Заключение

В настоящей работе были введены операторы координаты и импульса, пригодные для квантования в окрестности классического поля, нетривиально зависящего от времени. В следующей работе с помощью групповых переменных Боголюбова будет построена теория возмущений и дано полностью релятивистски инвариантное описание $(3+1)$-мерной Пуанкаре-инвариантной квантовой системы с ненулевой классической компонентой.

Работа выполнена при поддержке грантов Президента России НШ-1450.2003.2 и НШ-1685.2003.2 и грантов научной программы «Университеты России» УР.02.03.002 и УР.02.03.028.

Литература

1. *Боголюбов Н.Н.* // Укр. матем. журн. 1950. **2**. № 2. С. 3; Избр. тр. Киев, 1970. **2**. С. 499.
2. *Солодовникова Е.П., Тавхелидзе А.Н., Хрусталев О.А.* // ТМФ. 1972. **10**. С. 162; **11**. С. 317; 1973. **12**. С. 164.
3. *Khrustalev O.A., Razumov A.V., Taranov A.Yu.* // Nucl. Phys. B. 1980. **172**. P. 44.
4. *Branco G.C., Sakita B., Senjanovic P.* // Phys. Rev. D. 1974. **10**. P. 2573.
5. *Callan C.G., Gross D.J.* // Nucl. Phys. B. 1975. **93**. P. 29.
6. *Christ N.H., Lee T.D.* // Phys. Rev. D. 1975. **12**. P. 1606.
7. *Greutz M.* // Phys. Rev. D. 1975. **12**. P. 3126.
8. *Tomboulis E.* // Phys. Rev. D. 1975. **12**. P. 1678.
9. *Шургая А.В.* // ТМФ. 1980. **45**. С. 46; 1983. **57**. С. 392.
10. *Хрусталев О.А., Чичикина М.В.* // ТМФ. 1997. **111**. С. 242; С. 413.
11. *Спирина Е.Ю., Хрусталев О.А., Чичикина М.В.* // ТМФ. 2000. **122**. С. 417.
12. *Тимофеевская О.Д., Хрусталев О.А., Чичикина М.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2003. №4. С. 3; №5. С. 3; №6. С. 11 (Moscow University Phys. Bull. 2003. N 4. P. 1; N 5. P. 1; N 6).
13. *Тимофеевская О.Д.* // ТМФ. 1983. **54**. С. 464.

Поступила в редакцию
21.04.03

УДК 539.12.01

УРАВНЕНИЕ ДИРАКА В КОНФИГУРАЦИЯХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ПОЛЕЙ, МОДЕЛИРУЩИХ ЦЕНТРАЛЬНЫЕ ВИХРИ

В. Ч. Жуковский, А. В. Скобеев

(*кафедра теоретической физики*)

E-mail: th180@phys.msu.su

Изучается влияние, оказываемое центральными вихрями на спектр собственных значений оператора Дирака. С этой целью находятся нулевые фермионные моды в поле вихрей. Для некоторой произвольной конфигурации вихрей в подпространстве линейных комбинаций нулевых мод индивидуальных объектов строится представление оператора Дирака. Демонстрируется суперсимметрия уравнения Дирака в таких полевых конфигурациях.

1. Инфракрасный сектор физики сильных взаимодействий характеризуется наличием таких непертурбативных явлений, как конфайнмент и нарушение киральной симметрии (НКС) [1, 2]. Для того чтобы понять их механизм, необходимо выделить ответственные за их появление степени свободы теории. В последнее время обсуждались различные топологически нетривиальные конфигурации калибровочных полей с фермионными нулевыми модами, имеющие отношение к непертурбативным явлениям КХД, таким как конфайнмент и НКС (см., напр., [3–9]). НКС успешно описывается в терминах инстантонных эффектов [10, 11], в то время как конфайнмент оказывается невозможно объяснить посредством инстантонов [12]. Механизм конфайнмента можно обосновать с помощью таких степеней свободы, как абелевы магнитные монополи [13] или центральные вихри [14–16]. Свидетельства в пользу того, что конфайнмент вызывается центральными вихрями, получены в последние годы в результате численных экспериментов на решетке с использованием так называемой максимальной центральной калибровки [16]. В то же время в вычислениях на решетке показано, что если ансамбль не содержит вихрей, НКС также исчезает и все конфигурации принадлежат к тривиальному топологическому сектору [17]. Поскольку, как видно, роль центральных вихрей в формировании непертурбативных явлений в теории неабелевых калибровочных полей в инфракрасной области оказывается весьма существенной, представляет интерес более глубокое изучение как динамики центральных вихрей, так и поведения фермионов (кварков), находящихся в системе с центральными вихрями. Заметим, что описание возникновения и динамики центральных вихрей представляет собой довольно сложную проблему. Рассмотрение их в рамках теории поля началось еще в 1978 г. [14]. Напомним также идею «спагетти вакуума» [18, 19], которая в последнее время получила свое новое развитие в рамках теории четырехмерных поверхностей и струн [20, 21]. Весьма продуктивным оказалось развитие континуального метода описания центральных вихрей, предпринятое в работах [3, 22] и затем развитое в ряде последующих работ (см., напр., [4, 5, 23–27]). В настоящей работе с целью построения возможного механизма НКС, продолжая анализ, начатый в работе [5], и используя континуальное описание вихрей, данное в статье [3], изучается влияние, оказываемое центральными вихрями на спектр собственных значений оператора Дирака.

