

## АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.17

ОПТИМАЛЬНО-МОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ  
РЕЗУЛЬТАТОВ ФОТОЯДЕРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА ПУЧКАХ  
ТОРМОЗНОГО  $\gamma$ -ИЗЛУЧЕНИЯ

В. В. Варламов, Д. С. Руденко, М. Е. Степанов

(НИИЯФ; кафедра общей ядерной физики)

E-mail: varlamov@depni.sinp.msu.ru

С помощью метода редукции исследована возможность получения оптимально-моноэнергетического представления сечения фотоядерной реакции по ее экспериментальному выходу, измеренному с помощью пучка тормозного  $\gamma$ -излучения. Изучены зависимости специально введенных обобщенных параметров ранее полученных сечений реакций  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$  и  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$  от реально достигаемого энергетического разрешения. Показано, что оптимально-моноэнергетические представления сечений реакций, достигаемые при величинах разрешения соответственно 0.25 и 0.20 МэВ, заметно отличаются от тех, которые были получены в обоих экспериментах.

## Введение

Фотоядерные реакции протекают за счет электромагнитного взаимодействия [1–3], свойства которого хорошо изучены [4, 5], что упрощает отделение эффектов структуры ядра от механизмов его возбуждения. В связи с отсутствием источников достаточно интенсивных пучков моноэнергетических фотонов требуемого диапазона энергий их экспериментальные исследования представляют собой сложную задачу, которая требует применения специальных методов создания таких условий [4, 6], в которых эффективный энергетический спектр фотонов, вызывающих реакцию, оказывается в той или иной степени близким к моноэнергетическому. Сложные формы эффективных фотонных спектров в различных экспериментах затрудняют оценку реально достигаемого энергетического разрешения и делают задачу поиска условий оптимально-моноэнергетического представления информации о сечении реакции весьма актуальной.

1. Особенности экспериментов на пучках  
тормозного  $\gamma$ -излучения

Спектр тормозного  $\gamma$ -излучения является непрерывным, поэтому в эксперименте измеряется не само сечение  $\sigma$  реакции, а его свертка с фотонным спектром (интеграл от произведения) — выход реакции  $Y$ :

$$Y(E_{jm}) = \alpha \int_{E_{th}}^{E_{jm}} W(E_{jm}, E) \sigma(E) dk, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — нормировочная константа;  $\sigma(E)$  — значение сечения реакции с энергетическим порогом  $E_{th}$  при энергии фотонов  $E$ ;  $W(E_{jm}, E)$  — спектр тормозного

$\gamma$ -излучения с верхней границей  $E_{jm}$ , описываемый выражениями, полученными Шиффом, Зельцером–Бергером, Бете–Гайтлером [7–9].

Определение сечения реакции по ее экспериментальному выходу представляет собой так называемую некорректную обратную задачу, основная трудность которой заключается в получении устойчивого решения. Такая задача требует применения специальных математических методов [4, 6], среди которых наибольшее распространение получили методы Пенфолда–Лейсса и регуляризации Тихонова. Процедуры обработки значений  $Y$  в методах извлечения сечений из экспериментальных выходов построены таким образом, чтобы эффективный спектр  $F(E_{jm}, E)$  фотонов, вызывающих реакцию (аппаратная функция метода, функция разрешения), был достаточно хорошо локализован (рис. 1): в результате получается информация об оцененном сечении

$$\sigma^{eval}(E) = \int F(E_{jm}, E) \sigma(E) dE, \quad (2)$$

отличающемся от искомого сечения  $\sigma(E)$  настолько, насколько  $F(E_{jm}, E)$  отличается от  $\delta$ -функции. Степень отличия определяется шириной квазимоноэнергетической линии (рис. 1) в аппаратной функции, для большинства экспериментов составляющей 100–200 кэВ, и отличием ее формы от правильной кривой, например от гауссовой.

