

которых происходит перемагничивание образцов вдоль оси легкого намагничивания, т.е. положение пиков МИ отражает магнитомягкость изучаемых образцов. Эти результаты свидетельствуют о том, что в данном случае основной физической причиной появления МИ являются процессы вращения намагниченности. Максимальное значение МИ для образцов № 1 и 2 равно 25 и 120% соответственно. Увеличение МИ во второй ленте можно объяснить значительным улучшением однородности ее локальных магнитных свойств. Этот экспериментальный факт хорошо согласуется с данными работы [12], где показано, что с усилением дисперсии магнитной анизотропии в аморфных материалах значение магнитоимпеданса должно уменьшаться.

Заключение

В работе получен экспериментальный материал, подтверждающий тот факт, что сканирующая Керр микроскопия позволяет получать детальную информацию о микромагнитной структуре и процессах перемагничивания аморфных материалов. Выполненные исследования показали, что существенное улучшение магнитомягких характеристик и значительное повышение магнитоимпеданса в аморфных лентах может быть достигнуто рациональным выбором прекурсора расплава, прошедшего в свою очередь специальную термическую обработку.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 01-03-32986 и 02-02-16627), Исследовательского центра прикладных магнитных мате-

риалов (ReSAMM, Дейжон, Южная Корея), а также Институтом политики, развития и планирования науки и технологии в Корею.

Литература

1. Manov V., Brook-Levinson E., Molokanov V.V. et al. // Proc. Symp. Mater. Res. Soc. 1999. **554**. P. 81.
2. Молоканов В.В., Петржик М.И., Михайлова Т.Н. и др. // Металлы. 1999. № 6. С. 100.
3. Калита В.И., Комлев Д.И., Молоканов В.В. // Физика и химия обраб. матер. 1997. № 1. С. 118.
4. Panina L.V., Mohri K. // J. Magn. Magn. Mater. 1996. **157–158**. P. 137.
5. Machado F.L.A., Martins C.S., Rezende S.M. // Phys. Rev. 1995. **B51**. P. 3926.
6. Shalyguina E.E., Shin K.H., Abrosimova N.M. // J. Magn. Magn. Mater. 2002. **239**. P. 252.
7. Vavassori P., Callegaro L., Puppini E. et al. // J. Magn. Magn. Mater. 1996. **157–158**. P. 171.
8. Shalyguina E.E., Tsidaeva N.I., Bekoeva L.M. // J. Phys. IV France. 1998. **8**. Pr2–155.
9. Shalyguina E.E., Tsidaeva N.I., Bekoeva L.M. // Sens. Actuat. 2000. **216–218**. P. 216.
10. Shalyguina E.E., Bekoeva L.M., Shin K.H. // J. Magn. Magn. Mater. 2000. **215–216**. P. 472.
11. Судзуки К., Фудзимори Х., Хасимото К. // Аморфные металлы. М., 1987.
12. Panina L.V., Mohri K., Uchiyama T., Noda M. // IEEE Trans. Magn. 1995. **31**. P. 1249.

Поступила в редакцию
16.01.03

УДК 621.315.592

ОСОБЕННОСТИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПРЫЖКОВОГО ПЕРЕНОСА ЭЛЕКТРОНОВ С УЧАСТИЕМ ФОНОНОВ В СВЕРХРЕШЕТКАХ С КОНТРОЛИРУЕМЫМ БЕСПОРЯДКОМ

К. Е. Борисов, И. П. Звягин, А. Г. Миронов

(кафедра физики полупроводников)

E-mail: scon281@phys.msu.su

Вычислен темп прыжковых переходов, определяющий проводимость с участием фононов для сверхрешеток с вертикальным беспорядком, и получена температурная зависимость важного параметра теории прыжкового переноса — предэкспоненциального множителя (т.е. частоты попыток перескока) в выражении для темпов переходов. Показано, что частота попыток перескока может существенно зависеть от температуры, причем эта зависимость меняется от квадратичной (при высоких температурах в области классической статистики фононов) до линейной при низких температурах.

