

УДК 530.145

## ДВУХПЕТЛЕВАЯ АНОМАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ $N = 1$ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ, РЕГУЛЯРИЗОВАННОЙ ПРИ ПОМОЩИ ОБРЕЗАНИЯ ПЕТЛЕВОГО ИМПУЛЬСА

П. И. Пронин, Б. А. Розентул, К. В. Степаньянц

(кафедра теоретической физики)

E-mail: petr@theor.phys.msu.su, stepan@phys.msu.su

**Вычислена двухпетлевая аномальная размерность в  $N = 1$  суперсимметричной электродинамике, регуляризованной при помощи обрезания петлевого импульса.**

### Введение

Одним из интересных вопросов исследования динамики суперсимметричных теорий является исследование квантовых поправок. Например, в работе [1], исходя из требования ренорминвариантности инстантонных вкладов, было предложено точное во всех порядках теории возмущений выражение для  $\beta$ -функции. Впоследствии предпринимались неоднократные попытки получить такую  $\beta$ -функцию другими способами, например, исходя из исследования квантовых аномалий [2, 3] или при помощи прямых вычислений. При этом было показано, что схемно независимая двухпетлевая  $\beta$ -функция согласуется с предсказаниями, следующими из предложенного в [1] точного выражения, однако вычисления в трехпетлевом приближении с использованием  $\overline{MS}$ -схемы и размерной редукции [4–6] показали, что все же имеется разногласие результатов с предсказаниями, следующими из точной  $\beta$ -функции. Тем не менее эти разногласия могут быть устранены переопределением константы связи [5], причем сама возможность такого переопределения является крайне нетривиальной [7]. Другими словами, существует схема вычитаний, отличная от  $\overline{MS}$ -схемы при использовании размерной редукции, в которой получается точная  $\beta$ -функция Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова. В принципе схему, в которой получается точная  $\beta$ -функция, можно построить, устанавливая ее связь с  $\overline{MS}$ -схемой в каждом порядке теории возмущений [8]. Однако можно попытаться построить такую схему, подбирая регуляризацию при использовании некоторой достаточно простой схемы вычитаний. Например, можно предположить, что такой регуляризацией является метод высших ковариантных производных [9, 10], который, в отличие от размерной редукции, не имеет проблем при исследовании высших петель. Тем не менее вычисления при помощи метода высших производных оказываются технически сложными. Известно [11, 12], что в однопетлевом приближении метод высших производных всегда дает тот же результат, что и метод размерной регуляризации. Исследование двух-

петлевых вкладов в эффективное действие впервые было выполнено в работах [13, 14], в которых была вычислена  $\beta$ -функция и аномальная размерность для  $N = 1$  суперсимметричной электродинамики. В частности, было показано, что двухпетлевой вклад в  $\beta$ -функцию не зависит от вида регуляризующего слагаемого и оказывается равным 0. В принципе этот результат неожиданным не является, поскольку в рассмотренной теории аномалия аксиального тока и следа тензора энергии-импульса принадлежит одному супермультиплету. Заметим, что такой результат не противоречит результатам Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова, поскольку, как было показано в работе [15],  $\beta$ -функция рассматриваемой модели зависит от условия нормировки, которое используется для полей материи. В частности, совершая в перенормированном действии масштабное преобразование, приводящее поля материи к каноническому условию нормировки, на двухпетлевом уровне удается получить точную  $\beta$ -функцию, которая для  $N = 1$  суперсимметричной электродинамики записывается в виде

$$\beta(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\pi} (1 - \gamma(\alpha)),$$

где  $\gamma(\alpha)$  — аномальная размерность суперполя материи.

