

11. Callan C.G., Dashen R., Gross D.J. // Phys. Rev. 1978. **D17**. P. 2717.
12. DeGrand T., Hasenfratz A., Kovacs T. // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1998. **131**. P. 573.
13. Nambu Y. // Phys. Rev. 1974. **D10**. P. 4262.
14. 't Hooft G. // Nucl. Phys. 1978. **B138**. P.1.
15. Nielsen H.B., Olesen P. // Nucl. Phys. 1979. **B160**. P. 380.
16. Del Debbio L., Faber M., Greensite J., Olejnik Š. // Phys. Rev. 1997. **D55**. P. 2298.
17. de Forcrand P., D'Elia M. // Phys. Rev. Lett. 1999. **82**. P. 4582.
18. Ambjorn J., Olesen P. // Nucl. Phys. 1980. **B170** [FS1]. P. 265.
19. Olesen P. // Nucl. Phys. 1982. **B200** [FS4]. P. 381.
20. Cornwall J.M. // hep-th/9901039.
21. Antonov D., Ebert D. // hep-th/9812112.
22. Diakonov D. // Mod. Phys. Lett. 1999. **A14**. P. 1725, 1909; hep-th/9905084, hep-th/9908069.
23. Жуковский В.Ч. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2000. № 5. С. 8 (Moscow University Phys. Bull. 2000. N 5. P. 10).
24. Zhukovsky V.C. // Int. J. Mod. Phys. 2002. **A17**. P. 914.
25. Diakonov D., Maul M. // hep-lat/0204012.
26. Länge J.D., Engelhardt M., Reinhardt H.// hep-th/0301252.
27. Bordag M. // hep-th/0211080.
28. Banks T., Casher A. // Nucl. Phys. 1980. **B169**. P. 103.
29. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М., 1963.
30. Cooper F., Khare A., Musto R., Wipf A. // Ann. Phys. 1988. **187**. P. 1.
31. Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. Квантовые процессы в сильном внешнем поле. М., 1989.

Поступила в редакцию
23.04.03

УДК 517.958:533.7

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ, ОСНОВАННЫЙ НА КВАЗИГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ

Т. Г. Елизарова^{*)}, М. Е. Соколова

(кафедра математики)

E-mail: sokolova@afrodita.phys.msu.ru

Описан и протестирован новый численный алгоритм расчета сверхзвуковых течений газа, основанный на системе квазигазодинамических уравнений. Рассмотрена стационарная задача об осесимметричном обтекании цилиндра и нестационарная задача о плоском течении в канале с уступом. Результаты расчетов демонстрируют высокую точность и эффективность алгоритма.

Введение

В работах [1–4] описана система квазигазодинамических (КГД) уравнений, расширяющая возможности классической модели Навье–Стокса (НС) для описания течений вязкого сжимаемого газа. В области применимости уравнений НС дополнительная диссипация, присутствующая в КГД уравнениях, слабо влияет на решение и может использоваться для обеспечения устойчивости численных алгоритмов. Для разреженных течений в микроканалах дополнительные диссипативные слагаемые позволяют получить решение, которое лучше, чем модель НС, описывает данные эксперимента [5].

В статье [6] на основе КГД модели был предложен оригинальный алгоритм расчета нестационарных осесимметричных течений вязкого газа. В отличие от разработанных ранее численных алгоритмов, опирающихся на КГД уравнения [1, 7], дан-

ный метод базируется на записи КГД уравнений в инвариантном виде, что позволяет естественным образом адаптировать его к различным, в том числе и криволинейным, системам координат. Разностные аппроксимации строятся в потоковой форме непосредственно для векторов плотности потока массы, теплового потока и тензора вязких напряжений, что соответствует записи уравнений газовой динамики в виде законов сохранения и делает алгоритм достаточно компактным и экономичным. НС слагаемые и дополнительные КГД диссипативные слагаемые выписаны отдельно, что позволяет независимо друг от друга варьировать значения коэффициентов вязкости, теплопроводности и релаксационного параметра. В настоящей работе указанный алгоритм реализован для плоской и цилиндрической геометрии и тестируется на примере задач вязкого течения в окрестности цилиндрического торца и невязкого течения в канале с уступом [7, 8].

