Заключение

После удаления избыточных переменных гамильтониан во втором порядке имеет вид:

$$H = -i\frac{\partial}{\partial t}.$$

Аналогичный оператор для произвольной группы

$$H = -iA_0^p(a)\frac{\partial}{\partial a^p}.$$

Для поля $\psi(x)$ уравнение Гейзенберга

$$\frac{\partial Z}{\partial x^0} = i[HZ]$$

теперь выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial Z}{\partial x^0} = -A_0^p\frac{\partial Z}{\partial a^p}, \tag{2}$$

с граничными условиями

$$\psi(x)|_\Sigma = \hat{q}(x), \quad \psi_n(x)|_\Sigma = \hat{p}(x).$$

Решением уравнения (2) является функция вида

$$Z = Z(x^0 - A_0^p a^p).$$

Оператор поля $\psi(x)$ равен:

$$\psi_{st}(x) = gF_{st}(x') + \hat{\Phi}_{st}(x') + \hat{\phi}_{st_a}\frac{\partial}{\partial r_a} + \frac{1}{g}A_{st}(x',\tau),$$

где $\hat{\Phi}_{st}(x')$ — решение уравнений эволюции:

$$\hat{\Phi}_{st_n} = \frac{2a}{\sqrt{\hat{\Phi}}}\left(\hat{\Phi}_{nst} - \frac{1}{2}\hat{\Phi}_n\hat{\Phi}_{st}\right),$$

$$\hat{\Phi}_{nn}^{st} = \frac{a}{2\sqrt{\hat{\Phi}}}\left(\hat{\Phi}_{nkl}\hat{\Phi}_n^{kl} - \frac{1}{2}\hat{\Phi}_n^2\right)\hat{\Phi}^{st} - \\ - \frac{2a}{\sqrt{\hat{\Phi}}}\left(\hat{\Phi}_n^{st}\hat{\Phi}_n^{kl}\hat{\Phi}_{nkl} - \frac{1}{2}\hat{\Phi}_n\hat{\Phi}_n^{st}\right) - \\ - a\sqrt{\hat{\Phi}}\left(R^{st} - \frac{1}{2}\hat{\Phi}^{st}R\right) - \sqrt{\hat{\Phi}}\left(\hat{\Phi}^{sl}c_{;l}^t - \hat{\Phi}^{st}c_{;l}^l\right),$$

с граничными условиями на Σ:

$$\hat{\Phi}_{st} = \hat{Q}_{st}(x'), \quad \hat{\Phi}_t^{st} = \hat{P}^{st}(x').$$

Мы применили метод преобразований Боголюбова для квантования гравитационного поля в окрестности нетривиальной классической компоненты. Использование переменных Боголюбова позволило избежать проблемы нулевых мод.

Получено необходимое условие применимости теории возмущений, которым оказалось выполнение классических уравнений Эйнштейна.

Получено явное выражение для квантовой добавки оператора поля и вектора состояния.

Эти результаты могут быть применены для физически интересных классических решений, таких как метрика Керра, Шварцшильда и других точных решений уравнений Эйнштейна. Они требуют лишь большой вычислительной работы, оставаясь теми же по существу.

Литература

1. *Тимофеевская О.Д., Хрусталев О.А., Чичикина М.В.* // Вестн. Моск. ун-та. 2003. №4. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 2003. No. 4. P. 1).
2. *Тимофеевская О.Д., Хрусталев О.А., Чичикина М.В.* // Вестн. Моск. ун-та. 2003. №5. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 2003. No. 5. P. 1).

Поступила в редакцию
23.10.02

УДК 530.12.01; 530.145

МОДЕЛЬ НАРУШЕНИЯ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ С ГАЗОМ ФЕРМИВОДОВ

В. Ч. Жуковский, О. В. Тарасов

(*кафедра теоретической физики*)

E-mail: th180@phys.msu.su

Предложен механизм нарушения киральной симметрии (НКС) на основе калибровочных конфигураций (фермиводов), обладающих конечной плотностью фермионных нулевых мод. Эти конфигурации рассматриваются как случайные суперпозиции калибровочных полей, в которых фермион может распространяться вдоль четырехмерной траектории на произвольные расстояния без уменьшения амплитуды.