Анализ аппаратных функций, используемых в различных методах извлечения данных о сечении реакции из ее выхода [10–13], свидетельствует о том, что они, как правило, несимметричны, имеют подложку со стороны низких энергий и содержат переколебания (рис. 1). Это затрудняет оценку энергетического разрешения полученного сечения: наличие

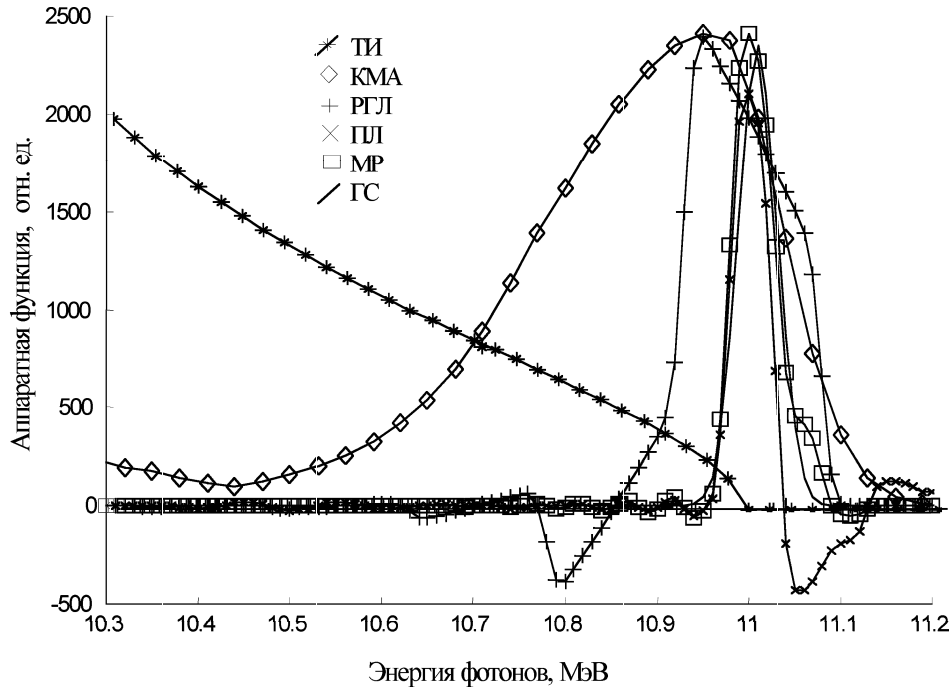


Рис. 1. Сравнение аппаратных функций (эффективных спектров фотонов) различных методов получения информации о сечении фотоядерной реакции: ТИ — спектр тормозного  $\gamma$ -излучения (с верхней границей  $E_{\gamma}^{\max} = 11$  МэВ); КМА — спектр квазимоноэнергетических фотонов (разрешение 350 кэВ); РГЛ — аппаратная функция метода регуляризации Тихонова (шаг обработки 50 кэВ); ПЛ — аппаратная функция метода Пенфолда-Лейсса (шаг обработки 100 кэВ); МР — аппаратная функция метода редукции (разрешение 50 кэВ); ГС — гауссиан с шириной 50 кэВ

переколебаний, подложки, несимметричность аппаратной функции фактически делают классическое определение разрешения в этих случаях неприменимым [10]. Различие в эффективных аппаратных функциях приводит к возникновению систематических погрешностей: ложной структуре в сечении, различиям в значениях амплитуды и положений резонансов, полученных разными методами. В такой ситуации особое значение приобретают методы определения сечения реакции на основе информации о ее выходе, по возможности свободные от описанных недостатков традиционных методов.

## 2. Метод редукции

Кратко суть метода редукции [10–15], основанного на теории измерительно-вычислительных систем сверхвысокого разрешения, заключается в следующем. Интегральное уравнение (1) представляется в матричном виде, при этом связь выхода реакции с ее сечением описывается следующим соотношением:

$$y = A\sigma + \nu, \quad (3)$$

где  $y$  — экспериментальный выход реакции;  $A$  — аппаратная функция прибора, при поступлении на вход которого сигнала  $\sigma$  на выходе получается сигнал  $y$ ;  $\sigma$  — сечение реакции;  $\nu$  — шум,  $\nu_i$  — случайные ошибки значений  $Y_i$ , такие, что  $\Delta Y_i^2 = M(\nu_i)^2 = M((\nu_i - M\nu_i)^2)$  — математическое ожидание, а вектор ошибки характеризуется корреляционной матрицей  $\Sigma(\Delta Y_i^2)$ .