Напомним, что роль параметра порядка при НКС играет кварковый конденсат, отличный от нуля в несимметричном случае $<\bar{\psi}\psi> \neq 0$. Здесь операция $<\ldots>$ означает усреднение по всем вакуумным конфигурациям калибровочного поля. Эта величина равна нулю для всех порядков теории возмущений для безмассовых кварков. Таким образом, для понимания механизма НКС необходимо применять непертурбативные методы. Согласно соотношению Бэнкса–Кэшера [28], кварковый конденсат связан с плотностью собственных значений оператора Дирака в нулевой точке:

$$\int d^4x <\bar{\psi}\psi> = -\frac{1}{\pi} <\rho(0)>.$$

Следовательно, для того чтобы НКС имело место, средняя плотность фермионных нулевых мод $\bar{\rho}(0) = \rho(0)/V$ в единице 4-объема V должна быть конечной.

2. Тогласно работе [3], модель четырехмерного вихря в пространстве Евклида может быть выбрана в виде суперпозиции двух двумерных вихрей в плоскостях $(1,2)$ и $(3,4)$:

$$A_\mu = \frac{\tau_3}{2}(0,0,x_4,-x_3) f_1(x_3^2+x_4^2) + \\ + \frac{\tau_3}{2}(x_2,-x_1,0,0) f_2(x_1^2+x_2^2),$$

где τ_3 — матрица Паули для группы цвета $SU(2)$. На функции f_i накладываются следующие условия. Петля Вильсона

$$<W(C)> = \frac{1}{2} < \mathrm{Tr}\,\mathrm{P}\exp i \int\limits_C A_\mu dx^\mu >,$$

вычисленная для достаточно большого контура, окружающего начало координат, равна -1 для каждого из слагаемых. Индекс Понтрягина

$$n = \frac{1}{32\pi^2}\int d^4x F^3_{\mu\nu}\tilde{F}^3_{\mu\nu}$$

равен $\pm\frac{1}{2}$ в зависимости от относительного знака функций f_1, f_2. Эти условия вместе с условием конечности поля A_μ в нуле приводят к следующим ограничениям на профиль вихрей f_i:

$$\lim_{r\to 0} r^2 f_i(r^2) = 0, \quad \lim_{r\to\infty} r^2 f_i(r^2) = \pm 1.$$

Рассмотрим уравнение Дирака в четырехмерном евклидовом пространстве

$$\gamma_\mu D_\mu \psi = im\psi, \quad \text{где} \quad D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu$$

для волновой функции

$$\psi = \begin{pmatrix}\psi_L\\ \psi_R\end{pmatrix}, \quad \psi_L = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}, \quad \psi_R = \begin{pmatrix}\psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}.$$

Исключая из системы уравнений правый (левый) спинор, получим следующие квадрированные уравнения:

$$\begin{aligned} m^2\psi_1 &= [(D_3+iD_4)(D_3-iD_4) + \\ &\quad + (D_1-iD_2)(D_1+iD_2)]\psi_1, \\ m^2\psi_2 &= [(D_3-iD_4)(D_3+iD_4) + \\ &\quad + (D_1+iD_2)(D_1-iD_2)]\psi_2, \\ m^2\psi_3 &= [(D_3-iD_4)(D_3+iD_4) + \\ &\quad + (D_1-iD_2)(D_1+iD_2)]\psi_3, \\ m^2\psi_4 &= [(D_3+iD_4)(D_3-iD_4) + \\ &\quad + (D_1+iD_2)(D_1-iD_2)]\psi_4. \end{aligned} \tag{1}$$

Для получения этих уравнений существенно, что в нашем случае коммутатор $[D_1 \pm iD_2, D_3 \pm iD_4] = 0$. Для решения системы (1) достаточно решить задачу на собственные значения для эрмитова оператора $\hat{X} = (D_1 + ikD_2)(D_1 - ikD_2)$, где $k = \pm 1$. (Для плоскости $(3,4)$ решение аналогично). При этом мы можем расширить пространство решений, поэтому полученное решение необходимо затем подставить для проверки в исходные уравнения.

