УДК 530.12, 51:53, 524.83

СОХРАНЯЮЩИЕСЯ ТОКИ В D-МЕРНОЙ ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИЯ С БРАНАМИ

А. Н. Петров

(*ГАИШ*)

E-mail: petrov@xray.sai.msu.ru

В D-мерной гравитации на произвольно искривленных фонах стандартным способом построены сохраняющиеся токи в виде дивергенций от антисимметричных тензорных плотностей (суперпотенциалов). Последние имеют два свойства: они существенно зависят от вторых производных в лагранжиане теории и не зависят от добавленных к нему дивергенций*). В частности, такие сохраняющиеся токи и суперпотенциалы построены для возмущений в космологической модели с бранами для лагранжиана Гаусса–Боне.

В большинстве работ по общей терии относительности (ОТО) и в таких калибровочных теориях, как супергравитация (см. [2–8] и ссылки там), где сохраняющиеся векторные плотности (токи) строятся в виде дивергенций от антисимметричных тензорных плотностей (суперпотенциалов), оказывается существенным использование вспомогательного фонового пространства-времени. Альтернативный подход без использования фона развивается, например, в работах [9, 10], где нётеровские заряды в асимптотически анти-де ситтеровских теориях гравитации, связанные с асимптотическими векторами Киллинга, строятся благодаря специальным поверхностным членам, добавленным к действию.

Развивая подход с использованием фона, мы рассматриваем произвольную метрическую D-мерную теорию гравитации. Предполагаем лагранжиан свободного гравитационного поля в виде $\hat{L}(A_B;\, A_{B,\alpha};\, A_{B,\alpha\beta})$, куда включены как первые, так и вторые производные от обобщенной гравитационной переменной A_B; крышка «$\hat{}$» означает плотности веса $+1$. Считаем, что $A_B \in g_{\mu\nu}, \Phi_B$, где $g_{\mu\nu}$ — физическая D-мерная метрика. Имея в виду скалярно-тензорные и другие обобщения, включаем в набор Φ_B произвольные тензорные плотности, не спиноры. Также можно предположить, что Φ_B включает и негравитационные материальные переменные. Произвольно искривленное фоновое пространство-время характеризуется заданной метрикой $\overline{g}_{\mu\nu}$ и построенным на ее основе тензором Римана $\overline{R}^{\alpha}{}_{\beta\mu\nu}$. Черта сверху будет обозначать фоновые величины, а индексы смещаться с помощью $\overline{g}_{\mu\nu}$ и $\overline{g}^{\mu\nu}$. Чтобы включить $\overline{g}_{\mu\nu}$, перепысываем частные производные $({}_{,\alpha})$ через ковариантные $({}_{;\alpha})$ по отношению к $\overline{g}_{\mu\nu}$ [11]. Тогда лагранжиан приобретает явно ковариантный вид:

$$\hat{L} = \hat{\mathcal{L}} = \hat{\mathcal{L}}(A_B;\, A_{B;\alpha};\, A_{B;\alpha\beta}). \tag{1}$$

Для этой скалярной плотности составляем тождество $\pounds_\xi \hat{\mathcal{L}} + (\xi^\alpha \hat{\mathcal{L}})_{,\alpha} \equiv 0$ и преобразуем его к виду

$$\begin{aligned} &\left[L^B A_{B;\alpha} + (L^B\, A_B|^{\beta}_{\alpha})_{;\beta}\right]\xi^\alpha - \\ &- \left[\hat{u}^\alpha_\sigma \xi^\sigma + \hat{m}^{\alpha\beta}_\sigma \xi^\sigma{}_{;\beta} + \hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_\sigma \xi^\sigma{}_{;\beta\gamma}\right]_{;\alpha} \equiv 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Для производных Ли по отношению к векторному полю ξ^α используется обозначение [11]: $\pounds_\xi A_B \equiv -\xi^\alpha A_{B;\alpha} + \xi^\beta{}_{;\alpha}\, A_B|^{\alpha}_{\beta}$. Все коэффициенты в (2) определены однозначно лагранжианом:

$$\begin{aligned} \hat{u}^\alpha_\sigma \equiv \hat{\mathcal{L}}\delta^\alpha_\sigma + L^B\, A_B|^{\alpha}_{\sigma} - M^{B\alpha} A_{B;\sigma} - \\ - N^{B\alpha\beta} A_{B;\beta\sigma} - \hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_\lambda \overline{R}^\lambda{}_{\beta\gamma\sigma}, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\hat{m}^{\alpha\beta}_\sigma \equiv M^{B\alpha}\, A_B|^{\beta}_{\sigma} + N^{B\alpha\gamma}\left[(A_B|^{\beta}_{\sigma})_{;\gamma} - \delta^\beta_\gamma A_{B;\sigma}\right], \tag{4}$$

$$\hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_\sigma \equiv N^{B\alpha(\beta}\, A_B|^{\gamma)}_{\sigma}, \tag{5}$$