^{*)} Институт математического моделирования РАН.

Численный алгоритм

Приведем описание численного алгоритма для осесимметричных течений согласно [6]. В этом случае система КГД уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rj_{mr})}{\partial r} + \frac{\partial j_{mz}}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rj_{mr}u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(j_{mz}u_r)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial r} = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\Pi_{rr})}{\partial r} + \frac{\partial(\Pi_{zr})}{\partial z} - \frac{\Pi_{\phi\phi}}{r}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rj_{mr}u_z)}{\partial r} + \frac{\partial(j_{mz}u_z)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\Pi_{rz})}{\partial r} + \frac{\partial(\Pi_{zz})}{\partial z}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rj_{mr}H)}{\partial r} + \frac{\partial(j_{mz}H)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rq_r)}{\partial r} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(\Pi_{rr}u_r + \Pi_{rz}u_z)] + \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_{zr}u_r + \Pi_{zz}u_z). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь ρ — плотность газа, u_r и u_z — проекции вектора скорости \mathbf{u} на оси O_r и O_z соответственно, p — давление, T — температура, γ — показатель адиабаты, R — газовая постоянная, E и H — полная энергия единицы объема и полная удельная энтальпия, которые вычисляются по формулам:

$$E = \rho \frac{u_r^2 + u_z^2}{2} + \frac{p}{\gamma - 1} \quad \text{и} \quad H = \frac{(E + p)}{\rho}.$$

Компоненты вектора плотности потока массы \mathbf{j} вычисляются по формулам:

$$j_{mr} = \rho(u_r - w_r), \quad j_{mz} = \rho(u_z - w_z),$$

где

$$\begin{aligned} w_r = \frac{\tau}{\rho} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho u_r^2) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_r u_z) + \frac{\partial p}{\partial r} \right], \\ w_z = \frac{\tau}{\rho} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho u_r u_z) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z^2) + \frac{\partial p}{\partial z} \right]. \end{aligned}$$

Компоненты тензора вязких напряжений Π определяются как

$$\begin{aligned} \Pi_{rr} &= \Pi_{rr}^{NS} + u_r w_r^* + R^*, \\ \Pi_{rr}^{NS} &= 2\eta \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3}\eta \operatorname{div} \mathbf{u}, \\ \Pi_{rz} &= \Pi_{rz}^{NS} + u_r w_z^*, \\ \Pi_{rz}^{NS} &= \Pi_{zr}^{NS} = \eta \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \\ \Pi_{zr} &= \Pi_{zr}^{NS} + u_z w_r^*, \\ \Pi_{\phi\phi} &= \Pi_{\phi\phi}^{NS} + R^*, \\ \Pi_{\phi\phi}^{NS} &= 2\eta \frac{u_r}{r} - \frac{2}{3}\eta \operatorname{div} \mathbf{u}, \end{aligned}$$

$$\Pi_{zz} = \Pi_{zz}^{NS} + u_z w_z^* + R^*,$$

$$\Pi_{zz}^{NS} = 2\eta \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\eta \operatorname{div} \mathbf{u},$$

где Π_{rr}^{NS} , Π_{rz}^{NS} , Π_{zr}^{NS} , $\Pi_{\phi\phi}^{NS}$, Π_{zz}^{NS} — компоненты тензора вязких напряжений НС, а выражения для w_r^* , w_z^* , R^* и дивергенция вектора скорости $\operatorname{div} \mathbf{u}$ задаются формулами:

$$w_r^* = \tau \left[\rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial r} \right],$$

$$w_z^* = \tau \left[\rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} \right],$$

$$R^* = \tau \left[u_r \frac{\partial p}{\partial r} + u_z \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma p \operatorname{div} \mathbf{u} \right],$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = \frac{1}{r} \frac{\partial(ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