Переходим к полярным координатам на плоскости $(1,2)$: $x_1 = s\cos\varphi$, $x_2 = s\sin\varphi$. Для произвольного профиля вихря $f(s^2)$ получим

$$\hat{X} = \partial_s\partial_s + \frac{1}{s}\partial_s + \frac{1}{s^2}\partial_\varphi\partial_\varphi + i\tau f(s^2)\partial_\varphi + \\ + k\tau\left(f(s^2) + s^2\frac{df(s^2)}{d(s^2)}\right) - \frac{1}{4}s^2 f^2(s^2), \quad \tau = \tau_3.$$

Нужно решить уравнение $\hat{X}g(s,\varphi) = \lambda g(s,\varphi)$. Возьмем частный случай профиля вихря $f(s^2) = 1/(s^2+1)$. Тогда для $\lambda = 0$ можно найти следующее решение:

$$g(s,\varphi) = e^{in\varphi}s^{2p-1}(s^2+1)^q F(\alpha,\beta,\gamma,-s^2),$$

$$\alpha = \left(p+q-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{n\tau}{2}+\frac{1}{4}\right),$$

$$\beta = \left(p+q-\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{n\tau}{2}+\frac{1}{4}\right),$$

$$\gamma = 2p, \quad p = \frac{1}{2} \pm \frac{n}{2}, \quad q = \frac{1}{2} \pm \left(\frac{1}{2}+\frac{k\tau}{4}\right).$$

Здесь разные знаки в параметре p соответствуют двум ветвям решения, а знак в q не влияет на результат вследствие свойств гипергеометрической функции $F(\alpha,\beta,\gamma,x)$.

Для выполнения условия нормируемости необходимо потребовать

$$\int |g(s,\varphi)|^2 s\,ds\,d\varphi = \\ = \int s^{4p-1}(s^2+1)^{2q}F^2(\alpha,\beta,\gamma,-s^2)\,ds < \infty.$$

По определению $F(\alpha,\beta,\gamma,0)=1$, поэтому для сходимости нормировочного интеграла в нуле имеем условие $p>0$ или $p=(1+|n|)/2$. Рассматривая асимптотику гипергеометрической функции на $-\infty$, согласно [29],

$$F(\alpha,\beta,\gamma,z) = \\ = \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma-\alpha)}(1-z)^{-\alpha}F\left(\alpha,\gamma-\beta,\alpha+1-\beta,\frac{1}{1-z}\right)+ \\ + \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)}(1-z)^{-\beta}F\left(\beta,\gamma-\alpha,\beta+1-\alpha,\frac{1}{1-z}\right),$$

видим, что $F(\alpha,\beta,\gamma,-s^2)$ расходится при $s\to\infty$, как s^N, где $N=2\max(-\alpha,-\beta)=1-2p-2q+|n\tau+1/2|$. Суммарная степень подынтегрального выражения в нормировочном интеграле при $s\to\infty$ составляет $1+|2n\tau+1|$, и тогда интеграл всегда расходится по меньшей мере, как s^3. Исключением является случай обращения в нуль одного из коэффициентов асимптотики [31], когда одна из гамма-функций в знаменателе обращается в бесконечность. В таком случае возможна расходимость s^1 для гармоники $n=0$. Для этого должен быть одинаков знак k для двух плоскостей, т. е. это возможно для ψ_3,ψ_4 (правой моды).