Метод редукции [14, 15] позволяет найти оператор  $R$  (здесь и далее символ « $()^-$ » обозначает операцию псевдоинверсии):

$$R = U(\Sigma^{-1/2}A)^- \Sigma^{-1/2} = U(A^*\Sigma^{-1}A)^- A^*\Sigma^{-1}, \quad (4)$$

такой, который для минимального уровня погрешностей

$$M \|Ry - U\sigma\| = \min \quad (5)$$

и при условии существования решения для любого  $\sigma$

$$RA = U \quad (6)$$

позволяет получить вектор

$$Ry = R(A\sigma + \nu) = U\sigma + (RA - U)\sigma + R\nu = \sigma^{\text{eval}}, \quad (7)$$

интерпретируемый как искаженный шумом  $\nu^{\text{eval}} = R\nu$  результат измерения сечения  $\sigma$  с помощью прибора заданного качества  $U$ :

$$\sigma^{\text{eval}} = Ry = U\sigma + R\nu. \quad (8)$$

Погрешность оцененного сечения

$$\nu^{\text{eval}} = R\nu = G^{1/2} \quad (9)$$

определяется ковариационной матрицей  $\Sigma$

$$G = R\Sigma R^* = (A^*\Sigma^{-1}A)^-. \quad (10)$$

Прибором заданного качества  $U = \int F(E_{jm}, E)$  может являться, например, такой, аппаратная функция (функция разрешения) которого представляет собой гауссиан с заданной шириной.

Соотношения (7)–(10) определяют решение задачи редукции, которая заключается в том, чтобы

найти оптимально-моноэнергетическое представление сечения реакции по информации, содержащейся в выходе реакции, — сечение реакции, полученное при использовании эффективного спектра фотонов с точно определенным энергетическим разрешением. Описанный метод направлен не на решение неустойчивой обратной задачи (1), а на трансформацию сечения реакции, измеренного с помощью прибора  $A$ , к виду, который это сечение имело бы, если бы было измерено с помощью другого прибора  $U$  с иной (лучшей) аппаратной функцией. Так, применительно к экспериментам с использованием тормозного  $\gamma$ -излучения (ТИ-экспериментам) выход  $Y$  есть сечение, «измеренное прибором»

с аппаратной функцией  $W(E_{jm}, E)$  (1).

Преимущества этого метода заключаются в том, что он позволяет получать сечение с требуемым эффективным спектром, дает возможность восстанавливать его по различным параметрам (например, с различными значениями энергетического разрешения). Кроме того, метод редукции имеет определенные средства контроля за достоверностью получаемых результатов [14, 15], так как включает в себя теорию надежности интерпретации измерения. Все это делает его эффективным средством для оптимально-моноэнергетического восстановления сечений из результатов конкретных экспериментов широкого класса.