Компоненты вектора теплового потока \mathbf{q} вычисляются как

$$\begin{aligned} q_r = q_r^{NS} - \tau \rho u_r \left[\frac{u_r}{\gamma - 1} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{u_z}{\gamma - 1} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \right. \\ \left. + p u_r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho} \right) + p u_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_z = q_z^{NS} - \tau \rho u_z \left[\frac{u_r}{\gamma - 1} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{u_z}{\gamma - 1} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \right. \\ \left. + p u_r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho} \right) + p u_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right], \end{aligned}$$

где НС-слагаемые q_r^{NS} и q_z^{NS} определяются по формулам:

$$q_r^{NS} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r}, \quad q_z^{NS} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial z}.$$

Коэффициенты динамической вязкости η , теплопроводности κ и релаксационный параметр τ связаны соотношениями:

$$\eta = \eta_\infty \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^\omega, \quad \kappa = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1) \operatorname{Pr}} \eta, \quad \tau = \frac{1}{p \operatorname{Sc}} \eta.$$

Здесь η_∞ — известное значение η при температуре T_∞ , Pr и Sc — числа Прандтля и Шмидта соответственно, ω — заданный показатель степенной зависимости из промежутка $[0.5; 1]$.

Система уравнений (1)–(4) дополняется начальными и краевыми условиями.

Для численного решения задачи в области расчета вводится разностная сетка по пространству и по времени. Компоненты скоростей, давление и плотность определяются в узлах сетки. Значения газодинамических величин в полуцелых узлах и в центрах ячеек определяются как среднее арифметическое их значений в прилегающих узлах. Пространственные производные аппроксимируются центральными разностями со вторым порядком точности. Производные по времени аппроксимируются разностями вперед

с первым порядком. Для численного решения начально-краевой задачи (1)–(4) используется явная по времени разностная схема.

Для единообразного вычисления газодинамических величин во всех внутренних точках, включая приграничные точки, вводится система фиктивных ячеек, примыкающих к каждой из границ. Алгоритм нахождения плотности, компонент скорости и давления состоит из двух этапов. Первый — заполнение фиктивных ячеек на основе граничных условий. Второй этап — вычисление параметров течения на следующем временном слое во внутренних точках области.

Уравнения приводятся к безразмерному виду с помощью замены:

$$z \rightarrow z/R_c, \quad r \rightarrow r/R_c, \quad t \rightarrow t c_\infty/R_c, \quad \rho \rightarrow \rho/\rho_\infty,$$

$$T \rightarrow T/T_\infty, \quad u_r \rightarrow u_r/c_\infty, \quad u_z \rightarrow u_z/c_\infty,$$

$$p \rightarrow p/(\rho_\infty c_\infty^2), \quad E \rightarrow E/(\rho_\infty c_\infty^2), \quad H \rightarrow H/c_\infty^2,$$

где R_c — линейный размер, c_∞ — скорость звука, ρ_∞ — плотность, T_∞ — температура в невозмущенном потоке. Обезразмеривание не изменяет вида уравнений.

Для обеспечения устойчивости численного решения в релаксационный параметр τ вводится добавка, пропорциональная шагу пространственной сетки. Релаксационный параметр и коэффициенты вязкост-

ти и теплопроводности вычисляются как

$$\tau = \frac{\text{Ma}}{\text{Re Sc}} \frac{1}{p} \left(\gamma \frac{p}{\rho} \right)^\omega + \alpha \frac{h}{c_s},$$

$$\eta = \tau p \text{Sc}, \quad \kappa = \frac{\tau p \text{Sc}}{\text{Pr}(\gamma - 1)},$$

где $p = \rho T/\gamma$, $\text{Ma} = (u_z)_\infty/c_\infty$ и $\text{Re} = ((u_z)_\infty \times \rho_\infty R_c)/\eta_\infty$ — числа Маха и Рейнольдса соответственно, $h = \sqrt{h_r^2 + h_z^2}$, h_r , h_z — шаги разностной сетки по пространству, α — численный коэффициент порядка единицы.

Течение в окрестности цилиндрического торца

Рассматривается задача обтекания цилиндрического торца радиуса R_c однородным сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого газа под нулевым углом атаки.