где $L^B \equiv \delta\hat{\mathcal{L}}/\delta A_B$ — лагранжева производная, а также

$$M^{B\alpha} \equiv \partial\hat{\mathcal{L}}/\partial A_{B;\alpha} - \left(\partial\hat{\mathcal{L}}/\partial A_{B;\alpha\beta}\right)_{;\beta},$$

$$N^{B\alpha\beta} \equiv \partial\hat{\mathcal{L}}/\partial A_{B;\alpha\beta}.$$

В тождестве (2) коэффициент при ξ^σ в первом слагаемом тождественно равен нулю (обобщенное тождество Бианки [11]). С учетом этого тождество (2) приобретает форму дифференциального закона сохранения

$$\hat{I}^\alpha{}_{;\alpha} \equiv \hat{I}^\alpha{}_{,\alpha} \equiv 0. \tag{6}$$

Для обобщенного тока выберем представление:

$$\hat{I}^\alpha \equiv -\left[(\hat{u}^\alpha_\sigma + \hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_\lambda \overline{R}^\lambda{}_{\beta\gamma\sigma})\xi^\sigma + \hat{m}^{\alpha\beta}_\sigma \overline{g}^{\sigma\rho}\xi_{[\rho,\beta]} + \hat{z}^\alpha(\xi)\right] \tag{7}$$

с z-членом в виде:

$$\begin{aligned} 2\hat{z}^\alpha(\xi) \equiv -\hat{m}^{\alpha\beta}_\sigma \overline{g}^{\sigma\rho}\pounds_\xi \overline{g}_{\beta\rho} + \\ + \hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_\sigma \overline{g}^{\sigma\rho}\left[(\pounds_\xi \overline{g}_{\beta\gamma})_{;\rho} - 2(\pounds_\xi \overline{g}_{\beta\rho})_{;\gamma}\right]. \end{aligned} \tag{8}$$

Если ξ^α — вектор Киллинга фона, тогда $\hat{z}^\alpha(\xi)$ исчезает и сохраняющийся ток (7) определяется плотностью тензора энергии-импульса (u-член) и

*) В большей части эти результаты были представлены на конференции GR16 [1].

плотностью спина (m-член). Независимо приравнивая нулю коэффициенты при ξ^σ, $\xi^\sigma{}_{;\alpha}$, $\xi^\sigma{}_{(;\alpha;\beta)}$ и $\xi^\sigma{}_{(;\alpha;\beta;\gamma)}$ в (6), получаем систему тождеств «каскадного» (в терминологии Джулии и Сильвы [3]) типа:

$$\begin{aligned} &\hat{u}^\alpha_{\sigma;\alpha} + \frac{1}{2}\hat{m}^{\alpha\rho}_\lambda \overline{R}_\sigma{}^\lambda{}_{\rho\alpha} + \frac{1}{3}\hat{n}^{\alpha\rho\gamma}_\lambda \overline{R}_\sigma{}^\lambda{}_{\rho\alpha;\gamma} \equiv 0,\\ &\hat{u}^\alpha_\sigma + \hat{m}^{\lambda\alpha}_\sigma{}_{;\lambda} + \hat{n}^{\tau\alpha\rho}_\lambda \overline{R}_\sigma{}^\lambda{}_{\rho\tau} + \frac{2}{3}\hat{n}^{\lambda\tau\rho}_\sigma \overline{R}^\alpha{}_{\tau\rho\lambda} \equiv 0,\\ &\hat{m}^{(\alpha\beta)}_\sigma + \hat{n}^{\lambda(\alpha\beta)}_\sigma{}_{;\lambda} \equiv 0,\\ &\hat{n}^{(\alpha\beta\gamma)}_\sigma \equiv 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Поскольку уравнение (6) — тождество, ток (7) должен иметь форму дивергенции от величины $\hat{\Phi}^{\alpha\beta}$ (суперпотенциала):

$$\hat{I}^\alpha \equiv \hat{\Phi}^{\alpha\beta}{}_{;\beta} \equiv \hat{\Phi}^{\alpha\beta}{}_{,\beta}, \tag{10}$$