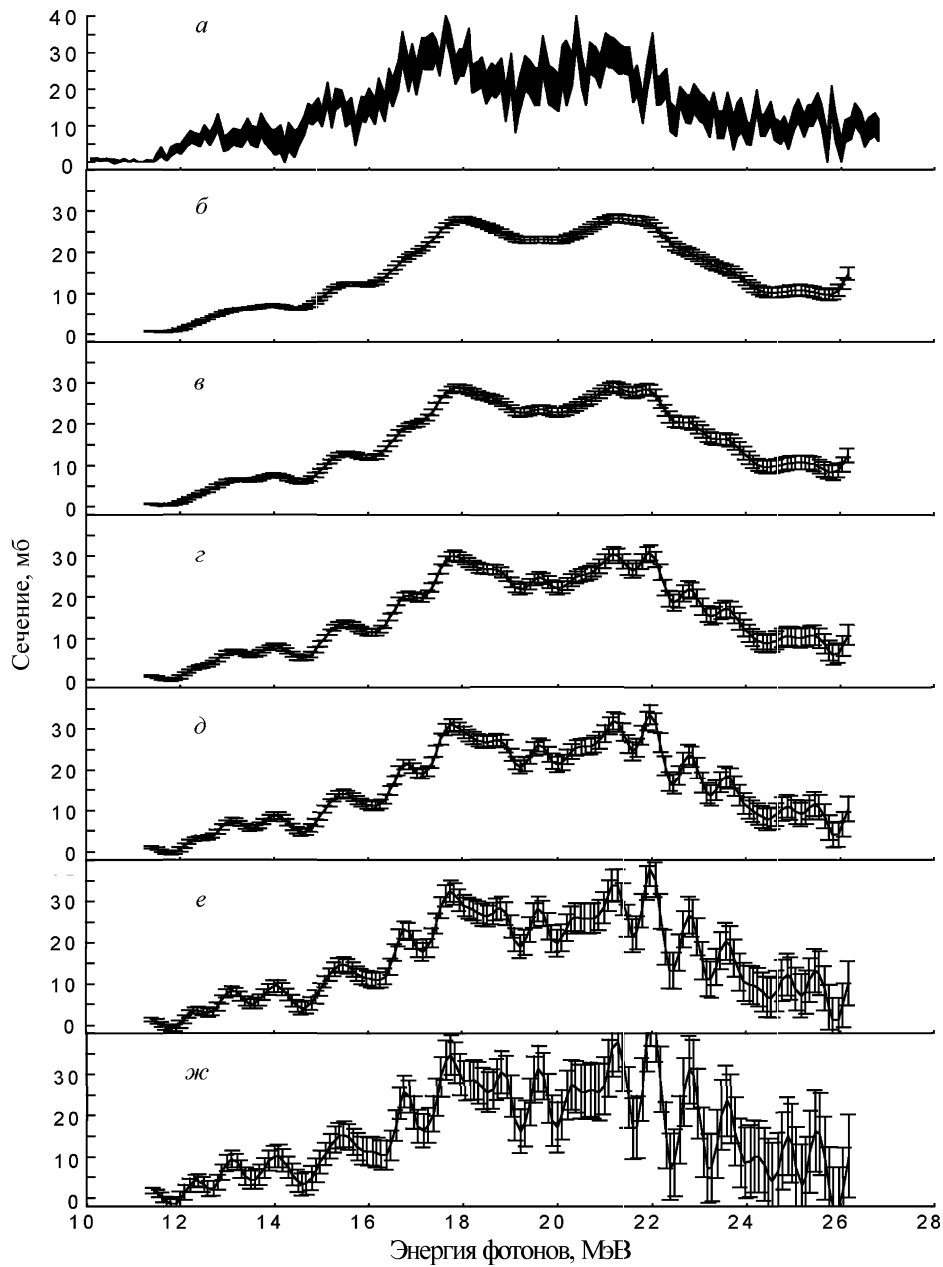


Рис. 2. Сравнение сечений реакции  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$ , полученных с помощью метода редукции (б–ж) из экспериментального выхода [16], для различных значений энергетического разрешения: (б–ж)  $dE = 0.5, 0.4, 0.3, 0.25, 0.2$  и  $0.15$  МэВ с сечением реакции из работы [16] (а)  $dE = 0.4$  МэВ

### 3. Определение условий оптимально-моноэнергетического представления сечения реакции по информации о ее выходе

Определение условий, при которых достигается оптимальное энергетическое разрешение, проведено для сечений полной фотонейтронной реакции  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$  [16] и однонейтронной реакции  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$  [17]. Для количественного сравнения между собой результатов, полученных в различных условиях, использовались специально введенные [10, 18] обобщенные параметры сечений реакций.

#### 3.1. Опубликованные данные

**Реакция  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$ .** Выход реакции  $(\gamma, sn) = [(\gamma, n) + (\gamma, np) + (\gamma, 2n)]$  на ядре  $^{34}\text{S}$  был измерен [16] на пучке тормозного  $\gamma$ -излучения бетатрона Университета Мельбурна (Австралия) с шагом 100 кэВ в области энергий налетающих фотонов 10.4–29.4 МэВ. Для получения сечения реакции был использован метод Пенфолда–Лейсса с переменным шагом анализа (разрешение составило 200–300 кэВ).

**Реакция  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$ .** Выход реакции  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$  для нейтронов с энергией  $> 3.7$  МэВ был измерен [17] на пучке тормозного  $\gamma$ -излучения синхротрона ИЯИ РАН в области энергий от 16 до 25.8 МэВ с шагом и разрешением 200 кэВ. Результат был усреднен по 17 независимым измерениям. Для получения сечения реакции был использован один из вариантов метода регуляризации.

