

АСТРОНОМИЯ

УДК 521.13

ЭКСТРА-СОЛНЕЧНЫЕ ПЛАНЕТЫ В ДВОЙНЫХ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМАХ

Н. А. Соловая

(ГАИШ)

E-mail: solov@sai.msu.ru

Динамическая устойчивость экстра-солнечных планет рассмотрена в рамках неограниченной проблемы трех тел — планета в двойной системе вращается вокруг одной из компонент. Расстояние между звездами много больше, чем между звездой и планетой. Возможные условия динамической устойчивости представлены орбитальными параметрами — взаимным наклоном орбит, отношением их больших полуосей и массами компонент. Теоретически исследована устойчивость систем Gliese 86 и 61 Cygni. Результаты подтверждены численным интегрированием.

Введение

С открытием экстра-солнечных планет возникло много вопросов в небесной механике и одним из основных является вопрос о динамической устойчивости орбит таких планет. Планеты были обнаружены как вокруг одиночных звезд, так и в двойных системах. У большинства из них оказались большие эксцентриситеты и наклонности, что не характерно для солнечной системы. В настоящей работе, применив созданную нами теорию [1], исследована динамическая устойчивость планетных орбит в двойных звездных системах, в которых отношение больших полуосей планеты и далекого компонента меньше 0.1.

Под динамической устойчивостью понимается сохранение конфигурации системы на астрономически больших временных интервалах, т. е. эксцентриситет планетной орбиты не принимает значений, близких к единице, взаимный наклон орбит изменяется в небольших пределах и между компонентами не происходит сближений, при которых приливные силы могли бы разрушить систему.

Задача рассмотрена в рамках общей проблемы трех тел. Основная плоскость выбрана перпендикулярно вектору момента количества движения всей системы. В качестве переменных применялись канонические элементы Делоне L_j , G_j , H_j , l_j , g_j , h_j ($j = 1$ для планетной орбиты, $j = 2$ для далекой звезды). Они выражаются через кеплеровские элементы как

$$L_j = \beta_j \sqrt{a_j}, \quad G_j = L_j \sqrt{1 - e_j^2}, \quad g_j = \omega_j, \quad (1)$$

где

$$\beta_1 = k \frac{m_0 m_1}{\sqrt{m_0 + m_1}}, \quad \beta_2 = k \frac{(m_0 + m_1) m_2}{\sqrt{m_0 + m_1 + m_2}}. \quad (2)$$

m_0 , m_2 — массы звезд, m_1 — масса планеты, k — постоянная Гаусса, a_j — большие полуоси, e_j — эксцентриситеты и ω_j — аргумент перигея.

Мы использовали гамильтониан, из которого методом Цейпеля исключены коротко-периодические члены, которые в движении обоих компонент малы (2). Их величины либо нечувствительны к существующей точности определения элементов, либо находятся на границе точности. Разложенный в ряд по полиномам Лежандра и оборванный на членах второго порядка по отношению больших полуосей гамильтониан имеет вид

$$F = \frac{\gamma_1}{2L_1^2} + \frac{\gamma_2}{2L_2^2} - \frac{1}{16} \gamma_3 \frac{L_1^4}{L_2^3 G_2^3} \times \\ [(1 - 3q^2)(5 - 3\eta^2) - 15(1 - q^2)(1 - \eta^2) \cos 2g_1], \quad (3)$$

Здесь коэффициенты γ_1 , γ_2 , γ_3 зависят от масс:

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1^4}{\mu_1}, \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2^4}{\mu_2}, \quad \gamma_3 = k^2 \mu_1 \mu_2 \frac{\beta_2^6}{\beta_1^4}, \quad (4)$$

где

$$\mu_1 = \frac{m_0 m_1}{m_0 + m_1}, \quad \mu_2 = \frac{(m_0 + m_1) m_2}{m_0 + m_1 + m_2}, \quad (5) \\ q = \frac{c^2 - G_1^2 - G_2^2}{2G_1 G_2}, \quad \eta = \sqrt{1 - e_1^2},$$

c — постоянная момента количества движения системы, g_1 — аргумент перигея планетной орбиты в плоскости Лапласа и q — косинус угла взаимного наклона орбит.

В общем случае движение определяется массами компонент и шестью парами начальных величин кеплеровских элементов. Для экстра-солнечных планет нет полного комплекта элементов. Однако мы можем провести качественный анализ стационарных решений дифференциальных уравнений с неполными данными. В качестве примеров приведены две экстра-солнечные планеты из каталога [3], для которых была исследована динамическая устойчивость.