В качестве граничных условий на входной (правой) границе выбраны условия набегающего потока $\rho_\infty = 1$, $(u_z)_\infty = -\text{Ma}$, $(u_r)_\infty = 0$, $p_\infty = 1/\gamma$. На оси симметрии ставятся «условия симметрии», на торце цилиндра — «условия скольжения» для скорости, на боковой поверхности — «условия прилипания» для скорости. Поверхность цилиндра предполагается адиабатической. Для аккуратной аппроксимации уравнений вблизи угловой точки (2, 1) об-

Таблица 1

Расчет осесимметричного течения

Ma	α	Сетка	$h_r = h_z$	dt	Невязка	ρ_s	p_s	T_s
Теоретические значения, рассчитанные по (5):						2.172	2.280	1.750
1.5	1.0	120 × 120	0.05	10 ⁻³	10 ⁻⁵	2.112	2.248	1.774
1.5	0.5	120 × 120	0.05	10 ⁻³	10 ⁻⁵	2.156	2.280	1.763
1.5	0.5	160 × 120	0.025	5 · 10 ⁻⁴	10 ⁻⁴	2.186	2.305	1.757
1.5	0.2	120 × 120	0.05	10 ⁻³	10 ⁻⁵	2.189	2.303	1.753
Теоретические значения, рассчитанные по (5):						2.719	3.807	2.333
2	1.0	80 × 60	0.05	10 ⁻³	10 ⁻⁵	2.648	3.704	2.331
2	0.5	80 × 60	0.05	10 ⁻³	10 ⁻⁵	2.720	3.781	2.317
2	0.2	80 × 60	0.05	10 ⁻³	10 ⁻⁵	2.781	3.843	2.303
2	1.0	160 × 120	0.025	5 · 10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	2.717	3.777	2.317
2	0.5	160 × 120	0.025	5 · 10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	2.760	3.818	2.306
2	0.2	160 × 120	0.025	5 · 10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	2.791	3.848	2.298
Теоретические значения, рассчитанные по (5):						3.418	8.204	4.000
3	1.0	160 × 120	0.025	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	3.457	8.089	3.900
3	0.5	160 × 120	0.025	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	3.525	8.204	3.879
Теоретические значения, рассчитанные по (5):						3.982	22.330	9.333
5	1.0	160 × 120	0.025	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	4.076	21.914	8.961
5	0.5	160 × 120	0.025	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	4.167	22.287	8.914
Теоретические значения, рассчитанные по (5):						4.402	2203.6	834.33
50	1.0	80 × 60	0.05	10 ⁻⁶	10 ⁻⁴	4.756	2181.1	764.35
50	0.5	80 × 60	0.05	5 · 10 ⁻⁶	10 ⁻⁴	4.739	2211.8	777.87

ласть расчета разбивается на две подобласти [6]. На левой выходной границе и свободной верхней границе предполагается равенство нулю нормальных производных плотности, давления и компонент скорости.

В качестве начальных условий используются параметры невозмущенного потока. Рассматривается течение вязкого одноатомного газа твердых шаров $\gamma = 5/3$, $Pr = 2/3$, $Sc = 0.77$, $\omega = 0.5$, число Рейнольдса $Re = 10^4$. Расчеты проведены на равномерных пространственных сетках для различных значений параметра α и чисел Маха $Ma = 1.5, 2, 3, 5, 50$. Стационарное решение находится методом установления.

В табл. 1 приведены характеристики расчетов и сопоставление полученных параметров торможения с соответствующими аналитическими значениями, вычисленными для течения идеального газа [9].

Параметры торможения: плотность ρ_s , давление p_s , температура T_s (индекс «s» от англ. «stagnation») вычисляются по формулам:

$$p_s = p_2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{u_{z2}^2}{c_2^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}},$$

$$T_s = T_2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{u_{z2}^2}{c_2^2} \right), \quad \rho_s = \frac{\gamma p_s}{T_s}, \quad (5)$$

где p_2, u_{z2}, T_2, c_2 — давление, скорость, температура и скорость звука за ударной волной, которые мы получаем из условий Ренкина-Гюгоню [9]:

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{(\gamma + 1) Ma_1^2}{2 + (\gamma - 1) Ma_1^2}, \quad p_2 = p_1 \frac{2\gamma Ma_1^2 - \gamma + 1}{\gamma + 1},$$

$$u_{z2} = u_{z1} \frac{2 + (\gamma - 1) Ma_1^2}{(\gamma + 1) Ma_1^2}, \quad T_2 = \gamma \frac{p_2}{\rho_2}, \quad c_2 = \sqrt{T_2},$$

здесь ρ_1, u_{z1}, p_1, T_1 — параметры набегающего потока.