Рассмотрим еще так называемый тонкий вихрь с профилем

$$f(s^2)=\frac{C(s^2)}{s^2}, \quad \begin{cases} C(s^2)=0, & s^2=0, \\ C(s^2)=1, & s^2>0. \end{cases}$$

Для него при $s^2\geqslant\varepsilon>0$ уравнение $\hat{X}e^{in\varphi}g(s) = \lambda e^{in\varphi}g(s)$ записывается в виде

$$s^2\frac{d^2g}{ds^2}+s\frac{dg}{ds}+g(-\lambda s^2-(n\tau+1/2)^2)=0.$$

При $\lambda=0$ получим $e^{in\varphi}g(s)=e^{in\varphi}s^{\pm(n\tau+1/2)}$. Тогда нормировка будет расходиться в лучшем случае как s^1 при $s\to\infty$ $(s^{-1/2}, e^{-\tau\varphi}s^{-1/2})$ или как s^{-1} при $s\to 0$ $(e^{\tau\varphi}s^{-3/2}, e^{-2\tau\varphi}s^{-3/2})$. При $\lambda\neq 0$ получаем уравнение Бесселя. Его общее решение $y_\nu=C_1J_\nu+C_2J_{-\nu}$. В случае $\nu=l+1/2$, $l=0,1,2,\ldots$ решение имеет вид

$$y_{l+1/2}=x^{l+1/2}\left\{\left(\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\right)^l\left[\frac{1}{x}(C_1\sin x+C_2\cos x)\right]\right\},$$

где $l\geqslant 0$ находится из условия $(l+1/2)^2=(n\tau+1/2)^2$, $x=\sqrt{-\lambda}\,s$. Для функции Бесселя имеем следующую асимптотику:

$$J_\nu(x)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos\left(x-\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right) \quad \text{при} \quad |x|\to\infty.$$

Следовательно, интеграл

$$\int J_\nu^2(x)\,x\,dx$$

расходится при $x\to\infty$ как x^1.

3. Как известно, в ряде случаев уравнение Дирака демонстрирует свойство суперсимметрии (см., напр., [30, 31]). Рассмотрим теперь некоторые аспекты описания поведения фермионов в поле центральных вихрей, связанные с возможным проявлением суперсимметрии.

Поле двумерного вихря (антивихря), находящегося в произвольной точке в одной из плоскостей $(1,2)$ или $(3,4)$ (как и произвольная суперпозиция таких полей), может быть записано в виде $A_\mu=f_{\mu\nu}\partial_\nu\chi$. Здесь $f_{\mu\nu}$ — постоянная матрица:

$$f_{\mu\nu}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

со следующими свойствами $f_{\mu\nu}=-f_{\nu\mu}$, $f_{\mu\nu}^2=-1$. Суперпотенциал χ для одного из вихрей выражается через его профиль как

$$\chi(x^2)=\frac{i\tau_3}{4}\int f(x^2)d(x^2).$$

Нам понадобятся фермионные операторы рождения и уничтожения, которые можно сконструировать из матриц Дирака:

$$b_v^\pm=\frac{i}{2}(\gamma_1\mp\gamma_2), \quad b_u^\pm=\frac{i}{2}(\gamma_4\pm\gamma_3).$$

Для $b_i^\pm$ выполнены необходимые коммутационные соотношения

$$\{b_i^-,b_j^+\}=\delta_{ij}, \quad \{b_i^-,b_j^-\}=\{b_i^+,b_j^+\}=0.$$

В качестве бозонных операторов возьмем

$$D_v^\pm=\pm D_2-iD_1=((\pm\partial_2-i\partial_1)\pm i(\pm\partial_2-i\partial_1)\chi)= \\ = e^{\mp i\chi}(\pm\partial_2-i\partial_1)e^{\pm i\chi},$$

$$D_u^\pm=\mp D_3-iD_4=((\mp\partial_3-i\partial_4)\pm i(\mp\partial_3-i\partial_4)\chi)= \\ = e^{\mp i\chi}(\mp\partial_3-i\partial_4)e^{\pm i\chi}.$$

Из бозонных и фермионных операторов образуем генераторы суперсимметрии $\hat{Q}_\pm=b_v^\pm D_v^\pm+b_u^\pm D_u^\pm$.

Квадрат каждого из этих операторов равен нулю

$$\{\hat{Q}_+,\hat{Q}_+\}=\{\hat{Q}_-,\hat{Q}_-\}=0.$$

Для этого результата существенным является равенство нулю коммутатора $[D_u^{\pm}, D_v^{\pm}] = [D_3 \pm iD_4, D_1 \pm \pm iD_2]$. Теперь можно записать оператор Дирака $\hat{D} = \gamma_\mu \partial_\mu - \gamma_\mu f_{\mu\nu} \partial_\nu \chi$ в виде суммы $\hat{D} = \hat{Q}_+ + \hat{Q}_-$. Суперсимметричный гамильтониан имеет вид