Круговые орбиты

Гамильтониан (3) зависит от одной угловой переменной g_1 , поэтому L_1 , L_2 и G_2 будут постоянными. Каноническая система уравнений, соответствующая этому гамильтониану, разбивается на два связанных друг с другом уравнения относительно эксцентриситета и аргумента перигея планеты:

$$\frac{dG_1}{dt} = -\frac{15}{8}\gamma_3 \frac{L_1^4}{L_2^3 G_2^3} (1-q^2)(1-\eta^2) \sin 2g_1, \quad (6)$$

$$\frac{dg_1}{dt} = \frac{3}{8}\gamma_3 \frac{L_1^3}{L_2^3 G_2^3} \frac{1}{\eta} \left\{ -\eta^2 + 5q^2 + \frac{1}{G_2} \eta q (5 - 3\eta^2) + 5 \left[(\eta^2 - q^2) - \frac{1}{G_2} \eta q (1 - \eta^2) \right] \cos 2g_1 \right\}. \quad (7)$$

Уравнения имеют стационарные решения. Исследуем свойства этих решений для определения устойчивости. Правая часть (6) обращается в нуль в одном из трех случаев:

$$q = \pm 1, \quad \eta = 1, \quad \sin 2g_1 = 0.$$

Случай $q = \pm 1$ соответствует плоскому движению. Мы его не рассматриваем.

Случай $\eta = 1$ соответствует круговым орбитам. Для его исследования введем новые переменные:

$$\lambda_1 = e_1 \cos g_1, \quad \lambda_2 = e_1 \sin g_1.$$

Тогда

$$\eta = \sqrt{1 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2}, \quad \bar{q} = \frac{\bar{c}^2 - \bar{G}_2^2 - 1}{2\bar{G}_2},$$

$$\bar{G}_2 = \frac{G_2}{L_1}, \quad \bar{c} = \frac{c}{L_1}.$$

Дифференциальные уравнения движения в новых переменных:

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = -\frac{\eta}{L_1} \frac{\partial F}{\partial \lambda_2} = \frac{N}{\eta} \left[(3 - 5\bar{q}^2)(1 - \lambda_1^2) - 3\lambda_2^2 - \frac{\eta\bar{q}}{G_2} (1 - \lambda_1^2 + 4\lambda_2^2) \right] \lambda_2, \quad (8)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{\eta}{L_1} \frac{\partial F}{\partial \lambda_1} = \frac{N}{\eta} \left[2(1 - \lambda_1^2) - (2 - 5\bar{q}^2)\lambda_2^2 + \frac{\eta\bar{q}}{G_2} (1 - \lambda_1^2 + 4\lambda_2^2) \right] \lambda_1, \quad (9)$$

где $N = \gamma_3 \frac{L_1^4}{L_2^3 G_2^3}$ есть положительная постоянная.

Уравнения (8) и (9) имеют стационарные решения $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$. Для устойчивости решения в первом приближении (4) необходимо, чтобы корни соответствующего характеристического уравнения были чисто мнимые.

Когда в правых частях уравнений (8), (9) сохраним только члены первого порядка относительно λ_1

и λ_2 , соответствующее характеристическое уравнение будет иметь вид

$$\chi^2 = -N^2 \left(5\bar{q}^2 + \frac{\bar{q}}{G_2} - 3 \right) \left(2 + \frac{\bar{q}}{G_2} \right). \quad (10)$$

Свойства устойчивости для $t \geq t_0$ линеаризованной системы следующие:

1) Если правая часть (10) отрицательна, мы имеем пару чисто мнимых корней. Решение устойчиво, так как может быть выражено тригонометрическими функциями.

2) Если правая часть (10) положительна, то решение неустойчиво. Это будет в случае, если

$$5\bar{q}^2 + \frac{\bar{q}}{G_2} - 3 < 0,$$

поскольку всегда $\bar{G}_2 > 1$. Условием отрицательности служит следующее неравенство:

$$q_1 = \frac{-1 - \sqrt{60\bar{G}_2^2 + 1}}{10\bar{G}_2} < \bar{q} < \frac{-1 + \sqrt{60\bar{G}_2^2 + 1}}{10\bar{G}_2} = q_2.$$

Условия устойчивости круговых орбит экстерасолнечных планет представлены их орбитальными параметрами — углом взаимного наклона орбит I и параметром \bar{G}_2 , который является функцией отношения больших полуосей орбит планеты и удаленной звезды, эксцентриситета орбиты удаленной звезды и масс всех компонент системы.

Если рассматривать планету массой от 1 до 50 масс Юпитера и считать, что отношение больших полуосей орбиты планеты и удаленной звезды меняется в пределах от 0.01 до 0.1, то параметр \bar{G}_2 будет принимать значения от 20 до 2000.