Для всех чисел Маха, включая $Ma = 50$, полученные в расчете значения параметров торможения соответствуют теоретическим значениям (5). Наиболее точные значения получаются при $\alpha = 0.5$. Для чисел Маха 1.5 и 2 уменьшение шага сетки в два раза мало влияет на точность решения.

Изолинии плотности и линии тока для чисел Маха 1.5, 5 и 50 ($\alpha = 0.5$) для установившегося течения приведены на рис. 1–3. Наглядно видно изменение формы и положения ударной волны, а также структуры течения с ростом скорости набегающего потока. На рис. 4 представлены профили плотности в ударной волне. Приведенные графики демонстрируют высокую точность расчета скачков уплотнения и отсутствие осцилляций решения при больших числах Ма.

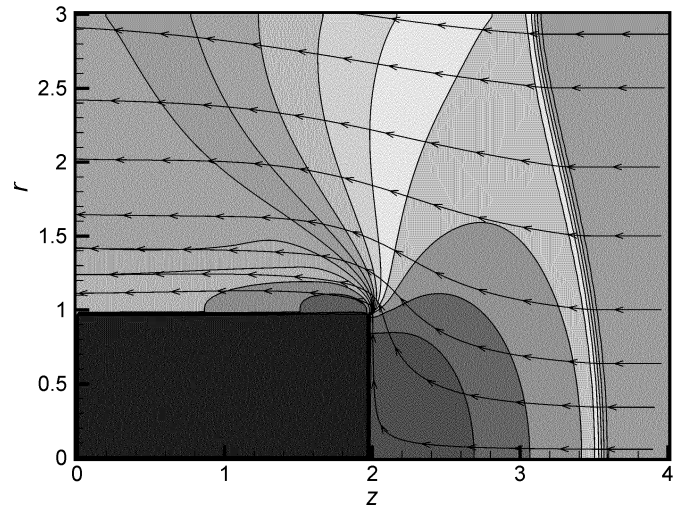


Рис. 1. Изолинии плотности и поле течения ($Ma = 1.5$)

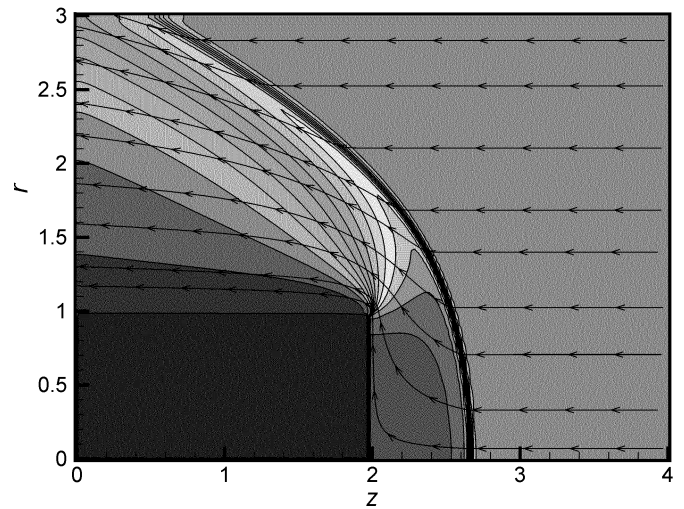


Рис. 2. Изолинии плотности и поле течения ($Ma = 5$)