#### 3.2. Исследование зависимостей обобщенных параметров сечений реакций от величины энергетического разрешения

Сечения обеих фотоядерных реакций были восстановлены из их выходов с помощью метода редукции при различных энергетических разрешениях. Количественный анализ оптимальности полученных сечений проводился с помощью введенных ранее [10, 18] обобщенных параметров:

- средней погрешности  $\Sigma$ ;
- структурности  $S$  (степень отклонения полученного сечения от самого себя, но сглаженного с шагом  $\Delta = 1$  МэВ);
- информативности  $I$  (мера увеличения количества информации в сечении при возрастании структурности  $S$ , улучшении разрешения (уменьшении  $dE$ ) и уменьшении средней погрешности  $\Sigma$ ).

Анализ параметров  $\Sigma$ ,  $S$  и  $I$  в зависимости от энергетического разрешения позволяет выбрать такое разрешение, при котором сечение реакции будет обладать оптимальными характеристиками.

Сечения реакции  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$ , восстановленные из выхода [18], представлены на рис. 2, обобщенные параметры — в таблице и на рис. 3. Сечения реакции  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$ , восстановленные из выхода [19],

### Обобщенные параметры сечений реакций $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$ и $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$ , полученных с помощью метода редукции при различных энергетических разрешениях (выделены оптимальные значения)

	$dE$ , МэВ	$S \cdot 10^{-3}$ , отн. ед.	$\Sigma$ , мб	$I \cdot 10^{-3}$ , 1/мб·МэВ
$^{34}\text{S}(\gamma, sn)$	0.15	18.7	4.82	25.8
	0.20	15.6	2.63	29.2
	<b>0.25</b>	<b>12.2</b>	<b>1.59</b>	<b>31.0</b>
	0.30	7.86	1.28	20.4
	0.40	3.68	0.93	9.9
		14.7 <sup>1</sup>	3.9 <sup>1</sup>	9.4 <sup>1</sup>
0.50	2.37	0.71	6.7	
$^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$	0.05	7.8	23.4	3.33
	0.10	6.3	12.1	5.21
	<b>0.20</b>	<b>2.6</b>	<b>4.56</b>	<b>5.70</b>
		<b>1.4<sup>2</sup></b>	<b>15.3<sup>2</sup></b>	<b>0.9<sup>2</sup></b>
	0.40	1.2	3.04	3.95
	0.60	0.6	2.4	2.50
0.80	0.3	1.92	1.56	

<sup>1</sup> Параметры, полученные по данным работы [16].

<sup>2</sup> Параметры, полученные по данным работы [17].

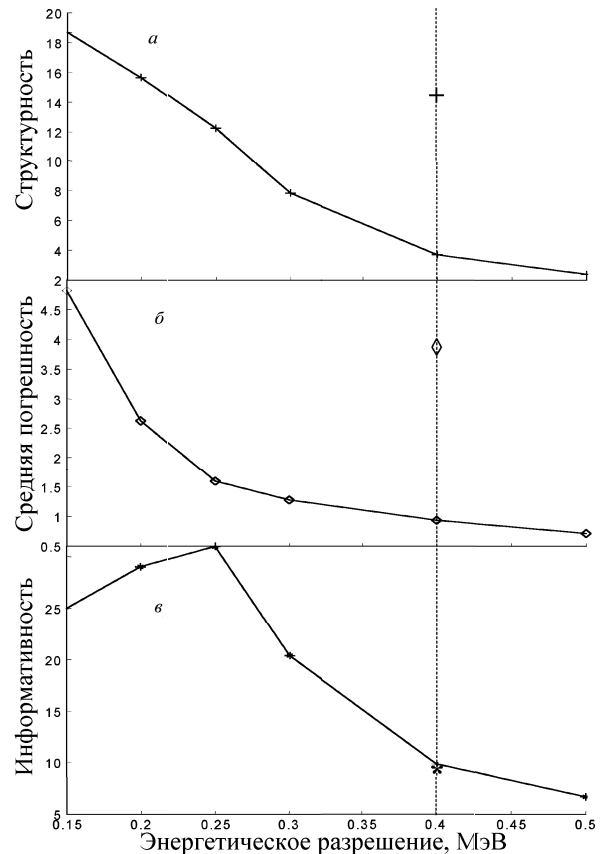


Рис. 3. Структурность  $S$ , сумма погрешностей  $\Sigma$  и информативность  $I$  сечений реакции  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$ , полученных с помощью метода редукции при различных значениях энергетического разрешения  $dE = 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4$  и  $0.5$  МэВ. Большими и жирными символами представлены параметры, полученные по данным работы [16]