Введение

Сверхрешетки с контролируемым беспорядком (СРКБ) представляют собой структуры с множественными квантовыми ямами, в которых беспорядок искусственно создается в процессе роста путем

контролируемого изменения ширины ям в соответствии с некоторой заданной функцией распределения уровней размерного квантования [1]. Подобные квазиодномерные структуры могут служить удобным объектом для экспериментального исследования ло-

кализации, кулоновских эффектов и прыжкового переноса вдоль оси роста системы (вертикального переноса). Большая часть исследований вертикальной проводимости проводилась на СРКБ GaAs/GaAlAs, легированных кремнием, как оптическими методами, так и путем прямых измерений проводимости. При этом оказалось, что объяснение низкотемпературных особенностей наблюдаемых эффектов в рамках стандартной модельной теории прыжковых явлений переноса сталкивается с определенными трудностями [2], и возникает необходимость построения теории, учитывающей особенности электронных состояний и электронных переходов в рассматриваемых системах. Один из важных параметров теории прыжкового переноса — предэкспоненциальный множитель в выражении для темпов прыжков, который, как правило, принимается равным «частоте попыток перескока» или характерной частоте колебательных мод. Основная цель настоящей работы состоит в расчете предэкспоненциального множителя и его температурной зависимости для СРКБ с учетом реальных особенностей электрон-фононного взаимодействия в таких структурах.

Постановка задачи

В СРКБ при наличии вертикального (в направлении оси роста структуры Oz) беспорядка электронные состояния локализованы в направлении оси структуры и отвечают свободному движению электронов вдоль границ раздела. Волновые функции $\Psi_{\lambda\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ и энергии $\varepsilon_{\lambda\mathbf{k}}$ этих состояний можно записать в виде

$$\Psi_{\lambda\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \phi_{\lambda}(z) \exp\{i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}\}, \quad \varepsilon_{\lambda\mathbf{k}} = \varepsilon_{\lambda} + \hbar^2 k^2 / 2m, \quad (1)$$

где S — площадь образца; $\mathbf{r} = \{\boldsymbol{\rho}, z\}$; $\boldsymbol{\rho}$ — двумерный радиус-вектор в плоскости границы раздела; z — координата вдоль оси роста СР; \mathbf{k} — двумерный квазиволновой вектор, $\phi_{\lambda}(z)$ и ε_{λ} — волновая функция и энергия состояния λ соответственно для одномерной задачи с потенциалом $V(z) = \sum V_i(z)$, описывающим модуляцию края зоны проводимости в СР; $V_i(z)$ — потенциал изолированной i -й ямы СР (мы полагаем $V_i(z) = 0$ в области барьеров); m — эффективная масса. При наличии беспорядка состояния $\phi_{\lambda}(z)$ локализованы, и перенос вдоль оси Oz может быть прыжковым, т. е. осуществляться путем туннелирования между различными состояниями $\{\lambda, \mathbf{k}\}$. Когда вертикальный беспорядок достаточно велик, электронные состояния локализованы вблизи отдельных квантовых ям СР, а уровни ε_{λ} близки к уровням размерного квантования, полученным для изолированных квантовых ям. В дальнейшем мы рассмотрим именно этот случай, причем будем считать квантовые ямы узкими, так что можно ограничиться обсуждением лишь низшей подзоны размерного квантования в каждой из ям [2].