1. Как известно, конфайнмент и нарушение киральной симметрии (НКС) — два наиболее ярких непертурбативных явления квантовой хромодинамики (КХД) [1]. В работе [2] в качестве полевой конфигурации, обеспечивающей механизм НКС, выбран газ инстантонов и антиинстантонов, являющихся седловыми точками в континуальном интеграле [3], которым определяются величины, ответственные за

НКС. Существенный вклад в континуальный интеграл могут дать также конфигурации, далекие от классических решений. Так, решеточные эксперименты показали, что для описания конфайнмента (одного из основных непертурбативных явлений) существенны комбинации тонких центральных вихрей, действие которых в континуальной теории вообще расходится [4].

Хорошо известно, что нарушение киральной симметрии может быть индуцировано фермионными нулевыми модами. В последнее время обсуждались различные топологически нетривиальные конфигурации калибровочных полей с фермионными нулевыми модами, имеющие отношение к непертурбативным явлениям КХД, таким как конфайнмент и НКС (см. [4–8]). При этом возникает вопрос, существует ли класс калибровочных полей с конечной плотностью нулевых мод, достаточно большой для того, чтобы насытить такие функциональные средние, как, например, кварковый конденсат.

В работе [9] предложена модель так называемых фермиводов, в которых фермион движется вдоль одномерной кривой на произвольные расстояния без убывания амплитуды, и показано, что это — возможная предпосылка для НКС. В отличие от [9], где рассматривалась ситуация с большим числом решений типа нулевых мод для одного фермивода, в настоящей статье мы исследуем случай, когда существует хотя бы одно решение уравнения Дирака типа нулевой моды с большой, но конечной нормой, пропорциональной длине фермивода.

2. Отличный от нуля кварковый конденсат $\langle\bar{\psi}(x)\psi(x)\rangle \neq 0$ фактически является параметром порядка НКС. Согласно соотношению Бэнкса–Кэшера [10], величина кваркового конденсата во внешнем поле связана со спектральной плотностью в нуле оператора Дирака в этом поле $\bar{\rho}(\lambda)$:

$$\langle\bar{\psi}\psi\rangle = -\pi < \bar{\rho}(0)\rangle. \tag{1}$$

Поэтому интерес представляют такие конфигурации калибровочных полей, играющих существенную роль в формировании континуального интеграла, при которых $\bar{\rho}(\lambda)$ не стремится к нулю при малых λ (см. также [11]). В работе [2] в качестве таких конфигураций взяты инстантоны. Заметим, однако, что, согласно [10], вклад в континуальный интеграл эффективно вносит движение фермиона в одномерном пространстве $d = 1$, где значение спектральной плотности в нуле $\bar{\rho}(0)$ конечно и не обращается в нуль. Подобная ситуация осуществляется в фермиводах [9], где фермион любой массы распространяется вдоль одной и той же одномерной траектории в четырехмерном пространстве на произвольные расстояния без уменьшения амплитуды.

3. Рассмотрим уравнение Дирака

$$i(\gamma_\mu D_\mu + m)\psi(x) = 0, \tag{2}$$

где $D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu(x)$, $A_\mu = T_a A_\mu^a$, в четырехмерном евклидовом пространстве-времени во внешнем неабелевом калибровочном поле A_μ (в последующем мы не будем указывать цветовые и ароматовые индексы явно). Статический фермивод, предложенный в [9], — это такое калибровочное поле A_μ, в котором уравнение Дирака (2) имеет статическое трехмерно-нормируемое решение. Форма такого фермивода (и траекторий фермионов в нем) — прямая, параллельная оси мнимого времени x_4. Естественно искать статический фермивод как статическое калибровочное поле, например в гамильтоновской калибровке $A_4(x) = 0$, $\partial_4 A_i(x) = 0$. В этой калибровке свойство $[\partial_4, \widehat{D}] = 0$ означает, что фермионное решение следует искать так, чтобы оно соответствовало стационарным решениям в пространстве-времени Минковского ($x_0 = -ix_4$) с энергией E:

$$\psi(x) = \mathrm{e}^{-Ex_4}\,\phi(\mathbf{x}) = \mathrm{e}^{-iEx_0}\,\phi(\mathbf{x}), \tag{3}$$