Однако наиболее интересным является проверка этой формулы на трехпетлевом уровне, т.е. сравнение трехпетлевого вклада в  $\beta$ -функцию с двухпетлевой аномальной размерностью, поскольку обе эти величины являются схемно зависимыми и результат сравнения, вообще говоря, зависит от используемой регуляризации и схемы вычитаний. Поэтому было бы интересно знать двухпетлевую аномальную размерность для различных регуляризаций (при использовании минимальных вычитаний), чтобы затем сравнивать ее с трехпетлевой  $\beta$ -функцией. Для размерной редукции и метода высших производных результат известен. Однако можно также рассмотреть наиболее простую регуляризацию при помощи обрезания петлевого импульса. Вообще говоря, такая регуляризация нарушает калибровоч-

ную инвариантность. Тем не менее можно построить схему перенормировки, приводящую к функциям Грина, которые будут автоматически удовлетворять тождествам Уорда как в обычных [16], так и в суперсимметричных [17] теориях. Конкретный расчет двухпетлевой  $\beta$ -функции для  $N = 1$  суперсимметричной электродинамики, регуляризованной обрезанием петлевого импульса, был выполнен в работе [18]. Вычисление двухпетлевой аномальной размерности проводится в настоящей работе.

### 1. $N = 1$ суперсимметричная электродинамика

$N = 1$  суперсимметричная электродинамика в суперпространстве описывается действием

$$S_0 = \frac{1}{4e^2} \operatorname{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} W_b + \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta \left( \phi^* e^{2V} \phi + \bar{\phi}^* e^{-2V} \bar{\phi} \right), \quad (1)$$

где  $\theta$  — антикоммутирующий майорановский спинор,  $C^{ab}$  — матрица зарядового сопряжения,  $e$  — константа связи. Через  $\phi$  и  $\bar{\phi}$  обозначены киральные суперполя, спинорные компоненты которых  $\psi$  и  $\bar{\psi}$  могут быть объединены в один дираковский спинор

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( (1 + \gamma_5)\psi + (1 - \gamma_5)\bar{\psi} \right).$$

Через  $V$  в действии (1) обозначено абелево вещественное суперполе, которое в качестве одной из компонент включает калибровочное поле  $A_\mu$ . Суперполе  $W_a$  является суперсимметричным аналогом тензора напряженности калибровочного поля и в абелевом случае определяется как

$$W_a = \frac{1}{16} \bar{D}(1 - \gamma_5) D [(1 + \gamma_5) D_a V],$$

где суперсимметричная ковариантная производная  $D$  записывается в виде

$$D = \frac{\partial}{\partial\theta} - i\gamma^\mu \theta \partial_\mu.$$

Квантование модели (1) детально описано в книге [19] и здесь не обсуждается. Необходимо только отметить, что калибровочная инвариантность фиксировалась добавлением явно суперсимметричных слагаемых

$$S_{gf} = -\frac{1}{64e^2} \int d^4x d^4\theta (V D^2 \bar{D}^2 V + V \bar{D}^2 D^2 V),$$

где

$$D^2 \equiv \frac{1}{2} \bar{D}(1 + \gamma_5) D; \quad \bar{D}^2 \equiv \frac{1}{2} \bar{D}(1 - \gamma_5) D.$$

После добавления таких членов, фиксирующих калибровку, кинетический член калибровочного поля записывается в наиболее простом виде

$$S_{\text{gauge}} + S_{gf} = \frac{1}{4e^2} \int d^4x d^4\theta V \partial^2 V.$$

А поскольку исследуемая модель является абелевой, то диаграммы с духовыми петлями отсутствуют.

В силу суперсимметричной калибровочной инвариантности

$$V \rightarrow V - \frac{1}{2}(A + A^+); \quad \phi \rightarrow e^A \phi; \quad \bar{\phi} \rightarrow e^{-A} \bar{\phi},$$

где  $A$  — произвольное скалярное киральное суперполе. Перенормированное действие рассматриваемой модели может быть представлено как

$$S_{\text{ren}} = \frac{1}{4e^2} Z_3(M/\mu) \operatorname{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} W_b + Z(M/\mu) \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta \left( \phi^* e^{2V} \phi + \bar{\phi}^* e^{-2V} \bar{\phi} \right), \quad (2)$$

причем

$$\frac{1}{e^2} Z_3(M/\mu) = \frac{1}{e_0^2},$$

где  $e_0$  — затравочная константа связи, которая не должна зависеть от параметра  $\mu$ ,  $M$  — импульс ультрафиолетового обрезания, а  $e = e(M/\mu)$  — перенормированная константа связи.

