного источника электрического и магнитного полей в пространстве космической струны конечной толщины. Показано, что на больших расстояниях от струны соответствующее выражение переходит в выражение для энергии самодействия в пространстве бесконечно тонкой струны. Введение конечной толщины у струны заметно меняет зависимость регуляризованной энергии от дефицита угла и геодезического расстояния между струной и источником.

В работе [?] мы рассмотрели самодействие линейных источников электрического и магнитного полей в пространстве бесконечно тонкой прямолинейной космической струны. Вместе с тем струны, образующиеся в результате фазовых переходов в ранней Вселенной, имеют конечную толщину. Так, характерный радиус струн, предсказываемых теорией Большого Объединения — $\rho_0 = 10^{-29}$ см. Наличие конечных поперечных размеров у струны должно оказывать существенное влияние на различные физические явления, по крайней мере вблизи струны. Настоящая статья обобщает результаты предыдущих исследований [?] на случай струны конечной толщины.

Пространство-время бесконечно тонкой струны представляет собой прямое произведение двумерного пространства Минковского на конус. Чтобы исследовать возможное влияние конечной толщины, рассмотрим случай, когда пространство представляет собой прямое произведение двумерного пространства Минковского на риманову поверхность $\mathcal{M}_2$, склеенную из двух частей:

$$\mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_{\text{in}} \cup \mathcal{M}_{\text{out}}, \tag{1}$$

где $\mathcal{M}_{\text{out}}$ — часть конической поверхности, а $\mathcal{M}_{\text{in}}$ — некоторая внутренняя поверхность. Если, как это часто делают [?], выбрать в качестве $\mathcal{M}_{\text{in}}$ сферический сегмент, то соответствующее решение интерпретируется как струна с постоянной плотностью энергии.

Мы рассмотрим другую модель [?], в которой область $\mathcal{M}_{\text{in}}$ представляет собой диск радиуса ρ_0. В этом случае, как легко показать, метрику пространства можно привести к виду

$$ds^2 = -dt^2 + dz^2 + \gamma_{ab}(x)dx^a dx^b,$$
$$\gamma_{ab}(x) = e^{-\Lambda(x)}\delta_{ab}, \quad a,b = 1,2,$$

с конформным фактором $\Lambda(x)$:

$$\begin{aligned}\Lambda(x) &= 2(1-b)\times \\ &\times\left(\theta\left(r-{\rho_0}^{1/b}\right)\ln r + \theta\left({\rho_0}^{1/b}-r\right)\ln {\rho_0}^{1/b}\right),\end{aligned} \tag{2}$$

где $\delta_{ab} = \operatorname{diag}(1,1)$, b — параметр, характеризующий дефицит угла конического пространства, а $r = ({x^1}^2 + {x^2}^2)^{1/2}$.

Предположим также, что в данном пространстве задан линейный статический источник электромагнитного поля, характеризуемый 4-током

$$j^\mu(x) = (j(x), 0, 0, 0)\,,$$

где $j(x)$ — плотность заряда на единицу длины источника. Кроме того, потребуем, чтобы $j(x)$ могла быть описана с помощью набора линейных мультипольных моментов $D^{a_1 a_2 \ldots a_n}$ [?]. В нормальной римановой системе координат величины $D^{a_1 a_2 \ldots a_n}$ совпадают с соответствующими линейными мультипольными моментами, рассчитанными по правилам стандартной электростатики.

Как было показано в работе [?], зная выражение для конформного фактора Λ и разложение плотности заряда $j(x)$ по линейным мультипольным моментам, можно легко получить разложение энергии самодействия на единицу длины источника $\mathcal{E}_q^{\text{ren}}$ по мультипольным моментам. В настоящей работе нас интересует энергия самодействия линейной плотности заряда $q \equiv D$ и линейного дипольного момента $d^a \equiv D^a$, которые позволят проследить общую тенденцию зависимости самодействия от внутренней структуры источника. Как было установлено ранее [?], для q

$$\mathcal{E}_q^{\text{ren}} = -q^2\frac{\Lambda}{2}.$$

В свою очередь для дипольного момента d^a

$$\mathcal{E}_d^{\text{ren}} = -\frac{d^a d^b}{24}\Big(2\nabla_a\nabla_b\Lambda - \nabla_a\Lambda\nabla_b\Lambda + \frac{1}{2}\gamma_{ab}\nabla_c\Lambda\nabla^c\Lambda\Big).$$

В работе [?] получено аналогичное выражение и для линейного квадрупольного момента. Сила самодействия, как и для плоского пространства, равна взятому с обратным знаком градиенту энергии.