Перенос вдоль оси структуры определяется квантовым кинетическим уравнением, содержащим интегральные темпы переходов между ямами λ и λ' , получаемые путем суммирования темпов переходов между состояниями $\{\lambda, \mathbf{k}\}$ и $\{\lambda', \mathbf{k}'\}$ по всем состояниям с квазиволновыми векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}' [3]. Поскольку темпы переходов между состояниями, соответствующими одному и тому же индексу λ , значительно превышают темпы переходов между состояниями разных ям, в отдельных ямах устанавливается квазиравновесие, а интегральный темп переходов между квантовыми ямами λ и λ' принимает вид [3]

$$\Gamma_{\text{ph}}^{\lambda\lambda'} = \frac{S^2}{(2\pi)^4} \int d\mathbf{k} \int d\mathbf{k}' W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') n_F(\varepsilon_{\lambda\mathbf{k}}) \times [1 - n_F(\varepsilon_{\lambda'\mathbf{k}'})], \quad (2)$$

где $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ — вероятность переходов с участием фононов между состояниями $\{\lambda, \mathbf{k}\}$ и $\{\lambda', \mathbf{k}'\}$, а $n_F(\varepsilon_{\lambda\mathbf{k}})$ — функция Ферми. Вероятность переходов с поглощением акустических фононов имеет стандартный вид

$$W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{E_{ac}^2}{4\pi^2 \rho} \int d\mathbf{q} \frac{1}{\omega_q} \frac{q^2}{\exp\left(\frac{\varepsilon_{\lambda'\mathbf{k}'} - \varepsilon_{\lambda\mathbf{k}}}{kT}\right) - 1} \times \delta(\varepsilon_{\lambda'\mathbf{k}'} - \varepsilon_{\lambda\mathbf{k}} - \hbar\omega_q) |\langle \Psi_{\lambda'\mathbf{k}'}(\mathbf{r}) | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \Psi_{\lambda\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \rangle|^2, \quad (3)$$

где E_{ac} — константа потенциала деформации, ρ — плотность кристалла, $\omega_q = sq$ — частота акустических фононов с квазиволновым вектором \mathbf{q} , s — скорость звука; аналогично записывается и вероятность переходов с испусканием фононов.

Вероятность (3) содержит квадрат модуля матричного элемента

$$|\langle \Psi_{\lambda'\mathbf{k}'}(\mathbf{r}) | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \Psi_{\lambda\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \rangle|^2 = |\langle \phi_{\lambda'}(z) | e^{iq_z z} | \phi_{\lambda}(z) \rangle|^2 \cdot \delta_{\mathbf{k}' - \mathbf{k}, \mathbf{q}_{\parallel}}, \quad (4)$$

где \mathbf{q}_{\parallel} — продольная (вдоль плоскости слоев) составляющая квазиволнового вектора фонона. Стационарную локализованную функцию $\phi_{\lambda}(z)$ можно представить в виде линейной комбинации одноямных («атомных») волновых функций $\chi_i(z)$, соответствующих состояниям электрона в изолированных квантовых ямах (i — номер квантовой ямы), причем в случае сильного беспорядка (слабой гибридизации) каждая из функций $\phi_{\lambda}(z)$ близка к соответствующей функции $\chi_i(z)$. Физически обоснованный выбор базисных функций (гибридизованные или одноямные) зависит от соотношения между временем гибридизации (временем когерентного распространения электрона между ямами) τ_h и временем срыва фазы τ_{ϕ} . Если $\tau_h \ll \tau_{\phi}$, то при вычислении вероятностей переходов между ямами в качестве базисных функций следует выбирать гибридизованные волновые функции.

Время срыва фазы в нашей системе определяется внутриямным рассеянием с участием фононов. Рас-

чет этого времени для гетероструктур GaAs/GaAlAs дает величину порядка 10^{-10} с [4]. С другой стороны, время гибридизации есть величина порядка периода осцилляций электронной плотности между соседними квантовыми ямами, который можно оценить, решая задачу о когерентных переходах электрона между квантовыми ямами при условии, что в начальный момент времени электрон локализован в первой квантовой яме, т. е. находится в состоянии, описываемом волновой функцией χ_1 [5, 6]. При условии, что разность энергий уровней много больше интегралов переноса $|\varepsilon_2 - \varepsilon_1| \gg |\langle \chi_1 | V_1 | \chi_2 \rangle|$, $|\langle \chi_2 | V_2 | \chi_1 \rangle|$, получаем $\tau_h \approx \frac{\hbar}{2|\varepsilon_2 - \varepsilon_1|}$. Для рассматриваемых СРКБ характерные расстояния между уровнями размерного квантования превышают 10 мэВ [2] и оценка времени гибридизации дает $\tau_h \leq 10^{-13}$ с. Таким образом, время гибридизации значительно меньше времени сбоя фазы, и при расчете вероятностей прыжков между ямами мы будем использовать гибридизованные волновые функции $\phi_\lambda(z)$.