Построив выражение для  $S_{\text{ren}}$ , можно найти выражения для  $\beta$ -функции и аномальной размерности, которые в наших обозначениях определяются как

$$\beta = \frac{d}{d \ln \mu} \left( \frac{e^2}{4\pi} \right); \quad \gamma = \frac{d \ln Z}{d \ln \mu}.$$

Заметим, что определенные таким образом величины как функции  $e$ , вообще говоря, зависят от схемы перенормировки. Если представить  $\beta$  и  $\gamma$  в виде ряда по  $e^2$ , то схемно зависимыми окажутся коэффициенты  $\beta$ -функции начиная с третьего и коэффициенты  $\gamma$  начиная со второго.

### 2. Двухпетлевая аномальная размерность

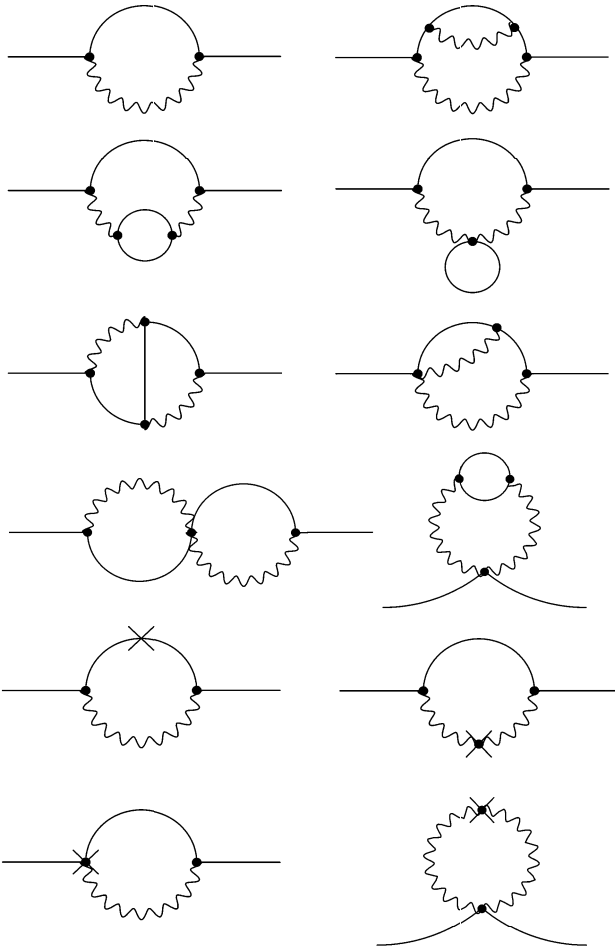
Однопетлевая аномальная размерность и  $\beta$ -функция для модели (1) записываются в виде (см., напр., [13])

$$\gamma(\alpha) = -\frac{\alpha}{\pi} + O(\alpha^2); \quad \beta(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\pi} (1 + O(\alpha)). \quad (3)$$

Результат (3) соответствует тому, что в схеме минимальных вычитаний контрчлены, необходимые для компенсации однопетлевых расходимостей, выбираются в виде

$$\Delta S_1 = -\frac{1}{16\pi^2} \ln \frac{M}{\mu} \operatorname{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} W_b + \frac{e^2}{16\pi^2} \ln \frac{M}{\mu} \int d^4x d^4\theta \left( \phi^* e^{2V} \phi + \bar{\phi}^* e^{-2V} \bar{\phi} \right).$$

Двухпетлевая аномальная размерность может быть получена после вычисления расходящихся двухпетлевых диаграмм с двумя внешними линиями суперполя  $V$ , показанными на рисунке. (На этом рисунке также приведена диаграмма, определяющая



Диаграммы Фейнмана, дающие нетривиальные вклады в двухпетлевую аномальную размерность суперсимметричной электродинамики  $N = 1$

однопетлевую аномальную размерность.) В результате вычисления этих двухпетлевых диаграмм после поворота Вика в евклидовом пространстве был получен следующий результат:

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma_{\phi}^{(2)} = & \int d^4\theta \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left( \phi^*(p) \phi(-p) + \tilde{\phi}^*(p) \tilde{\phi}(-p) \right) \times \\ & \times \left\{ - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^2}{2k^2(k+p)^2} + \right. \\ & + e^4 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 q^2 (q+p)^2} \times \\ & \times \left( \frac{1}{(k+p)^2} - \frac{1}{(k+p)^2(k+q+p)^2} + \frac{2}{(k+q)^2} \right) - \\ & \left. - \frac{e^4}{4\pi^2} \ln \frac{M}{\mu} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2(k+p)^2} \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\int^M d^4k \equiv \int_0^M dk k^3 \int_0^\pi d\theta_1 \sin^2 \theta_1 \int_0^\pi d\theta_2 \sin \theta_2 \int_0^{2\pi} d\theta_3,$$

$(k, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$  — четырехмерные сферические координаты, а  $M$  — импульс ультрафиолетового обрезания.

После вычисления интегралов было получено, что

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2(k+p)^2} &= \frac{1}{8\pi^2} \left( \ln \frac{M}{p} + \frac{1}{2} \right), \\ \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2(q+p)^2 k^2(k+q)^2} &= \\ &= \frac{1}{(8\pi^2)^2} \left( \frac{1}{2} \ln^2 \frac{M}{p} + \ln \frac{M}{p} + \frac{1}{2} \right), \\ \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{(k+q+2p)^2}{q^2(q+p)^2 k^2(k+p)^2(k+q+p)^2} &= \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2(q+p)^2 k^2(k+p)^2} + O(1). \end{aligned}$$

Поэтому для компенсации расходимостей в формуле (4) в схеме минимальных вычитаний необходимо добавить контрчлены

$$\begin{aligned} \Delta S_{\phi}^{(2)} = & \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta \left( \phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi} \right) \times \\ & \times \left\{ \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{M}{\mu} + \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln^2 \frac{M}{\mu} - \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln \frac{M}{\mu} \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\alpha = e^2/4\pi.$$

(В используемой схеме вычитаний при  $M = \mu$  контрчлены полагаются равными 0.) Поэтому функция  $Z$  в формуле (2) оказывается равной

$$Z(M/\mu) = 1 + \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{M}{\mu} + \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln^2 \frac{M}{\mu} - \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln \frac{M}{\mu} + O(\alpha^3), \quad (6)$$

что соответствует

$$\gamma(\alpha) = -\frac{\alpha}{\pi} + \frac{\alpha^2}{\pi^2} + O(\alpha^3). \quad (7)$$

Эта двухпетлевая аномальная размерность не совпадает с результатами, полученными при помощи размерной редукции и  $\overline{MS}$ -схемы [5] и при помощи метода высших производных [13, 14] в схеме вычитаний, аналогичной используемой в данной работе. Однако в рассматриваемом случае не было необходимости ожидать совпадения результатов, поскольку двухпетлевая аномальная размерность является схемно зависимой. Более интересно сравнение полученного результата с трехпетлевой  $\beta$ -функцией, вычисленной в предложенной схеме при использовании канонического условия нормировки для суперполей материи.

### Заключение

Основным результатом данной работы является выражение для двухпетлевой аномальной размерности в  $N = 1$  суперсимметричной электродинамике, регуляризованной при помощи обрезания петлевого импульса. При этом перенормировка проводилась

при помощи добавления контрчленов, которые строятся по расходящейся части эффективного действия так, чтобы при  $M = \mu$  они были бы равны 0. Поскольку двухпетлевая аномальная размерность является схемно зависимой, то при использовании такой схемы перенормировки она должна также зависеть от используемой регуляризации. При этом физические величины, несомненно, являются схемно независимыми, поскольку добавление в теорию некоторых контрчленов может быть скомпенсировано изменением значения перенормированной константы связи так, чтобы затравочная константа связи осталась бы неизменной. В принципе если потребовать, чтобы вычеты перенормированных функций Грина в полюсах на физических массах были бы равны 1, то и аномальная размерность также станет независимой от регуляризации. Однако это уже будет соответствовать фиксации произвола в выборе схемы вычитаний. Поскольку в данной работе такое требование не накладывалось, то результат оказывается отличным от результатов, полученных при помощи методов размерной редукции [5] и высших ковариантных производных [13, 14]. Тем не менее в силу схемной зависимости совпадение результатов и не должно ожидать. Заметим при этом, что дважды логарифмические слагаемые в константе перенормировки полей материи (см. формулу (6)) оказались независимыми от произвола в выборе регуляризации и согласуются с предсказаниями метода ренормгруппы, что можно рассматривать как проверку правильности вычислений.