Энергия самодействия внутри струны постоянна. Поэтому рассмотрим самодействие в конической области $\mathcal{M}_{\mathrm{out}}$. Геодезическое расстояние ρ от центра струны до точки x в метрике (**??**)

$$\rho(x) = \theta\left(r - {\rho_0}^{1/b}\right) \frac{1}{b}\left[r^b - \rho_0(1-b)\right] + \\ + \theta\left({\rho_0}^{1/b} - r\right) r {\rho_0}^{(b-1)/b}.$$

Таким образом, в этой области конформный фактор представим в виде

$$\Lambda(x) = 2\frac{1-b}{b}\ln b\left(\rho+\rho^*\right), \qquad (3)$$

где $\rho^* \equiv \rho_0(1-b)/b$ — параметр сдвига, который может заметно превышать размеры струны при $b \to 0$. Такая структура конформного фактора (**??**) характерна для всех струнных пространств вида (**??**).

Прямое вычисление показывает, что если в нуль обращаются все мультипольные моменты за исключением линейной плотности заряда q, то с точностью до константы энергия самодействия на единицу длины источника имеет вид

$$\mathcal{E}_q^{\mathrm{reg}} = -2qq_{\mathrm{ind}}\ln\left[b\rho + \rho_0(1-b)\right], \quad q_{\mathrm{ind}} = q(1-b)/2b. \qquad (4)$$

При $\rho_0 \to 0$ данное выражение переходит в соответствующее выражение для бесконечно тонкой струны [?]. Видно, что источник с линейной плотностью заряда q взаимодействует со струной, как с параллельным источником q_{ind}, находящимся на расстоянии $\rho + \rho^*$ в пространстве Минковского.

Линейная плотность энергии самодействия линейного дипольного момента $\mathbf{d}$ совпадает с энергией взаимодействия на единицу длины двух диполей, находящихся на расстоянии $\rho + \rho^*$,

$$\mathcal{E}_d^{\mathrm{reg}} = -(\mathbf{d}\mathbf{E}_{\mathrm{ind}}) \quad \mathbf{E}_{\mathrm{ind}} = 2\frac{2\hat{\mathbf{r}}(\hat{\mathbf{r}}\mathbf{d}_{\mathrm{ind}}) - \mathbf{d}_{\mathrm{ind}}}{\left[\rho+\rho^*\right]^2}, \qquad (5)$$

где $\hat{\mathbf{r}}$ — единичный вектор, направленный от центра струны вдоль ρ. При этом индуцированный дипольный момент, как и для случая бесконечно тонкой струны, имеет вид

$$\mathbf{d}_{\mathrm{ind}} = -\frac{(1-b^2)}{24b^2}\mathbf{d}.$$

При $\rho_0 \to 0$ данное выражение переходит в соответствующее выражение для бесконечно тонкой струны [?].

Когда расстояние от струны до источника много больше параметра сдвига ρ^*, выражения (**??**) и (**??**) переходят в соответствующие выражения для бесконечно тонкой струны. Наоборот, на расстояниях, сравнимых с ρ^*, различие между двумя моделями становится значительным. В частности, изменяется соотношение между энергиями самодействия различных мультипольных моментов.

Итак, мы рассчитали энергию самодействия линейного заряда и линейного диполя в пространстве толстой струны [?]. На основании полученных выражений для энергии самодействия (**??**), (**??**) показано, что введение конечной толщины у струны эквивалентно сдвигу положения источника на величину $\rho^* = \rho_0(1-b)/b$. В случае сверхмассивной струны эта величина может существенно превосходить радиус струны. Наоборот, при малом дефиците угла влияние конечной толщины струны на самодействие пренебрежимо мало даже вблизи поверхности струны.

Литература

1. *Грац Ю.В., Россихин А.А.* // ТМФ. 2000. **123**, №1. С. 150.
2. *Hiscock W.A.* // Phis. Rev. D. 1985. **31**, No. 12. P. 3288.
3. *Allen B., Ottewill A.C.* // Phys. Rev. D. 1990. **42**, No. 8. P. 2669.

Поступила в редакцию
05.01.03