а уравнение Дирака сводится к виду

$$(\gamma_4\boldsymbol{\gamma}\mathbf{D} + m\gamma_4)\phi(\mathbf{x}) = E\phi(\mathbf{x}). \tag{4}$$

Рассмотрим квадрированное уравнение:

$$(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{D})^2\phi(\mathbf{x}) = (m^2 - E^2)\phi(\mathbf{x}). \tag{5}$$

Нормируемое решение в трехмерном пространстве возможно лишь в случае $m^2 = E^2$. Поэтому наше уравнение сводится к виду

$$\boldsymbol{\gamma}\mathbf{D}\phi(\mathbf{x}) = -m(1 \mp \gamma_4)\phi(\mathbf{x}). \tag{6}$$

Это уравнение удовлетворяется, если

$$\gamma_4\psi(x) = \pm\psi(x). \tag{7}$$

При этих условиях четырехмерное уравнение Дирака сводится к трехмерному уравнению Дирака для нулевых мод:

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \chi(\mathbf{x}) \\ \pm\chi(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\pm m x_4}, \tag{8}$$

$$i\sigma_i\partial_i\chi(\mathbf{x}) = A_i\sigma_i\chi(\mathbf{x}). \tag{9}$$

Очевидно, что если фермионы безмассовы, то $E = 0$ и всегда можно построить одно левое и одно правое решение. Теорема Атьи–Зингера [12] выполняется, так как индекс Понтрягина для чисто магнитного поля, очевидно, нулевой. Последнее уравнение совпадает с уравнением Дирака в трехмерном пространстве для безмассовых фермионов. Уже найдено много калибровочных конфигураций, в которых это уравнение имеет нормируемые (конечно, в трехмерном смысле) решения. Например, в абелевом случае трехмерное уравнение Дирака имеет решение (ср. с [8]):

$$\begin{cases} \mathbf{A}(\mathbf{x}) = 3(1+r^2)^{-3/2}\begin{pmatrix} 2xz - 2y \\ 2yz + 2x \\ 1 - r^2 + 2z^2 \end{pmatrix}, \\ \chi(\mathbf{x}) = \pi^{-1}(1+r^2)^{-3/2}\begin{pmatrix} 1 + iz \\ x + iy \end{pmatrix}, \end{cases} \tag{10}$$

где $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, а размер решения выбран равным единице.

Подобные поля обладают нетривиальной топологией в трех измерениях и получаются (с точностью до коэффициента) как результат канонического отображения Хопфа $S^3 \to S^2$, при этом с четырехмерной точки зрения они, конечно, топологически тривиальны, поскольку их индекс Понтрягина равен нулю. Производя лоренцев поворот (совпадающий в евклидовом случае с обычным вращением), получаем более общий класс прямолинейных фермиводов, в которых локализованные фермионы не покоятся на месте, а движутся равномерно и прямолинейно. Следует заметить, что подобные поля не удовлетворяют уравнениям поля, однако могут быть получены (с точностью до коэффициента) в результате абелевой проекции чисто калибровочной неабелевой конфигурации, приведенной в работе [13]. Полевые конструкции, подобные фермиводам, возможно, играют определенную роль в структуре вакуума КХД. Такие конфигурации хотя и не являются седловыми точками континуального интеграла с действием калибровочного поля, могут давать существенный вклад в связанную с ними «энтропию»*). Здесь мы имеем аналогию с вакуумными составляющими другого вида, а именно так называемыми центральными вихрями, рассматриваемыми как возможный механизм конфайнмента (см., напр., [4]).