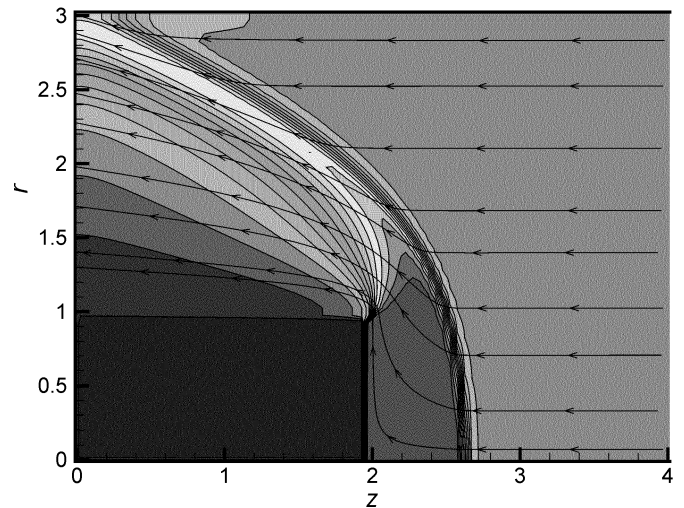


Рис. 3. Изолинии плотности и поле течения ($Ma = 50$)

Течение в канале с уступом

Описанный выше алгоритм был адаптирован для плоских двумерных течений и использован для расчета нестационарного невязкого сверхзвукового

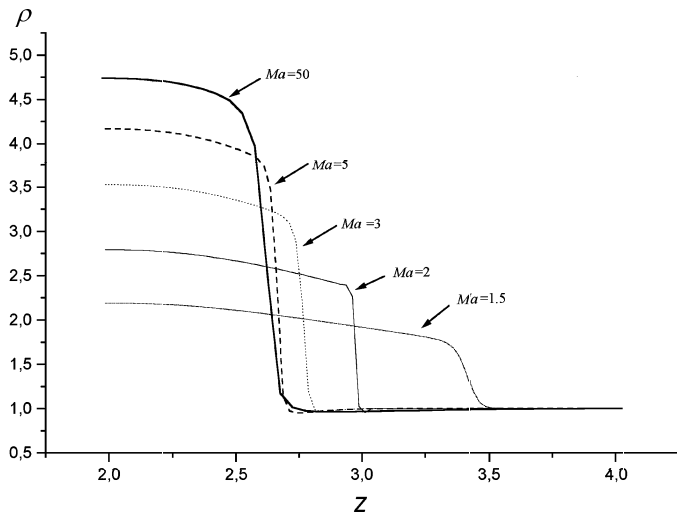


Рис. 4. Профили плотности в осесимметричном течении

Таблица 2

Расчет течения в канале с уступом

V	Сетка	$h_x = h_y$	dt	Число шагов	t	ρ_{\min}	ρ_{\max}
1	120 × 40	0.025	0.001	4000	4	0.551	4.464
2	240 × 80	0.0125	0.0005	8000	4	0.377	4.553
3	480 × 160	0.00625	0.0001	40000	4	0.247	4.595