удовлетворяющей $\hat{\Phi}^{\alpha\beta}{}_{,\alpha\beta} \equiv 0$. Таким образом, (10) является другим выражением для дифференциального закона сохранения (6). Используя систему (9) для преобразований в определении (7), получаем соотношение (10), где

$$\hat{\Phi}^{\alpha\beta} \equiv \left(\hat{m}^{\beta\alpha}_\sigma + \hat{n}^{\lambda\beta\alpha}_\sigma{}_{;\lambda}\right)\xi^\sigma + \frac{2}{3}\xi^\sigma \hat{n}^{[\alpha\beta]\lambda}_\sigma{}_{;\lambda} - \frac{4}{3}\hat{n}^{[\alpha\beta]\lambda}_\sigma \xi^\sigma{}_{;\lambda} \tag{11}$$

антисимметричен по α и β силу третьего из тождеств (9).

Определим вклад в токи и суперпотенциалы от дивергенций в лагранжиане $\delta\hat{\mathcal{L}} = \hat{k}^\nu{}_{,\nu}$. Скалярной плотности $\hat{k}^\nu{}_{,\nu}$ соответствует тождество $(\pounds_\xi \hat{k}^\alpha + \xi^\alpha \hat{k}^\nu{}_{,\nu})_{,\alpha} \equiv 0$, оно дает следующие вклады: $\delta\hat{I}^\alpha$ с коэффициентами $\delta\hat{u}^\alpha_\sigma = 2(\delta^{[\alpha}_\sigma \hat{k}^{\beta]})_{;\beta}$, $\delta\hat{m}^{\alpha\beta}_\sigma = 2\delta^{[\alpha}_\sigma \hat{k}^{\beta]}$, $\delta\hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_\sigma = 0$ в ток (7); $\delta\hat{\Phi}^{\alpha\beta} = -2\xi^{[\alpha}\hat{k}^{\beta]}$ в суперпотенциал (11). Тогда для $\hat{\mathcal{L}} \to \hat{\mathcal{L}} + \delta\hat{\mathcal{L}}$ уравнение (10) приобретает форму

$$\hat{I}^\alpha + \delta\hat{I}^\alpha \equiv \left(\hat{\Phi}^{\alpha\beta} + \delta\hat{\Phi}^{\alpha\beta}\right)_{;\beta}, \tag{12}$$

где добавки не зависят от структуры $\hat{k}^\nu$.

Известно, что, не изменяя тождества (6), к току можно добавить произвольное выражение $\Delta\hat{I}^\alpha(\xi)$, удовлетворяющее $[\Delta\hat{I}^\alpha(\xi)]_{,\alpha} \equiv 0$. Точно так же, без изменения $\hat{I}^\alpha$ в (10) к суперпотенциалу можно добавить $\Delta\hat{\Phi}^{\alpha\tau}(\xi)$, если $[\Delta\hat{\Phi}^{\alpha\beta}(\xi)]_{,\beta} \equiv 0$. Но добавленные величины легко удалить тем же самым способом, поскольку $\Delta\hat{I}^\alpha(\xi)$ и $\Delta\hat{\Phi}^{\alpha\beta}(\xi)$ не связаны ни с лагранжианом, ни с методом построения. В противоположность этому ток и суперпотенциал в (10), заданные через однозначно определенные коэффициенты (3)–(5), нельзя ни уничтожить, ни изменить. Последнее утверждение развивает подход Сшабадоша [12, 13], который предложил рассматривать связь псевдотензоров с лагранжианами «как критерий для выбора математически допустимых псевдотензоров (и суперпотенциалов)».