Опишем теперь механизм возникновения НКС в поле фермивода. Рассмотрим без ограничения общности статический фермивод. Для того чтобы вычислить $\rho(0)$, запишем пропагатор фермиона

$$S = \frac{1}{\gamma D + m} = \sum |\psi_i\rangle \frac{1}{i\lambda_i + m} \langle\psi_i| \qquad (11)$$

в поле фермивода. Здесь мы ввели конечную массу фермиона m, которую затем устремим к нулю. Естественно выделить из этого разложения по собственным функциям энергии $\phi(\mathbf{x})$ состояния $|\psi\rangle$, соответствующие эффективному одномерному движению: $S = B + C$, где B — часть суммы, включающая такие состояния. Можно показать [9], что B — преобладающая часть пропагатора на больших расстояниях. Важно, что $\operatorname{tr} B \neq 0$, т. е. B дает ненулевой вклад в кварковый конденсат. Для каждого λ имеется трехмерно нормируемое решение уравнения на собственные функции оператора Дирака

$$i\hat{D}\psi = \lambda\psi, \quad \psi(x) = \phi(\mathbf{x})\, \mathrm{e}^{\pm i\lambda x_4}\,. \qquad (12)$$

По ним вычисляем B. След этой части пропагатора пропорционален длине фермивода L. Если взять распределение фермиводов с конечной трехмерной плотностью в четырехмерном объеме V_4, то плотность следа пропагатора в таком поле $\operatorname{tr} B/V_4$ может оказаться конечной, как и в инстантонном случае. Отметим, что в дальнейшем мы будем рассматривать длину фермивода конечной. При этом возьмем периодические (а не антипериодические) граничные условия для фермионов. Требование периодичности по мнимому времени приведет к тому, что в окрестности $\lambda = 0$ останется лишь решение с $\lambda = 0$. Зато оно станет нормируемым и в четырехмерном смысле, так как интегрирование по мнимому времени не даст расходимости нормы. Очевидно, что $\operatorname{tr} S/V_4$ при этом останется конечным.

4. В отличие от ситуации, исследованной в работе [9], где предполагалось существование большого числа нулевых мод для каждого фермивода, мы рассмотрим решение уравнения Дирака для безмассового фермиона с одной только трехмерно нормируемой нулевой модой. Предположим, что существует суперпозиция N произвольно ориентированных фермиводов

$$A(x) = A_1(x) + A_2(x) + \ldots + A_N(x), \qquad (13)$$

расположенных на больших расстояниях друг от друга (в этом смысле ситуация подобна случаю с инстантонами, рассмотренному в [2]). Предположим, что для каждого фермивода существует трехмерно нормируемое решение в виде нулевых мод для уравнений

$$(\hat{\partial} - i\hat{A}_k(x))\psi_k(x) = 0 \quad (k = 1, \ldots, N).$$

Будем искать собственные функции оператора Дирака (12), отвечающие ненулевым собственным значениям λ, как суперпозиции бывших нулевых мод в полях отдельных фермиводов A_k:

$$\psi(x) = \sum_{k=1}^{N} c_k \psi_k(x). \qquad (14)$$

В результате получаем следующую систему уравнений:

$$T_{ik} c_k = L\lambda c_i, \quad i = 1, \ldots, N, \qquad (15)$$

где $T_{ij} = \langle\psi_i|i\hat{D}|\psi_j\rangle$ — элемент матрицы перекрытий T. Заметим, что в T_{ij} отсутствует множитель L в противоположность нормировочному интегралу, если i-й и j-й фермиводы не параллельны друг другу. Согласно нашим предположениям, фермиводы могут быть ориентированы произвольно в четырехмерном пространстве и поэтому вероятность встретить параллельные фермиводы практически равна нулю. Этот вывод весьма существен для рассуждений, приводящих к конечному значению спектральной плотности в нуле (см. следующий раздел). Спектр оператора Дирака состоит из собственных значений матрицы перекрытий. Рассмотрим структуру этой матрицы подробнее. В поле i-го фермивода есть две бывшие нулевые моды: левая и правая,

*) Заметим, что эта ситуация существенно отличается от той, которая имеет место в абелевом случае, поскольку истинно абелевы классические поля, далекие от седловых точек, по сравнению с абелевым образом спроектированными потенциалами, дают ничтожный вклад в континуальный интеграл.