представлены на рис. 4, обобщенные параметры — в таблице и на рис. 5. Видно, что для обоих случаев при повышении энергетического разрешения

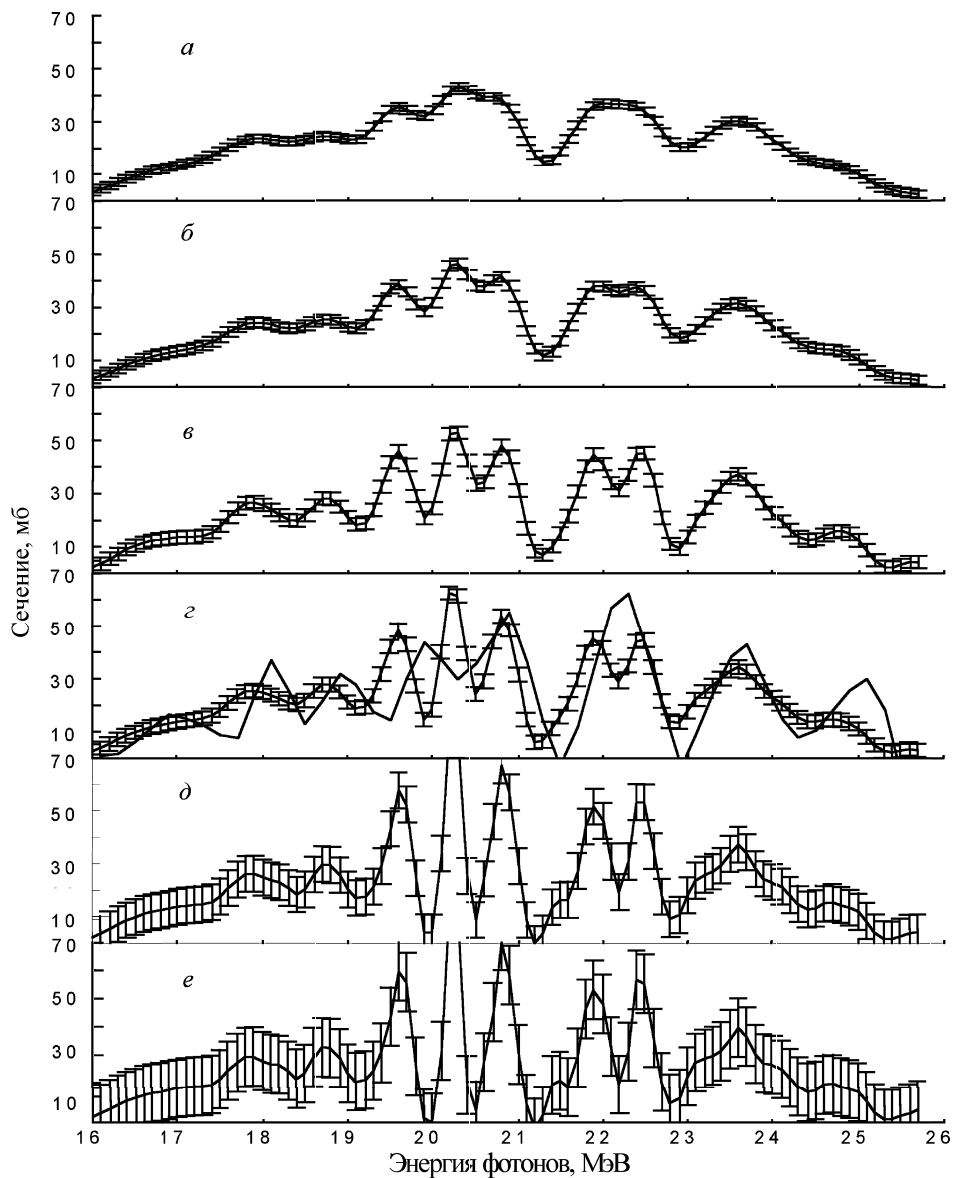


Рис. 4. Сравнение сечений реакции  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$ , полученных с помощью метода редукции (а-е) из экспериментального выхода [17] при значениях энергетического разрешения (соответственно сверху вниз)  $dE = 0.80, 0.60, 0.40, 0.20, 0.10$  и  $0.05$  МэВ с сечением реакции из работы [17] (е),  $dE = 0.2$  МэВ