Расчет темпов переходов

Перейдем к непосредственному расчету интегральных темпов переходов. Выражения (2), (3) можно записать в виде

$$\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} = \frac{SE_{ac}^2}{(2\pi)^3} \frac{1}{\rho s^2 \hbar} \int_0^\infty k dk \int_0^\infty k' dk' \int_0^{2\pi} d\theta \times \\ \times \left(\frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}'} - \varepsilon_{1\mathbf{k}}}{\hbar s} \right)^2 \frac{n_F(\varepsilon_{1\mathbf{k}})[1 - n_F(\varepsilon_{2\mathbf{k}'})]}{\exp\left(\frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}' - \varepsilon_{1\mathbf{k}}}}{kT}\right) - 1} \times \\ \times \frac{|\langle \phi_2(z) | e^{iq_z(\theta)z} | \phi_1(z) \rangle|^2}{q_z(\theta)}, \quad (5)$$

где θ — угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}' , а $q_z(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}' - \varepsilon_{1\mathbf{k}}}}{\hbar s}\right)^2 - k'^2 - k^2 - k'k \cos \theta}$.

В рассматриваемом случае расстояние между уровнями $|\varepsilon_2 - \varepsilon_1|$ достаточно велико, так что $\left(\frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}' - \varepsilon_{1\mathbf{k}}}}{\hbar s}\right)^2 - k'^2 - k^2 \gg k'k$ как для горизонтальных, так и для существенно неупругих переходов. Соответственно функция $q_z(\theta)$ почти не зависит от θ (положим $q_z(\theta) \approx q_z(\pi/2)$), и интеграл по θ легко вычислить [7]. В результате получаем

$$\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} = \frac{SE_{aq}^2}{(2\pi)^3} \frac{2\pi}{\rho s^2 \hbar} \int k_1 dk_1 \int k_2 dk_2 \left(\frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}'} - \varepsilon_{1\mathbf{k}}}{\hbar s} \right)^2 \times \\ \times \frac{n_F(\varepsilon_{1\mathbf{k}})[1 - n_F(\varepsilon_{2\mathbf{k}'})]}{\exp\left(\frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}' - \varepsilon_{1\mathbf{k}}}}{kT}\right) - 1} \frac{|\langle \phi_2(z) | e^{iq_z(\pi/2)z} | \phi_1(z) \rangle|^2}{q_z(\pi/2)}. \quad (6)$$

Как показано в Приложении, в случае когда уровни размерного квантования лежат выше уровня Ферми μ (так что $n_F(\varepsilon_{1\mathbf{k}}) \approx \exp\{-\varepsilon_{1\mathbf{k}} - \mu/kT\}$), выражение для интегрального темпа переноса можно

представить в виде

$$\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} \approx \frac{c(T)}{\sqrt{\gamma}} e^{-(\alpha+\beta)} \int_{f_0}^{u^*} du \frac{u e^u}{e^u - 1} |\langle \phi_2(z) | e^{iq_z z} | \phi_1(z) \rangle|^2, \quad (7)$$

где $\alpha = \frac{\varepsilon_1 - F}{kT}$, $\beta = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{kT}$, $u^* = T_0/T$, $T_0 = 2\pi\hbar s/a$, $\gamma = \frac{kT}{2ms^2} = \frac{v_{\text{therm}}^2}{s^2}$, $q_z \approx kTu/(\hbar s)$, $f_0 \approx \sqrt{\beta/\gamma}$, $c(T) = \frac{E_{ac}^2}{4} \left(\frac{m}{\pi\hbar^2}\right)^2 \frac{\hbar^2 S}{\rho\sqrt{2mkT}} \left(\frac{kT}{\hbar s}\right)^4$ и $a = (a_1 + a_2)/2$, a_1 и a_2 — ширины рассматриваемых ям (для определенности считаем, что $a_1 > a_2$).