Теперь, следуя стандартным правилам Белинфанте [8], развитым в работе [14], определим тензорную плотность:

$$\hat{s}^{\alpha\beta\sigma} \equiv -\hat{s}^{\beta\alpha\sigma} \equiv -\hat{m}^{\sigma[\alpha}_\lambda \bar{g}^{\beta]\lambda} - \hat{m}^{\alpha[\sigma}_\lambda \bar{g}^{\beta]\lambda} + \hat{m}^{\beta[\sigma}_\lambda \bar{g}^{\alpha]\lambda} \tag{13}$$

и добавим к обеим частям закона сохранения (10) выражение $(\hat{s}^{\alpha\beta\sigma}\xi_\sigma)_{;\beta}$. Тогда новый закон сохранения приобретает вид:

$$\hat{I}^\alpha_{(b)} \equiv \hat{\Phi}^{\alpha\beta}_{(b);\beta} \equiv \hat{\Phi}^{\alpha\beta}_{(b),\beta}. \tag{14}$$

Как ожидалось, эта процедура исключает из тока (7) m-член:

$$\hat{I}^\alpha_{(b)} \equiv \left(-\hat{u}^\alpha_\sigma + \hat{s}^{\alpha\beta}{}_{\sigma;\beta}\right)\xi^\sigma + \hat{z}^\alpha_{(b)}(\xi) \equiv \hat{u}^\alpha_{(b)\sigma}\xi^\sigma + \hat{z}^\alpha_{(b)}(\xi), \tag{15}$$

а новый z-член также равен нулю на векторах Киллинга фона. В результате ток $\hat{I}^\alpha_{(b)}$ фактически определяется лишь модифицированной плотностью тензора энергии-импульса $\hat{u}^\alpha_{(b)\sigma}$. Новый же суперпотенциал выражается лишь через n-коэффициенты:

$$\hat{\Phi}^{\alpha\beta}_{(b)} \equiv 2\left(\frac{1}{3}\hat{n}^{[\alpha\beta]\rho}_\sigma{}_{;\rho} + \hat{n}^{\tau\rho[\alpha}_\lambda{}_{;\tau}\bar{g}^{\beta]\lambda}\bar{g}_{\rho\sigma}\right)\xi^\sigma - \frac{4}{3}\hat{n}^{[\alpha\beta]\lambda}_\sigma \xi^\sigma{}_{;\lambda}. \tag{16}$$

Таким образом, этот суперпотенциал может быть использован для ковариантных теорий со вторыми производными в лагранжиане, такими как ОТО или с лагранжианом Гаусса–Боне в космологиях с бранами (и не существует вообще для теорий лишь с первыми производными в лагранжиане). В силу определения (13) ясно, что ток $\hat{I}^\alpha_{(b)}$ и суперпотенциал $\hat{\Phi}^{\alpha\beta}_{(b)}$ также однозначно задаются лагранжианом (1) и методом.

Важно отметить, что новые токи и суперпотенциалы не зависят от дивергенций, добавляемых к лагранжиану (см. также [8]): $\delta\hat{\mathcal{L}} = \hat{k}^\nu{}_{,\nu}$. Действительно, спиновый m-член в целом (вместе с $\delta\hat{m}^{\alpha\beta}_\sigma$, см. (12)) исключается по определению. Величина (13), построенная для $\delta\hat{m}^{\alpha\beta}_\sigma$, дает $\delta\hat{s}^{\alpha\beta\sigma}\xi_\sigma = 2\xi^{[\alpha}\hat{k}^{\beta]}$. После добавки $(\delta\hat{s}^{\alpha\beta\sigma}\xi_\sigma)_{;\beta}$ к обеим частям (12) вклад от $\delta\hat{\mathcal{L}} = \hat{k}^\nu{}_{,\nu}$ компенсируется: $\delta\hat{u}^\alpha_\sigma - (\delta\hat{s}^{\alpha\beta\rho}\bar{g}_{\rho\sigma})_{;\beta} \equiv 0$ и $\delta\hat{\Phi}^{\alpha\beta} + \delta\hat{s}^{\alpha\beta\sigma}\xi_\sigma \equiv 0$.

Отметим, что законы сохранения в форме (10), (12) или (14) являются тождествами. Чтобы преобразовать их в физические законы сохранения, необходимо в токах слева использовать полевые (динамические) уравнения.

В качестве приложений рассмотрим возмущенные теории на заданном фоне. Пусть переменные A_B в (1) будут представлены лишь физической метрикой $g_{\mu\nu}$ либо 5-мерной космологической модели с бранами, либо ОТО; $g = \det g_{\mu\nu}$. Физический тензор кривизны записываем как

$$R^\lambda{}_{\tau\rho\sigma} = \Delta^\lambda_{\tau\sigma;\rho} - \Delta^\lambda_{\tau\rho;\sigma} + \Delta^\lambda_{\rho\eta}\Delta^\eta_{\tau\sigma} - \Delta^\lambda_{\eta\sigma}\Delta^\eta_{\tau\rho} + \overline{R}^\lambda{}_{\tau\rho\sigma} \tag{17}$$

(см. [2, 8]), где тензор $2\Delta^{\alpha}_{\mu\nu} \equiv g^{\alpha\rho}(g_{\rho\mu;\nu} + g_{\rho\nu;\mu} - - g_{\mu\nu;\rho})$.