(уменьшения  $dE$  в 3.3 раза для реакции  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$  и в 16 раз для реакции  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$ ) обобщенные параметры меняются следующим образом:

- структурность  $S$  возрастает (для  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$  в 8 раз, для  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$  в 26 раз), причем в обоих случаях отчетливо проявляется эффект заметного изменения характера зависимости  $S(dE)$  вблизи  $dE \approx 0.25$  и  $0.20$  МэВ соответственно;

- средняя погрешность  $\Sigma$  возрастает (для  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$  более чем в 6 раз, для  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$  более чем в 12 раз), причем вновь наблюдается эффект изменения характера зависимости  $\Sigma(dE)$  при тех же значениях разрешения  $dE \approx 0.25$  и  $0.20$  МэВ соответственно;

- информативность  $I$  сначала возрастает, затем уменьшается: обе зависимости  $I(dE)$  имеют отчетливо выраженный резонансный характер с максимумами при тех же значениях  $dE \approx 0.25$  и  $0.20$  МэВ соответственно.

соответственно.

Более наглядно возрастание параметров  $S$  и  $\Sigma$  (рис. 2, 5) при улучшении энергетического разрешения (уменьшении  $dE$ ) может быть объяснено на основании обратной зависимости (уменьшения параметров  $S$  и  $\Sigma$  при ухудшении энергетического разрешения). Сглаживание сечения с уменьшением  $S$  представляет собой объединение данных в соседних точках с уменьшением  $\Sigma$ .

Резонансный характер поведения информативности  $I$  при значительном уменьшении  $dE$  свидетельствует о том, что сумма погрешностей данных с некоторого момента начинает расти быстрее, чем структурность сечений (рис. 2, 4), что приводит к снижению информативности и определяет оптимальные условия обработки. Поведение основных пара-

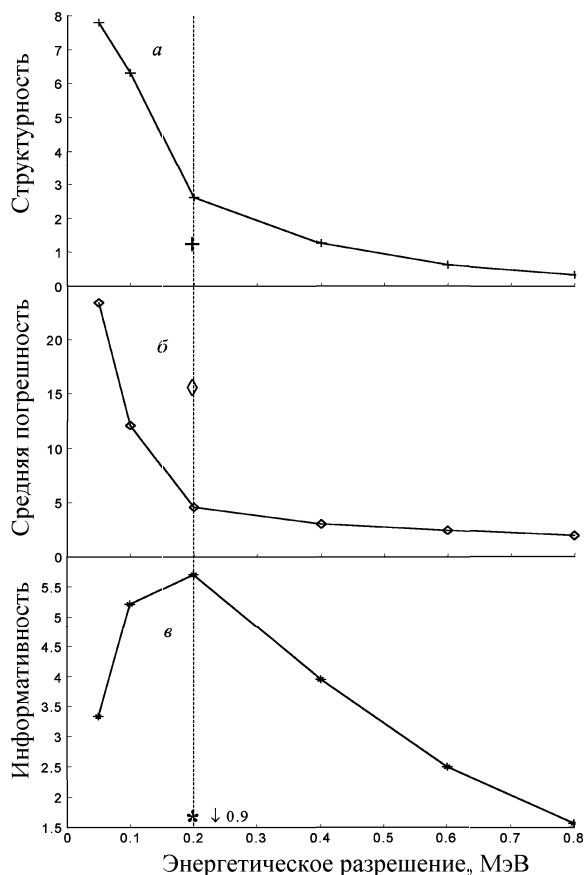


Рис. 5. Структурность  $I$ , сумма погрешностей  $\Sigma$  и информативность  $I$  сечений реакции  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$ , полученных с помощью метода редукции при значениях энергетического разрешения  $dE = 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.6$  и  $0.8$  МэВ. Большими и жирными символами представлены параметры, полученные по данным работы [17]

метров сечений реакций  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$  и  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$  в целом совпадает, что свидетельствует о достаточной универсальности использования этих параметров в процедурах оценки: происходит синхронное и заметное изменение характера поведения всех анализируемых параметров соответственно при значениях  $dE \approx 0.25$  и  $0.20$  МэВ, что и позволяет сделать вывод о получении при этих значениях  $dE$  оптимально-моноэнергетических представлений сечений обеих реакций. Данные таблицы и рис. 2–5 также свидетельствуют о том, что условия получения экспериментальных сечений реакций в работах [16, 17] были далеки от оптимальных.