Рассмотрим две разные области температур, в которых можно аппроксимировать выражение (7).

1. Случай низких температур $T \ll T_0$ (это соответствует условию $\lambda_T \gg a$, где $\lambda_T \approx 2\pi\hbar s/kT$). В этом случае область $u \in [f_0, u^*]$, дающая основной вклад в интеграл, соответствует значениям $u \geq 1$ и выражение, стоящее под интегралом, можно приближенно записать в виде $\frac{u e^u}{e^u - 1} \approx u$. Тогда

$$\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} \approx \frac{c(T)}{\sqrt{\gamma}} e^{-(\alpha+\beta)} I_2 \left(\frac{\hbar s \pi}{kT a} \right)^2, \quad (8)$$

где

$$I_2 = \int_{x_1}^{x_2} x M(x) dx,$$

$$M(x) = |\langle \phi_2(z) | \exp(i\pi x z/a) | \phi_1(z) \rangle|^2,$$

$x_1 \approx \frac{a}{\pi} \sqrt{2m(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}/\hbar$, $x_2 \approx \frac{a}{\hbar s \pi} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$ — выражения, определяемые только параметрами структуры и не зависящие от температуры. Подставляя в (8) температурные зависимости величин α , β , γ и $C(T)$, получаем $\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} \sim T \exp(-\frac{\varepsilon_2 - \mu}{kT})$.

2. Случай высоких температур $T > T_0$ ($\lambda_T < a$). При этом $u < 1$, т. е. $\frac{u e^u}{e^u - 1} \approx 1$ и

$$\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} \approx \frac{c(T)}{\sqrt{\gamma}} e^{-(\alpha+\beta)} I_1 \left(\frac{\hbar s \pi}{kT a} \right), \quad (9)$$

где интеграл $I_1 = \int_{x_1}^{x_2} dx M(x)$ не зависит от температуры.

Соответственно в этом случае $\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} \sim T^2 \exp(-\frac{\varepsilon_2 - \mu}{kT})$. Полагая $a = 7$ нм и $s = 3.7 \times 10^5$ см/с, получаем, что для рассматриваемых структур GaAs/GaAlAs характерная температура T_0 примерно равна 20 К.

Обсуждение результатов

Множитель перед активационной экспонентой в выражении для темпов переходов зависит от перекрытия волновых функций рассматриваемых ям, т. е. экспоненциально зависит от длины туннелирования. В стандартной теории прыжкового переноса с участием фононов предэкспоненциальный множитель, фигурирующий перед экспоненциальной функцией,

содержащей как длину туннелирования, так и энергии состояний, обычно не вычисляют, а полагают постоянным и равным «частоте попыток перескока» [8]. Однако проведенный расчет показывает, что частота попыток перескока зависит от температуры (ее температурная зависимость совпадает с соответствующей зависимостью множителя перед активационной экспонентой), причем эта зависимость различна в разных температурных областях. Обсудим физические причины изменения этой температурной зависимости.

Отметим, что законы сохранения энергии и квазиимпульса

$$\begin{aligned} \hbar\omega_q &= \varepsilon_2 + \frac{\hbar^2 k'^2}{2m} - \varepsilon_1 - \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \\ \mathbf{q}_{\parallel} &= \mathbf{k}' - \mathbf{k} \end{aligned} \quad (10)$$

(см. (3), (4)) накладывают ограничения на волновые векторы фононов, участвующих в межъямных переходах. Для переходов на дно верхней ямы можно положить $k' \approx 0$, и из законов сохранения (10) получаем

$$\hbar s \sqrt{q_z^2 + q_{\parallel}^2} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \frac{\hbar^2 q_{\parallel}^2}{2m}. \quad (11)$$

Уравнение (11) есть уравнение эллипсоида в \mathbf{q} -пространстве. Фактически энергии конечных состояний лежат в слое шириной порядка kT , так что $k'^2 \sim mkT/\hbar^2$, и в вертикальных переходах участвуют квазидвумерные фононы, для которых значения \mathbf{q} лежат в некотором слое вблизи этого эллипсоида. Эффективная плотность состояний таких фононов $D_{\text{ph}} \sim \omega \cdot kT$.