$\psi_i^{L,R}$. Как уже сказано, будем считать их нормируемыми с нормой L. Для матричных элементов очевидно следующее «правило отбора»:

$$\langle\psi_{iL}|\hat{D}|\psi_{jL}\rangle = \langle\psi_{iR}|\hat{D}|\psi_{jR}\rangle = 0.$$

Только перекрытия фермионов с разной киральностью типа $\langle\psi_{iL}|\hat{D}|\psi_{jR}\rangle$ отличны от нуля. Матрица перекрытий, следовательно, выглядит так:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & M \\ M^\dagger & 0 \end{pmatrix}, \tag{16}$$

где $M_{ij} = \langle\psi_{iR}|i\hat{D}|\psi_{jL}\rangle$, и при этом пренебрежем интегралами вроде $\langle\psi_m|\hat{A}_n|\psi_k\rangle$, где m,n,k соответствуют трем различным фермиводам. Заметим, что все выражения вида $\langle\psi_i|\hat{A}_i|\psi_j\rangle$ и $\langle\psi_i|\hat{A}_j|\psi_i\rangle$ одного порядка и оказываются малыми в случае разреженного распределения фермиводов. Поэтому диагональные элементы представляют собой сумму $N-1\approx N\gg 1$ членов одного порядка и, следовательно, гораздо больше по модулю, чем недиагональные $M_{ij} = \langle\psi_{iL}|(\hat{A}_i+\hat{A}_j)/2|\psi_{jR}\rangle$. В случае инстантонов и антиинстантонов матрица перекрытий имеет другую структуру: все ее диагональные элементы нулевые.

5. Спектральная плотность, усредненная по всем конфигурациям калибровочных полей, определяется через континуальный интеграл по всем калибровочным конфигурациям:

$$\langle\rho(\lambda)\rangle = \int DA\exp\left\{-\frac{1}{2g^2}\int d^4x\, F_{\mu\nu}^2\right\}\rho([A],\lambda). \tag{17}$$

Поскольку невозможно вычислить этот интеграл точно, заменим континуальное интегрирование по всем возможным полям интегрированием по всем суперпозициям фермиводов. Предположим, что фермивод имеет форму одномерного цилиндра в четырехмерном пространстве. Усреднение

$$\langle\rho(\lambda)\rangle = \frac{1}{\Omega^N}\int d\xi_1 d\xi_2\ldots d\xi_N \rho(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_N;\lambda) \tag{18}$$

теперь будет вестись только по коллективным координатам ξ_i, задающим расположение i-го фермивода, его ориентацию и точку пересечения гиперплоскости $x_4=0$, толщину, ориентацию в групповом пространстве и т. д. N — общее число фермиводов, Ω — объем ξ_i-пространства.

Для произвольного расположения фермиводов спектральная плотность оператора Дирака определяется согласно равенству

$$\rho(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n;\lambda) = \sum_{i=1}^{N}\delta(\lambda-\lambda_i(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)), \tag{19}$$

где $\lambda_i(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_N)$ являются собственными значениями матрицы перекрытий M.

Для того чтобы воспользоваться соотношением Бэнкса–Кэшера [11]

$$\langle\bar{q}q\rangle = -\pi\langle\bar{\rho}(0)\rangle = -\frac{\pi\langle\rho(0)\rangle}{V_4}, \tag{20}$$

рассмотрим $\rho(\lambda)$ в случае малых λ

$$\langle\rho(\lambda)\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{is\lambda}\langle\mathrm{tr}\, e^{-isT/L}\rangle ds. \tag{21}$$