Лагранжиан 5-мерной модели с бранами имеет вид [15, 16]:

$$\hat{\mathcal{L}}^{(5)} = -\frac{1}{2}M_*^3\sqrt{-g}\Big[R - 2\Lambda + + \alpha \underbrace{\left(R^2 - 4R^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta} + R^{\alpha\beta\gamma\delta}R_{\alpha\beta\gamma\delta}\right)}_{l_{(2)}}\Big], \quad (18)$$

где M_* — струнный масштаб массы, $\alpha \propto M_*^{-2}$, а также $l_{(2)}$ — член Гаусса–Боне. Следуя логике работы [2], представим возмущенный сценарий для системы (18), для чего в фоновом пространстве-времени с метрикой $\overline{g}_{\mu\nu}$ построим лагранжиан:

$$\hat{\mathcal{L}}^{(5)}_{\rm pert} = \hat{\mathcal{L}}^{(5)} - \overline{\hat{\mathcal{L}}^{(5)}} + {\rm div}\,. \quad (19)$$

Опишем, как построить суперпотенциал типа (11) для системы (19). Сначала, используя (17), нужно представить $\hat{\mathcal{L}}^{(5)}$ в форме (1) и подставить в (11). Чтобы получить вклад от $\overline{\hat{\mathcal{L}}^{(5)}}$, необходимо все физические величины предыдущего результата превратить в фоновые. И наконец, взять в расчет дивергенцию в (19), используя построение для (12). Мы не приводим явно громоздкого выражения для этого суперпотенциала. Отмечаем только, что каждой дивергенции соответствует свой единственный суперпотенциал, а выбор дивергенции в (19) находится в одно-однозначном соответствии с граничными условиями при вариации действия. Суперпотенциал для условий Дирихле можно найти в недавней работе [17].

Чтобы построить не зависящий от дивергенций в лагранжиане суперпотенциал для системы (19), используем формулу (16). Вычисление коэффициента (5), соответствующего $\hat{l}_{(2)} \equiv \sqrt{-g}l_{(2)}$ в (18) с учетом (17), дает

$$\hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_{(5)\sigma} = \left(g^{\alpha(\beta}\delta^{\gamma)}_{\rho} - \delta^{\alpha}_{\rho}g^{\beta\gamma}\right)\left(\hat{R}\delta^{\rho}_{\sigma} - 8\hat{R}^{\rho}_{\sigma}\right) + 4\hat{R}^{\alpha(\beta\gamma)}{}_{\sigma},$$

а окончательно из формулы (16) получаем

$$\hat{\Phi}^{\alpha\beta}_{(5b)} \equiv M_*^3\left[\delta\hat{g}^{\sigma[\alpha}\xi^{\beta]}{}_{;\sigma} + \xi^{[\alpha}\delta\hat{g}^{\beta]\sigma}{}_{;\sigma} - \overline{g}^{\rho[\alpha}\delta\hat{g}^{\beta]\sigma}{}_{;\rho}\xi_{\sigma}\right] + + \alpha M_*^3\left[\frac{2}{3}\delta\hat{n}^{[\alpha\beta]\lambda}_{(5)\sigma}\xi^{\sigma}{}_{;\lambda} - - \left(\frac{1}{3}\delta\hat{n}^{[\alpha\beta]\rho}_{(5)\sigma\;;\rho} + \delta\hat{n}^{\tau\rho[\alpha}_{(5)\lambda\;;\tau}\bar{g}^{\beta]\lambda}\bar{g}_{\rho\sigma}\right)\xi^{\sigma}\right], \quad (20)$$

где $\hat{g}^{\alpha\beta} \equiv \sqrt{-g}g^{\alpha\beta}$, $\delta\hat{g}^{\alpha\beta} = \hat{g}^{\alpha\beta} - \overline{\hat{g}^{\alpha\beta}}$ и $\delta\hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_{(5)\sigma} = = \hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_{(5)\sigma} - \overline{\hat{n}^{\alpha\beta\gamma}_{(5)\sigma}}$.