$$H_S = \hat{D}^2 = \{\hat{Q}_+, \hat{Q}_-\}.$$

Вследствие нильпотентности операторов $Q_\pm$ получим

$$\{\hat{Q}_+, H_S\} = \{\hat{Q}_-, H_S\} = 0.$$

Можно использовать и другое (киральное) разложение оператора Дирака

$$Q_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)\gamma_\mu D_\mu$$

и при этом получить те же следствия:

$$\hat{D} = Q_+ + Q_-,$$
$$\{Q_+, Q_+\} = \{Q_-, Q_-\} = 0,$$
$$\{Q_+, H_S\} = \{Q_-, H_S\} = 0.$$

Введем оператор фермионного числа для такой системы

$$n_u = b_u^+ b_u^-, \; n_v = b_v^+ b_v^-, \; n = n_u + n_v = \mathrm{diag}\{1, 1, 0, 2\}.$$

Операторы $b_i^{\pm}$ увеличивают (уменьшают) n_i на единицу, так как $[b_i^{\pm}, b_i^+ b_i^-] = \mp b_i^{\pm}$. Гильбертово пространство решений распадается соответственно оператору фермионного числа $G = G_0 + G_1 + G_2$, где G_1 также распадается на два ортогональных подпространства $G_1 = G_1^{(0)} + G_1^{(2)}$. Состояния в $G_1^{(0)}$ получаются действием $\hat{Q}_+$ на G_0, а состояния в $G_1^{(2)}$ действием $\hat{Q}_-$ на G_2. Операторы Q_+ и Q_- соответственно переводят решения из $G_2 + G_0$ в G_1 и обратно. Для G_0 и G_2 соответственно задача на собственные значения гамильтониана записывается как $\hat{Q}_- \hat{Q}_+ \psi = E\psi$ и $\hat{Q}_+ \hat{Q}_- \psi = E\psi$. Нам нужно решить задачу нахождения нулевых мод. Предполагая, что это решение принадлежит G_0, находим уравнение

$$\hat{Q}_+(\psi_0|00\rangle) = D_v^+\psi_0(b_v^+|00\rangle) + D_u^+\psi_0(b_u^+|00\rangle) =$$
$$= (D_v^+\psi_0)|01\rangle + (D_u^+\psi_0)|10\rangle = 0.$$

Отсюда следует требование:

$$(\partial_2 - i\partial_1)(e^{i\chi}\psi_0) = 0, \;\; (\partial_3 + i\partial_4)(e^{i\chi}\psi_0) = 0$$

или $\psi_0 = f_0(x_2 - ix_1, x_3 + ix_4)e^{-i\chi}$. Аналогично для G_2 будем иметь $\psi_2 = f_2(x_2 + ix_1, x_3 - ix_4)e^{i\chi}$. Для того чтобы выражение было однозначным (т.е. не возникал набег фазы при обходе вокруг нуля), необходимо, чтобы решения имели вид $(x_2 - ix_1)^n (x_3 + ix_4)^m e^{-i\chi}$. Для решений в G_2 аналогично $(x_2 + ix_1)^n (x_3 - ix_4)^m e^{i\chi}$. Теперь выясним вопрос о нормируемости найденных нулевых мод. Выражение $e^{\pm i\chi}$ для нескольких вихрей сводится просто к произведению. Запишем в общем виде ($\sigma_3 = 1$ соответствует ψ_0, $\sigma_3 = -1$ соответствует ψ_2)

$$e^{-i\sigma_3\chi} = e^{\frac{1}{4}\sigma_3\tau_3 \int f(r^2) d(r^2)}.$$

При $r \to \infty$ $f(r^2) \sim k/r^2$, где $k = 1$ для вихря, $k = -1$ для антивихря, следовательно, экспонента на бесконечности ведет себя как $(r^2)^{\frac{1}{4}k\sigma_3\tau_3}$. Условие нормируемости для одной плоскости запишется в виде

$$\int r^{2m} r dr |e^{-i\sigma_3\chi}|^2 < \infty.$$

Для сходимости при $r \to 0$ получим условие $m > -1$, ($m \geqslant 0$), при $r \to \infty$ интеграл расходится как $r^{2m+2+\sigma_3\tau_3(N_v - N_a)}$, N_v и N_a обозначают число вихрей и число антивихрей соответственно. Следовательно, для сходимости должно выполняться условие $\sigma_3\tau_3(N_v - N_a) \leqslant -3$. Если эта комбинация равняется -2, интеграл расходится логарифмически. Моды появляются парами, например, при $\sigma_3\tau_3 = -1$ может быть $\sigma_3 = 1, \tau_3 = -1$ либо $\sigma_3 = -1, \tau_3 = 1$.