В термодинамическом пределе для $\langle\rho(\lambda)\rangle$ имеем: $L\to\infty$ и трехмерная плотность фермиводов $n=N/L^3$ фиксирована. Для приближенного определения спектральной плотности оператора Дирака, газ фермиводов должен быть разреженным, т. е. трехмерная концентрация n предполагается малой. Разлагая $\mathrm{tr}\langle\exp(-isT/L)\rangle$ в ряд по степеням T, пренебрегая членами старше T^2 и учитывая, что $\mathrm{tr}\,T=0$, получаем:

$$\langle\rho(0)\rangle = NL\sqrt{\frac{2N}{\langle\mathrm{tr}\,T^2\rangle}} = NL\sqrt{\frac{N}{\langle\mathrm{tr}\,MM^\dagger\rangle}}. \tag{22}$$

$\mathrm{tr}\,MM^\dagger$ состоит из диагональной и недиагональной частей. Недиагональная часть имеет вид $\sum\limits_{i\neq j}|M_{ij}|^2$. Если $i\neq j$, то

$$|M_{ij}|^2 = |\langle\psi_{iL}|\hat{A}_i|\psi_{jR}\rangle|^2 = g(\xi_i,\xi_j) = g(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j,\omega_i,\omega_j), \tag{23}$$

где ω_i — компактные координаты фермиводов (ориентация в групповом пространстве, направление в четырехмерном пространстве и т. д.). Усреднение по ним вряд ли повлияет на принципиальный ответ на вопрос о величине конденсата. Поэтому ограничимся усреднением только по некомпактным координатам ($\mathbf{x}_i$ и $\mathbf{x}_j$ — некомпактные координаты фермиводов, которые можно переписать через векторы относительного положения $\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j$ и положения «центра масс» $(\mathbf{x}_i+\mathbf{x}_j)/2$ точек пересечения двух фермиводов с плоскостью $x_4=0$)

$$\left\langle\sum_{i=1,j\neq i}^{N}|M_{ij}|^2\right\rangle = N^2/\Omega^2\int d\xi_1 d\xi_2 g(\xi_1,\xi_2) = \\ = N^2/V_3^2\int d^3x_1 d^3x_2\bar{g}(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2), \tag{24}$$

где $\bar{g}(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2)$ возникает вместо функции $g(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2)$ после интегрирования по компактным координатам. Эта новая функция эффективно отлична от нуля лишь когда относительные координаты $\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2$ становятся порядка поперечного размера фермивода δ. Заметим, что при построении явного примера фермивода мы брали поперечный размер фермивода равным единице. Запишем 4-объем как $V_4=L(L^3)$, где 3-объем $L^3=V_3=Na^3$, и $a^3=1/n$ — это средний объем, приходящийся на фермивод, а n — концентрация фермиводов. Тогда интеграл по относительным координатам даст $\delta^3 b_1$, где b_1 — безразмерная константа, а интеграл по координатам «центра масс» даст $V_3 = Na^3$, и, следовательно, интеграл (24) принимает вид

$$\left\langle \sum_{i=1, j\neq i}^{N} |M_{ij}|^2 \right\rangle = b_1 N^2 \frac{\delta^3}{L^3}. \qquad (25)$$

Диагональный член имеет вид $\langle \sum\limits_{i=1}^{N} |M_{ii}|^2 \rangle$. Тем же способом получаем

$$\left\langle \sum_{i=1}^{N} |M_{ii}|^2 \right\rangle = b_2 N^2 \frac{\delta^3}{L^3} + b_3 N^3 \frac{\delta^6}{L^6}. \qquad (26)$$

Собирая вместе отдельные слагаемые, получаем выражение для конденсата

$$-\langle \bar{q}q \rangle = \pi \frac{\langle \rho(0) \rangle}{L^4} = \frac{\pi N}{L^3} \left[(b_1 + b_2) n \delta^3 + b_3 n^2 \delta^6 \right]^{-\frac{1}{2}} =$$
$$= \frac{\pi n}{\left[(b_1 + b_2) n \delta^3 + b_3 n^2 \delta^6 \right]^{\frac{1}{2}}} \approx \pi \left(\frac{n}{b\delta^3} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (27)$$
$$\text{при} \quad b = b_1 + b_2,$$