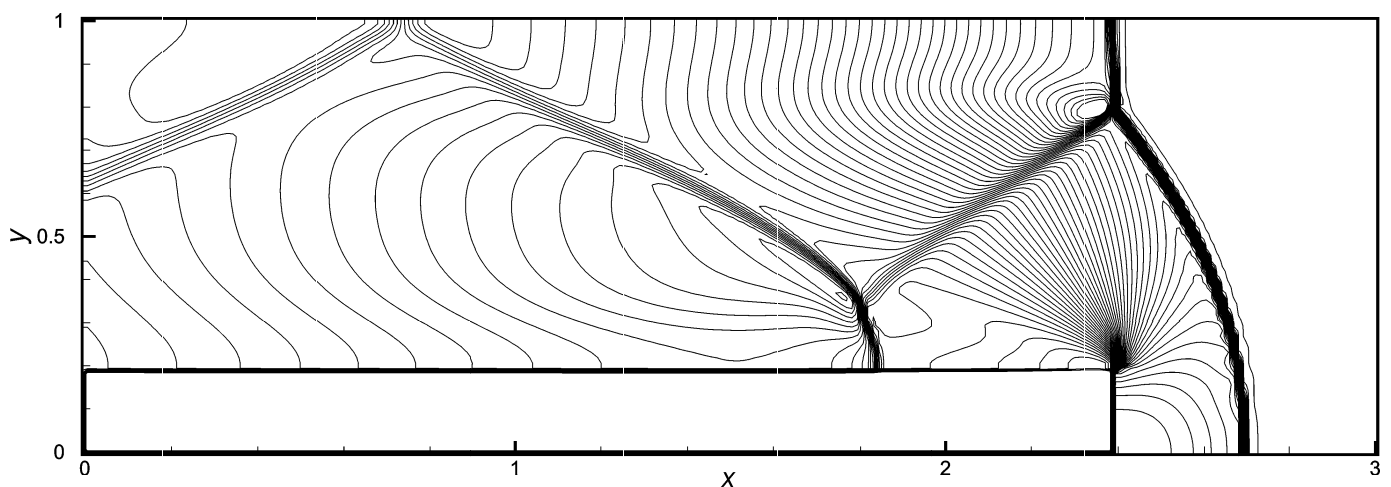
течения в канале с уступом [7, 8]. Сложная конфигурация ударных волн, формирующихся с течением времени в канале, служит известным тестом для оценки работоспособности методов высокого порядка точности для решения уравнений Эйлера и Навье–Стокса. В соответствии с работами [7, 8] задача решается в следующей постановке: длина канала — 3, ширина — 1, высота уступа, расположенного на расстоянии 0.6 от начала канала, равна 0.2. Рассматривается невязкий нетеплопроводный газ с показателем адиабаты $\gamma = 1.4$. На входной (правой) границе задается однородный поток с числом Маха $Ma = 3$, на выходной (левой) предполагается равен-

ство нулю производных от всех параметров потока. На стенках канала и уступа задаются отражающие граничные условия. Расчеты проводились на трех равномерных пространственных сетках (табл. 2). При вычислении релаксационного параметра τ коэффициент $\alpha = 0.3$.

Для сопоставления с результатами работ [7, 8] на рис. 5 приведено распределение плотности на момент времени $t = 4$ на сетке 240×80 (приведено 50 изолиний, расположенных эквидистантно). Картина течения соответствует данным [8], полученным с использованием кусочно-параболических схем третьего порядка точности по пространству, и результатам [7], где применяются методы расщепления первого, второго и третьего порядка точности.

Отчетливо прослеживается образование вторичных волн отражения от верхней стенки канала и верхней поверхности уступа. За волной разрежения над углом уступа плотность газа минимальна, вблизи контактного разрыва за тройной точкой над уступом плотность газа максимальна. Полученные в расчетах минимальное и максимальное значения плотности на разных сетках приведены в табл. 2. Согласно [8], $\rho_{\max}/\rho_{\infty} = 4.33$, $\rho_{\min}/\rho_{\infty} = 0.18$. Видно хорошее согласие максимального значения плотности и уточнение величины ρ_{\min} при сгущении пространственной сетки.

Таким образом, на примере расчета двух типичных течений в работе протестирован предложенный в [6] новый численный алгоритм, основанный на КГД уравнениях. Алгоритм представляет собой явную по времени разностную схему первого порядка точности. Достоинствами метода являются простота реализации и высокая точность, которая, по мнению авторов, обеспечивается использованием регуляризаторов специального вида, присутствующих в КГД уравнениях. Алгоритм может использоваться для расчета вязких и невязких сверхзвуковых нестационарных течений с высокими числами Маха, возника-

Рис. 5. Изолинии плотности для течения в канале ($Ma = 3$, $t = 4$)

ющих, например, при входе летательных аппаратов в атмосферу планет.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 01-01-00061).

Авторы благодарны Ю. В. Шеретову за сотрудничество.

Литература

1. *Елизарова Т.Г., Четверушкин Б.Н.* // ЖВМ и МФ. 1985. **25**, № 10. С. 1526.
2. *Шеретов Ю.В.* Математическое моделирование течений жидкости и газа на основе квазигидродинамических и квазигазодинамических уравнений. Тверь, 2000.
3. *Елизарова Т.Г., Шеретов Ю.В.* // ЖВМ и МФ. 2001. **41**, № 2. С. 239.