Отметим связь с результатами Каца, Бичака и Линден-Белла [2] (КБЛ), где построены токи и суперпотенциалы для возмущений на произвольном фоне в ОТО с использованием стандартной процедуры (аналогично (1)–(12) здесь), и нашими результатами [8], в которых КБЛ величины модифицированы с помощью метода Белинфанте.

Лагранжиан (19) переходит в КБЛ лагранжиан $\hat{\mathcal{L}}^{(5)}_{\rm pert} \to \hat{\mathcal{L}}_G$ после замены $D = 5$ на $D = 4$, если M_*^{-3} равна постоянной Эйнштейна κ, $\alpha = 0$ и $div = (2\kappa)^{-2}(\hat{g}^{\rho\sigma}\Delta^{\nu}_{\rho\sigma} - \hat{g}^{\nu\rho}\Delta^{\sigma}_{\rho\sigma})_{,\nu}$. Подстановка $\hat{\mathcal{L}}_G$ в формулы (7), (11) и (12) приводит к законам сохранения КБЛ [2]. Из этого заключаем, что токи и суперпотенциалы КБЛ однозначно определены построением и лагранжианом $\hat{\mathcal{L}}_G$. Проблему единственности величин КБЛ уже рассматривали Джулия и Сильва [3, 4], независимо Чен и Нестер [5] и показали, что величины КБЛ соответствуют граничным условиям Дирихле. С одной стороны, наш вывод соответствует этому утверждению, с другой стороны, мы установили, что любое изменение дивергенции в лагранжиане $\hat{\mathcal{L}}_G$ ведет к другим токам и суперпотенциалам. Аналогичное утверждение было сделано в работе [18] в рамках ковариантного гамильтонова подхода.

Подстановка лагранжиана КБЛ $\hat{\mathcal{L}}_G$ в (13)–(16) совпадает с выражениями для ОТО, полученными методом Белинфанте [8]. Поэтому законы сохранения в [8] однозначно определены предложенной процедурой и $\hat{\mathcal{L}}_G$. Отметим также, что суперпотенциал (20) переходит в суперпотенциал ОТО в работе [8], если заменить $D = 5$ на $D = 4$ и положить $M_*^{-3} = \kappa$ и $\alpha = 0$.

Автор выражает благодарность Дж. Кацу за обсуждения и замечания, следуя которым работа была представлена в настоящей форме, Л. Сшабадошу за объяснения его работ и полезные рекомендации, а также П. Крушциелу за важные советы.

Литература

1. *Petrov A.N.* Abstract Book of ‘GR16’. Sec. A.3. Durban, 2001. P. 87.
2. *Katz J., Bičák J., Lynden-Bell D.* // Phys. Rev. D. 1997. **55**. P. 5759.
3. *Julia B., Silva S.* // Class. Quantum Grav. 1998. **15**. P. 2173; 2000. **17**. P. 4733.
4. *Silva S.* // Nucl. Phys. B. 1999. **558**. P. 391.
5. *Chen C.-M., Nester J.M.* // Class. Quantum Grav. 1999. **16**. P. 1279.
6. *Henneaux M., Julia B., Silva S.* // Nucl. Phys. B. 1999. **563**. P. 448.
7. *Barnich G., Brandt F.* // Nucl. Phys. B. 2002. **633**. P. 3.
8. *Petrov A.N., Katz J.* // Proc. R. Soc. London A. 2002. **458**. P. 319.
9. *Aros R., Contreras M., Olea R.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. **84**. P. 1647.
10. *Aros R., Contreras M., Olea R.* et al. // Phys. Rev. D. 2000. **62**. P. 044002.
11. *Мицкевич Н.В.* Физические поля в общей теории относительности. М., 1969.
12. *Szabados L.B.* // Preprint KFKT-1991-29/B.
13. *Szabados L.B.* // Class. Quantum Grav. 1992. **9**. P. 2521.
14. *Belinfante F.* // Physica. 1939. **6**. P. 887.
15. *Deruelle N., Dolezel T.* // Phys. Rev. D. 2000. **62**. P. 104502.
16. *Devis S.C.* // Phys. Rev. D. 2003. **67**, P. 024030.
17. *Deruelle N., Katz J., Ogushi S.* // Class. Quantum Grav. 2004. **21**. P. 1971.
18. *Chang C.C., Nester J.M., Chen C.-M.* // Phys. Rev. Lett. 1999. **83**. P. 1897.

Поступила в редакцию
30.05.03