Интегральный темп перехода (5) схематически можно представить в виде

$$\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} \sim \int d\omega \cdot N_{\text{ph}}(\omega) n_F(\varepsilon_2 - \hbar\omega) D_{\text{ph}} M(\omega/s),$$

где интеграл берется по всем возможным энергиям фононов, допускаемым законами сохранения (10), $n_F(\varepsilon_2 - \hbar\omega)$ — функция заполнения начального состояния, $N_{\text{ph}}(\omega)$ — функция распределения фононов. Как показано в Приложении, основной вклад в вертикальный перенос носителей дают акустические фононы с энергиями $\hbar\omega < kT_0$; последнее неравенство означает, что существенную роль играют лишь акустические фононы с длиной волны, превышающей характерный размер квантовых ям. При температурах выше T_0 , когда $\frac{\hbar\omega}{kT} < 1$ (классическая статистика фононов), имеем $N_{\text{ph}}(\omega) \approx kT/(\hbar\omega)$. Поскольку $n_F(\varepsilon_2 - \hbar\omega) \approx \exp(-\frac{\varepsilon_2 - \mu}{kT})$, в этом случае получаем $\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} \sim T^2 \exp(-\frac{\varepsilon_2 - \mu}{kT}) \int d\omega \cdot M(\omega)$, где интеграл не зависит от температуры. В случае низких температур $T \ll T_0$, когда в основной области интегрирования $\frac{\hbar\omega}{kT} > 1$, функция распределения фононов принимает вид $N_{\text{ph}}(\omega) \approx \exp(-\frac{\hbar\omega}{kT})$,

и, поскольку $n_F(\varepsilon_2 - \hbar\omega) = \exp(-\frac{\varepsilon_2 - \mu}{kT}) \exp(\frac{\hbar\omega}{kT})$, находим $n_F(\varepsilon_2 - \hbar\omega) N_{\text{ph}}(\omega) \approx \exp(-\frac{\varepsilon_2 - \mu}{kT})$. В этом случае $\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} \sim kT \exp(-\frac{\varepsilon_2 - \mu}{kT}) \int d\omega \cdot \omega M(\omega)$.

Работа выполнена при поддержке программы «Интеграция» (проект ИО2908/1040) и РФФИ (грант 03-02-17378).

Приложение

Вводя переменные $u = \frac{\varepsilon_2 k' - \varepsilon_1 k}{kT}$ и $v = \frac{\varepsilon_2 k' - \mu + \varepsilon_1 k - \mu}{2kT}$, мы можем переписать выражение (6) в виде

$$\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} = c(T) \int_{\alpha+\beta/2}^{\infty} dv \int_{f(v)}^{\infty} du \frac{e^{\frac{u}{2}} e^{-v} u^2}{e^u - 1} \times \frac{|\langle \phi_2(z) | e^{iq_z z} | \phi_1(z) \rangle|^2}{\sqrt{\gamma u^2 - 2v + 2\alpha + \beta}}, \quad (12)$$

где $q_z = \sqrt{2mkT(\gamma u^2 - 2v + 2\alpha + \beta)}/\hbar$, а $f(v) = \max(2(\alpha + \beta - v), \sqrt{(2v - 2\alpha - \beta)/\gamma})$. Минимальное значение функции $f(v)$ равно $f_0 = (-1 + \sqrt{1 + 4\beta\gamma})/(2\gamma)$. Поскольку $\beta\gamma = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/(2ms^2) \gg \gg 1$, имеем $f_0 \approx \sqrt{\beta/\gamma}$.