## Литература

1. Novikov V., Shifman M., Vainstein A., Zakharov V. // Phys. Lett. 1985. **B166**. P. 329.
2. Вайнштейн А., Захаров В., Шифман М. // Ядерная физика. 1986. **43**. С. 1596.
3. Shifman M., Vainstein A. // Nucl. Phys. 1986. **B277**. P. 456.
4. Avdeev L., Tarasov O. // Phys. Lett. 1982. **B112**. P. 356.
5. Jack I., Jones D., North C. // Nucl. Phys. 1996. **B473**. P. 308.
6. Jack I., Jones D., North C. // Phys. Lett. 1996. **B386**. P. 138.
7. Jack I., Jones D. // E-print: hep-ph/9707278.
8. Jack I., Jones D.R.T., North C.G. // Nucl. Phys. 1997. **B 486**. P. 479.
9. Славнов А. // ТМФ. 1975. **23**. С. 3.
10. Bukeev T., Slavnov A. // Mod. Phys. Lett. 1996. **A11**. P. 1539.
11. Пронин П., Степаньянц К. // ТМФ. 1998. **114**. С. 137.
12. Pronin P., Stepanyantz K. // Phys. Lett. 1997. **B414**. P. 117.
13. Soloshenko A., Stepanyantz K. // E-print hep-th/0204113.
14. Солошенко А., Степаньянц К. // ТМФ. 2003. **134**. С. 430.
15. Arkani-Hamed N., Mirayama H. // E-print: hep-th/9707133.
16. Slavnov A. // Phys. Lett. 2001. **B518**. P. 195.
17. Slavnov A.A., Stepanyantz K. // E-print hep-th/0208006.
18. Пронин П.И., Розентул Б.А., Степаньянц К.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2002. № 4. С. 17. (Moscow University Phys. Bull. 2002. No. 4. P. 18).
19. Уэст П. Введение в суперсимметрию и супергравитацию, М.: Мир, 1989.

Поступила в редакцию  
03.12.02

## АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.186

### ВЛИЯНИЕ ДВУКРАТНОЙ ПЕРЕЗАРЯДКИ НА УСТАНОВЛЕНИЕ ЗАРЯДОВОГО РАВНОВЕСИЯ В ИОННЫХ ПУЧКАХ

Ю. А. Белкова, Я. А. Теплова, И. С. Дмитриев

(НИИЯФ)

E-mail: teplova@anna19.npi.msu.su

На основе экспериментально измеренных зарядовых распределений  $F_i$ , полученных в ионном пучке после прохождения тонких целлюлоидных пленок различной толщины, рассчитываются сечения перезарядки быстрых ионов с учетом перехода как одного, так и двух электронов одновременно. Представлены результаты расчетов средних зарядов  $\hat{I}$  и равновесной толщины  $t_{eq}$  для ионов Ве, В, N и O, имеющих различные начальные заряды и скорость  $V = 3.6$  а.е. Показано, что учет потери и захвата двух электронов приводит к более быстрому установлению зарядового равновесия.

#### Введение

В предыдущих работах процессы перезарядки ионов легких элементов рассматривались на основе экспериментальных результатов по определению

зарядовых фракций  $F_i$ , где  $i$  — заряд ионов, при прохождении ионного пучка через газовые [1, 2] и твердые мишени [3, 4]. Найденные «эффективные» значения сечений потери и захвата электронов ионами Ве, В, N и O после прохождения тонких цел-