где b_2 и b_3 — безразмерные константы. Здесь мы учли, что $(n\delta^3)^2 \ll n\delta^3$ при $\delta/a \ll 1$. Видно, что термодинамический предел для $\langle \rho(0) \rangle / V_4$ существует (подчеркнем наличие фактора $1/V_4$ в выражении для $\langle \bar{q}q \rangle$), и получаем

$$\bar{\rho}(0) = \frac{\langle \rho(0) \rangle}{V_3 L} = \left(\frac{n}{b\delta^3} \right)^{\frac{1}{2}} = n b^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{a}{\delta} \right)^{\frac{3}{2}}. \qquad (28)$$

6. В заключение подведем итоги аналитического исследования задачи. Распределение $\langle \bar{\rho}(\lambda) \rangle$ имеет форму гауссоиды, при этом спектральная плотность в нуле конечна, $\langle \bar{\rho}(0) \rangle \neq 0$, т. е. $\langle \bar{\rho}(0) \rangle \approx \sqrt{n}$. Кварковый конденсат также конечен $\langle \bar{q}q \rangle \approx \sqrt{n}$. Следует отметить, что в работе [9], в противоположность нашим результатам, исключалось расщепление нулевых мод. В результате автор [9] пришел к другому результату, а именно: $\langle \rho(0) \rangle \approx n_{av}$. Таким образом, вывод, полученный на основе модели разреженного газа фермиводов (считая $n = N/L^3 = N/Na^3 = 1/a^3$ малым, т. е. средний объем на один фермивод a^3 велик), отличается от [9] (см. уравнение (2.22) в указанной публикации). Нами также проведено численное моделирование взаимодействия дираковских фермионов со средой из фермиводов. Заметим, что подобные расчеты уже ранее обсуждались в литературе [11] в случае инстантонов. Наши результаты для фермиводов отличаются от выводов работы [11] для инстантонов ввиду различия в структуре матрицы перекрытия для этих различных конфигураций калибровочных полей. Результаты проведенного численного эксперимента показывают, что предположения, сделанные в аналитическом подходе, принятом в настоящей статье, являются оправданными, поскольку как аналитический расчет, так и численный метод приводят к близким результатам в области их совместной применимости, а именно к конечным значениям спектральной плотности в нуле и формированию кваркового конденсата, т. е. к нарушению киральной симметрии.

Авторы благодарят Д.Эберта (Гумбольдтский университет, г. Берлин, ФРГ) и Х.Райнхардта (Университет г. Тюбинген, ФРГ) за плодотворное обсуждение задачи и полученных результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке DFG (грант 436 RUS 113/477).

Литература

1. *Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В.* // Калибровочные поля. М., 1986.
2. *Дьяконов Д.И., Петров В.И.* // ЖЭТФ. 1985. **89**. С. 361.
3. *Славнов А.А., Фаддеев Л.Д.* // Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М., 1978.
4. *Engelhardt M., Reinhardt H.* // Nucl. Phys. 2000. **567**. P. 249; arXiv: hep-th/9907139.
5. *Reinhardt H., Tok T.* // Phys. Lett. 2001. **B505**. P. 131.
6. *Reinhardt H., Tok T., Schröder O., Zhukovsky V.* // Phys. Rev. 2002. **D66**. 085004; arXiv: hep-th/0203027.
7. *Жуковский В.Ч., Мамсуров И.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. № 3. С. 31 (Moscow University Phys. Bull. 2001. No. 3. P. 38).
8. *Adam C., Muratori B., Nash C.* // Phys. Rev. 2000. **D62**. 085026; arXiv: hep-th/9903040v2; ibid. /9909189v2.
9. *Tiktopoulos G.* // Phys. Rev. 1987. **D35**. P. 732.
10. *Banks T., Casher A.* // Nucl. Phys. 1980. **B169**. P. 103.
11. *Sharan U.* // arXiv:hep-lat/9910038.
12. *Atiyah M.F., Patodi V., Singer I.M.* // Math. Proc. Camb. Philos. Soc. 1976. **79**. P. 71.
13. *Jackiw R., So-Young-Pi* // Phys. Rev. 2000. **D61**. 105015; arXiv: hep-th/9811072.

Поступила в редакцию
21.04.03