Вклад в интеграл по v дает область значений $v \in (\alpha + \beta/2, \alpha + \beta/2 + 1)$. В этом случае $\gamma u^2 \gg v - \alpha + \beta/2$ для любых значений u , и для оценки можно положить $\sqrt{\gamma u^2 - 2v + 2\alpha + \beta} \approx \sqrt{\gamma} u$ и $q_z \approx kT u / (\hbar s)$. Это дает возможность вычислить интеграл по v в выражении (12). В результате получаем

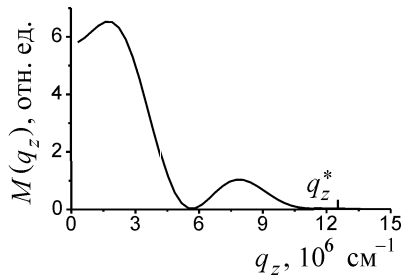
$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{ph}}^{(12)} &\approx \frac{c(T)}{\sqrt{\gamma}} e^{-\alpha} \left[e^{-\beta} \int_{f_0}^{\beta} du \frac{u e^u}{e^u - 1} |\langle \phi_2(z) | e^{iq_z z} | \phi_1(z) \rangle|^2 + \right. \\ &\quad \left. + \int_{\beta}^{\infty} du \frac{u}{e^u - 1} |\langle \phi_2(z) | e^{iq_z z} | \phi_1(z) \rangle|^2 \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Вне квантовых ям и в области барьера между квантовыми ямами волновые функции быстро затухают. Кроме того, одна из гибридных волновых функций является антисимметричной и в области барьера обращается в нуль. Это приводит к тому, что в области барьера матричный элемент мал, и вкладом этой области при вычислении квадрата модуля матричного элемента $M(q_z) = |\langle \phi_2(z) | e^{iq_z z} | \phi_1(z) \rangle|^2$ можно пренебречь. В результате получаем

$$\begin{aligned} M(q_z) &= \left| \alpha_1 B_1^2 \frac{a_1}{2} \left[e^{\frac{iq_z a_1}{2}} \frac{\sin(\frac{q_z a_1}{2})}{\frac{q_z a_1}{2}} - \right. \right. \\ &\quad - \frac{e^{i2\delta_1}}{2} e^{\frac{i(q_z + 2\kappa_1) a_1}{2}} \frac{\sin(\frac{(q_z + 2\kappa_1) a_1}{2})}{\frac{(q_z + 2\kappa_1) a_1}{2}} - \\ &\quad \left. - \frac{e^{-i2\delta_1}}{2} e^{\frac{i(q_z - 2\kappa_1) a_1}{2}} \frac{\sin(\frac{(q_z - 2\kappa_1) a_1}{2})}{\frac{(q_z - 2\kappa_1) a_1}{2}} \right] + \\ &\quad \left. + e^{iq_z(a_1+b)} \alpha_2 B_2^2 \frac{a_2}{2} \left[e^{\frac{iq_z a_2}{2}} \frac{\sin(\frac{q_z a_2}{2})}{\frac{q_z a_2}{2}} - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left[-\frac{e^{i2\delta_2}}{2} e^{\frac{i(q_z+2\kappa_2)a_2}{2}} \frac{\sin\left(\frac{(q_z+2\kappa_2)a_2}{2}\right)}{\frac{(q_z+2\kappa_2)a_2}{2}} - \frac{e^{-i2\delta_2}}{2} e^{\frac{i(q_z-2\kappa_2)a_2}{2}} \frac{\sin\left(\frac{(q_z-2\kappa_2)a_2}{2}\right)}{\frac{(q_z-2\kappa_2)a_2}{2}} \right]^2, \quad (14)$$