4. Таким образом, в настоящей статье мы рассмотрели критерии получения нормируемых фермионных нулевых мод в калибровочных полях, моделирующих центральные вихри. Мы надеемся, что изученные в настоящей статье решения уравнения Дирака могут быть использованы для построения моделей вакуумных структур, обеспечивающих возникновение механизма НКС. Поскольку детальное аналитическое исследование задачи для случая среды с суперпозицией большого числа N_v вихрей и N_a антивихрей затруднительно, необходимо проведение численного эксперимента. Результаты проведенного нами моделирования спектра оператора Дирака с применением метода Монте-Карло будут рассмотрены в отдельной публикации.

Авторы благодарны Д. Эберту за постоянное внимание к работе. Один из авторов (А.С.) признателен Программе им. Леонарда Эйлера Германской службы академических обменов (DAAD) за финансовую поддержку, оказанную ему при выполнении части данной работы. Данная работа выполнена в рамках проекта DFG 436 RUS 113/477.

Литература

1. *Greensite J.* // hep-lat/0301023.
2. *Schäfer T., Shuryak E.V.* // Rev. Mod. Phys. 1998. **70**. P. 323.
3. *Engelhardt M., Reinhardt H.* // Nucl. Phys. 2000. **567**. P. 249; hep-th/9907139.
4. *Reinhardt H., Tok T.* // Phys. Lett. 2001. **B505**. P. 131.
5. *Reinhardt H., Tok T., Schröder O., Zhukovsky V.* // hep-th/0203027; Phys. Rev. 2002. **D66**. P. 085004.
6. *Жуковский В.Ч., Мамсуров И.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. №3. С. 31 (Moscow University Phys. Bull. 2001. N 3. P. 38).
7. *Adam C., Muratori B., Nash C.* // Phys. Rev. 2000. **D62**. P. 085026; hep-th/9903040; hep-th/9909189.
8. *Fry M. P.* // Int. J. Mod. Phys. 2002. **A17**. P. 936.
9. *Fry M. P.* // Phys. Rev. 2003. **D67**. P. 065017.
10. *'t Hooft G.* // Phys. Rev. 1976. **D14**. P. 3432.

11. *Callan C.G., Dashen R., Gross D.J.* // Phys. Rev. 1978. **D17**. P. 2717.
12. *DeGrand T., Hasenfratz A., Kovács T.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1998. **131**. P. 573.
13. *Nambu Y.* // Phys. Rev. 1974. **D10**. P. 4262.
14. *'t Hooft G.* // Nucl. Phys. 1978. **B138**. P.1.
15. *Nielsen H.B., Olesen P.* // Nucl. Phys. 1979. **B160**. P. 380.
16. *Del Debbio L., Faber M., Greensite J., Olejník Š.* // Phys. Rev. 1997. **D55**. P. 2298.
17. *de Forcrand P., D'Elia M.* // Phys. Rev. Lett. 1999. **82**. P. 4582.
18. *Ambjorn J., Olesen P.* // Nucl. Phys. 1980. **B170** [FS1]. P. 265.
19. *Olesen P.* // Nucl. Phys. 1982. **B200** [FS4]. P. 381.
20. *Cornwall J.M.* // hep-th/9901039.
21. *Antonov D., Ebert D.* // hep-th/9812112.
22. *Diakonov D.* // Mod. Phys. Lett. 1999. **A14**. P. 1725, 1909; hep-th/9905084, hep-th/9908069.
23. *Жуковский В.Ч.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2000. № 5. С. 8 (Moscow University Phys. Bull. 2000. N 5. P. 10).
24. *Zhukovsky V.C.* // Int. J. Mod. Phys. 2002. **A17**. P. 914.
25. *Diakonov D., Maul M.* // hep-lat/0204012.
26. *Länge J.D., Engelhardt M., Reinhardt H.*// hep-th/0301252.
27. *Bordag M.* // hep-th/0211080.
28. *Banks T., Casher A.* // Nucl. Phys. 1980. **B169**. P. 103.
29. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика (нерелятивистская теория). М., 1963.
30. *Cooper F., Khare A., Musto R., Wipf A.* // Ann. Phys. 1988. **187**. P. 1.
31. *Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В.* Квантовые процессы в сильном внешнем поле. М., 1989.

Поступила в редакцию
23.04.03