4. *Елизарова Т.Г., Соколова М.Е.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. № 5. С. 19 (Moscow University Phys. Bull. 2001. N 5. P. 24).
5. *Elizarova T.G., Sheretov Yu.V.* // J. La Houil. Blan. 2003. N 5. P. 66.
6. *Шеретов Ю.В.* // Применение функционального анализа в теории приближений. Тверь, 2001. С. 191.
7. *Граур И.А.* // ЖВМ и МФ. 2002. **42**, № 5. С. 698.
8. *Woodward P., Collela P.* // J. Comput. Phys. 1984. N 54. P. 115.
9. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Гидродинамика. М., 1986.

Поступила в редакцию
24.04.03.

УДК 539.124.17

ТЯЖЕЛЫЕ МАЙОРАНОВСКИЕ НЕЙТРИНО В РОЖДЕНИИ ДИЛЕПТОНОВ НА ЛЕПТОН-ПРОТОННЫХ КОЛЛАЙДЕРАХ

А. Али^{*)}, А. В. Борисов, Д. В. Журидов

(кафедра теоретической физики)

E-mail: borisov@ave.phys.msu.su

Вычислены сечения глубоконеупругих процессов рождения пар лептонов одного знака заряда $e^+p \rightarrow \bar{\nu}_e \ell^+ \ell'^+ X$ и $\nu_e p \rightarrow \ell^+ \ell'^+ X$ ($\ell, \ell' = e, \mu, \tau$), обусловленных обменом тяжелым майорановским нейтрино. Рассмотрены возможности наблюдения этих процессов на существующем ep -коллайдере HERA и проектируемом суперколлайдере VLHC.

1. В настоящее время экспериментально установлено, что нейтрино обладают массой (все аспекты физики нейтрино, в том числе проблема массы и соответствующие экспериментальные данные обсуждаются в обзоре PDG [1]). Наиболее убедительными являются наблюдения тремя независимыми группами осцилляций нейтринных ароматов [2–4] (ссылки на более ранние работы см. в обзоре [5], где анализируются современные данные по солнечным, атмосферным, реакторным и ускорительным нейтрино). Указанные осцилляции объясняются тем, что нейтрино ν_ℓ определенного аромата $\ell = e, \mu, \tau$ представляет собой когерентную суперпозицию состояний ν_i с определенными массами m_i (см., напр., [6, 7]):

$$\nu_\ell = \sum_i U_{\ell i} \nu_i, \quad (1)$$

где коэффициенты $U_{\ell i}$ образуют матрицу лептонного смешивания.

Одна из фундаментальных и до сих пор нерешенных проблем физики элементарных частиц — природа массы нейтрино: дираковская она или майорановская. Дираковское нейтрино несет лептонное число, отличающее его от антинейтрино, и механизм генерации дираковских масс такой же, как масс

кварков и заряженных лептонов в стандартной модели [6, 7]. Майорановское же нейтрино — истинно нейтральная частица, тождественная своей античастице. Майорановский массовый член в лагранжиане не сохраняет лептонное число, изменяя его на две единицы. Поэтому майорановские нейтрино могут приводить к ряду процессов с несохранением лептонного числа, поиск которых представляет одно из важных направлений современной экспериментальной физики элементарных частиц. Заметим, что нейтринные осцилляции нечувствительны к типу массы нейтрино. В течение многих лет ведется поиск безнейтринного двойного бета-распада ядер [1, 6], обусловленного обменом виртуальными майорановскими нейтрино. Недавно появилось первое экспериментальное указание на его обнаружение [8], пока не получившее независимое подтверждение другими группами. К числу процессов, в которых рождаются пары лептонов одного знака заряда и тем самым проявляется майорановская природа нейтрино, относятся редкие распады мезонов типа $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ (см., напр., [9]) и глубоконеупругие адрон-адронные и лептон-адронные столкновения: $pp \rightarrow \ell^\pm \ell'^\pm X$ [9, 10], $e^+p \rightarrow \bar{\nu}_e \ell^+ \ell'^+ X$ [11, 12], $\nu_\mu N \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^+ X$ [13].

^{*)} А. Али (DESY, Hamburg).