где κ_j , δ_j , B_j — коэффициенты, определяющие значение волновой функции в j -й квантовой яме $\chi_j(z) = B_j \sin(\kappa_j z + \delta_j)$, a_j — ширина j -й квантовой ямы, b — ширина барьера, α_j — параметры, определяющие гибридизацию волновых функций $\phi_1(z) = \chi_1(z) + \alpha_2 \chi_2(z)$ и $\phi_2(z) = \chi_2(z) + \alpha_1 \chi_1(z)$ [9]. Зависимость квадрата модуля матричного элемента $M(q_z)$ от q_z изображена на рисунке. Как видно из рисунка и из формулы (14), величина $M(q_z)$ существенно отлична от нуля в области $q_z \leq q_z^*$, где $q_z^* \approx 2\pi/a$ и $a = (a_1 + a_2)/2$. Соответственно основной вклад в (13) дает область $u \in [f_0, u^*]$, где $u^* = \frac{\hbar s}{kT} q_z^* \approx \frac{\hbar s 2\pi}{kT a}$. Соответственно выражение (13)



Зависимость квадрата модуля матричного элемента от q_z при $m = 0.07m_0$ (m_0 — масса свободного электрона), $a_1 = 7$ нм, $a_2 = 5.9$ нм и $b = 4$ нм

принимает вид

$$\Gamma_{\text{ph}}^{(12)} \approx \frac{c(T)}{\sqrt{\gamma}} e^{-(\alpha+\beta)} \int_{f_0}^{u^*} du \frac{u e^u}{e^u - 1} |\langle \phi_2(z) | e^{iq_z z} | \phi_1(z) \rangle|^2. \quad (15)$$

Отметим, что $u = \hbar\omega/kT$, и область интегрирования соответствует области энергий акустических фононов $\sqrt{2ms^2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} < \hbar\omega < kT_0$.

Литература

1. Chomette A., Deveaud B., Regreny A., Bastard G. // Phys. Rev. Lett. 1986. **57**, No. 12. P. 1464.
2. Richter G., Stolz W., Thomas P. et. al. // Superlattices and Microstructures. 1997. **22**, No. 4. P. 475.
3. Zvyagin I.P., Ormont M.A., Borisov K.E. // Nanotechnology. 2000. **11**. P. 375.
4. Ferreira R., Bastard G. // Phys. Rev. 1989. **B40**, No. 2. P. 1074.
5. Волков P.A., Чуйко A.Ф. // Изв. вузов, Физика. 1989. **9**. С. 87.
6. Juang C. // Phys. Rev. 1991. **B44**, No. 19. P. 10706.
7. Wang Lin-Wang, Zunger A., Mäder K.A. // Phys. Rev. 1996. **B53**, No. 4. P. 2010.
8. Мотт Н., Дэвис Э. Электронные процессы в некристаллических веществах. М., 1982.
9. Ridley B.K. // J. Phys. C: Solid St. Phys. 1982. **15**. P. 5899.

Поступила в редакцию
14.02.03

АСТРОНОМИЯ

УДК 530.12:517.958

УРАВНЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ВАЙДЬЯ

В. И. Григорьев, И. П. Денисова

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Решена задача о движении частиц в пространстве Вайдья, описывающем гравитационное поле звезд, излучающих сферически-симметрично безмассовые частицы. Найдены законы радиального движения массивных и безмассовых частиц в таком поле. Задача решена в параметрическом виде.

Одним из наиболее распространенных способов анализа точных решений уравнений Эйнштейна и выявления свойственных им гравитационных эффектов является, как известно, изучение геодезического движения, т. е. свободного движения частиц в пространстве-времени, задаваемом этим точным решением. Поэтому после открытия каждого нового точного решения уравнений ОТО обычно предпринимались достаточно энергичные усилия по интег-

рированию нелинейных уравнений, описывающих геодезическое движение.

В результате промежутков времени между открытием точного решения уравнений Эйнштейна и завершением анализа геодезического движения был, как правило, достаточно коротким. Это можно заметить, если проанализировать основные точные решения. Так, например, решение Шварцшильда, описывающее метрику, создаваемую статическим