### Заключение

С помощью специально введенных обобщенных параметров проведен сравнительный анализ изменения основных параметров сечений фотоядерных реакций  $^{34}\text{S}(\gamma, sn)$  и  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$  в зависимости от достигаемого при обработке с помощью метода редукции энергетического разрешения. Показано, что обобщенные параметры сечений обеих исследованных реакций изменяются в зависимости от величины достигаемого энергетического разрешения весьма сходным образом. Характер этих изменений позволяет сделать вывод о том, что для каждого из сечений оказывается возможным достигнуть

условий оптимально-моноэнергетического представления при  $dE \approx 0.25$  и  $0.20$  МэВ соответственно.

Авторы благодарят профессоров Б. С. Ишханова и И. М. Капитонова за плодотворные дискуссии.

Работа выполнена в Центре данных фотоядерных экспериментов (отдел электромагнитных процессов и взаимодействий атомных ядер) НИИЯФ МГУ и частично поддержана грантами РФФИ (03-07-90431) и Президента РФ (НШ-1619.2003.2) для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ РФ.

### Литература

1. Fuller E.G., Gerstenberg H. Photonuclear Data — Abstracts Sheets 1955–1982, NBSIR 83-2742. USA National Bureau of Standards, 1986.
2. Варламов В.В., Сапуненко В.В., Степанов М.Е. Фотоядерные данные 1976–1995. Указатель. М., 1996.
3. Varlamov A.V., Varlamov V.V., Rudenko D.S., Stepanov M.E. Atlas of Giant Dipole Resonances. Parameters and Graphs of Photonuclear Reaction Cross Sections. INDC(NDS)-394, IAEA NDS, Vienna, Austria, 1999.
4. Ишханов Б.С., Капитонов И.М. Взаимодействие электромагнитного излучения с атомными ядрами. М., 1979.
5. Левинджер Дж. Фотоядерные реакции. М., 1962.
6. Богданкевич О.В., Николаев Ф.А. Работа с пучком тормозного излучения. М., 1964.
7. Schiff L.I. // Phys. Rev. 1951. **83**. P. 252.
8. Seltzer S.M., Berger M.J. // Nucl. Instr. and Meth. 1985. **B12**. P. 95
9. Bethe H.A., Heitler W. // Proc. Roy. Soc. 1934. **A146**. P. 83.
10. Варламов В.В., Ишханов Б.С., Руденко Д.С., Степанов М.Е. Структура гигантского дипольного резонанса в экспериментах на пучках квазиодноэнергетических фотонов. Препринт НИИЯФ МГУ 2002-19/03. М., 2002.
11. Efimkin N.G., Ishkhanov B.S., Pyt'ev Ju.P., Varlamov V.V. The Energy Resolution Improvement by the Method of Reduction in Photonuclear Experiments. MSU INP Preprint-91-35/239. М., 1991.
12. Варламов В.В., Ефимкин Н.Г., Ишханов Б.С., Сапуненко В.В. // ВАНИТ. Сер. Ядерные константы. 1993. **1**. С. 52.
13. Efimkin N.G., Varlamov V.V. // Proc. Int. Symp. on Nuclear Data Evaluation Methodology, USA BNL. 12–16 October 1992. World Scientific Press, 1993. P. 585.
14. Пытьев Ю.П. Методы анализа и интерпретации эксперимента. М., 1990.
15. Пытьев Ю.П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. М., 2002.
16. Assafiri Y.I., Egan C.F., Thompson M.N. // Nucl. Phys. 1984. **A413**. P. 416.
17. Вербицкий С.С., Глаткий И.М., Лапик А.М. и др. Исследование распада гигантского дипольного резонанса в реакции  $(\gamma, n)$  на ядрах  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)$ ,  $^{51}\text{V}(\gamma, n)$ . Препринт ИЯИ 868/94, 1994.
18. Варламов В.В., Ишханов Б.С., Руденко Д.С., Степанов М.Е. // Ядерная физика. 2003. **66**, № 3. P. 2299.

Поступила в редакцию 24.12.03