Условие для устойчивости планетной орбиты есть $141^\circ < I < 39^\circ$.

Как пример мы взяли планету Gliese 86 из каталога [3]. Она обращается вокруг одной из звездных компонент в долго-периодической спектроскопической двойной системе. Массы компонент: $m_0 = 0.79m_\odot$, $m_1 = 4.9m_J$ и $m_2 = 0.4m_\odot$.

Орбитальные элементы планеты (индекс 1) и удаленной звезды (индекс 2) следующие:

$$m_1 \sin i_1 = 4.01m_J,$$

$$e_1 = 0.041,$$

$$e_2 = 0.200,$$

$$a_1 = 0.117 \text{ AU},$$

$$a_2 = 19 \text{ AU},$$

$$\Omega_1 = 266^\circ,$$

$$T_1 = JD(2450000) : 1146.54.$$

Другое значение массы этой планеты, $m_1 = 15.5m_J$, приведено в статье [5]. Мы исследовали движение планеты на устойчивость для обеих масс.

Из известной величины $m_1 \sin i_1$ мы получили для принятых масс две величины наклона планетной орбиты к плоскости наблюдения. Если масса планеты $m_1 = 4.9m_J$, то угол наклона $i_1 = 54.92^\circ$, и если $m_1 = 15.5m_J$, то $i_1 = 14.99^\circ$.

Поскольку узел орбиты удаленной звезды неизвестен, мы предположили, что $\Omega_2 = 0^\circ$ или $\Omega_2 = 180^\circ$. Из теории мы получили следующие результаты.

Для $m_1 = 4.9m_J$:

1) если $\Omega_2 = 0^\circ$, то угол взаимного наклона орбит $I = 124^\circ$;

2) если $\Omega_2 = 180^\circ$, то $I = 124.62^\circ$.

В обоих случаях угол взаимного наклона лежит вне пределов устойчивости и малые отклонения начальных элементов планетной орбиты могут стать большими в будущем.

Для $m_1 = 15.5m_J$:

1) если $\Omega_2 = 0^\circ$, то угол взаимного наклона орбит $I = 158.66^\circ$;

2) если $\Omega_2 = 180^\circ$, то $I = 159.02^\circ$.

Движение будет устойчиво на всем временном интервале.

Орбиты с большими эксцентриситетами

В общем случае эксцентриситет орбиты может принимать значения $e_1 = \sqrt{1 - \xi}$. Зависимость между ξ и t определяется следующим уравнением (1):

$$\frac{1}{12} \bar{G}_2^2 \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{1}{\sqrt{\Delta}} d\xi = \frac{B_3}{A_1} + \frac{1}{16} \gamma \frac{m^2}{\sqrt{(1 - e_2^2)^3}} n_1 (t - t_0), \quad (11)$$

где

$$n_1 = \frac{k}{a_1} \sqrt{\frac{m_0 + m_1}{a_1}}, \quad n_2 = \frac{k}{a_2} \sqrt{\frac{m_0 + m_1 + m_2}{a_2}},$$

$$m = \frac{n_2}{n_1}, \quad \gamma = \frac{m_2}{m_0 + m_1 + m_2},$$

A_1, B_3 — постоянные интегрирования, Δ — полином пятого порядка. Он может быть разделен на два полинома второго и третьего порядков вида

$$f_2(\xi) = \xi^2 - 2(\bar{c}^2 + 3\bar{G}_2^2)\xi + (\bar{c}^2 - \bar{G}_2^2)^2 + \frac{2}{3}(10 + A_3)\bar{G}_2^2, \quad (12)$$

$$f_3(\xi) = \xi^3 - \left(2\bar{c}^2 + \bar{G}_2^2 + \frac{5}{4}\right)\xi^2 + \left[\frac{5}{2}(\bar{c}^2 + \bar{G}_2^2) + (\bar{c}^2 - \bar{G}_2^2)^2 - \frac{1}{6}\bar{G}_2^2(10 + A_3)\right]\xi - \frac{5}{4}(\bar{c}^2 - \bar{G}_2^2)^2, \quad (13)$$

где

$$A_3 = 2 - 6\eta_0^2 q_0^2 - 6(1 - \eta_0^2) [2 - 5(1 - q_0^2) \sin^2 g_{10}]. \quad (14)$$

Для качественного исследования движения необходимо знать корни уравнений $f_2(\xi) = 0$ и $f_3(\xi) = 0$. Индекс 0 означает, что величина, к которой он относится, соответствуют начальному моменту времени.

Все корни уравнений действительны и положительны, но только два из них, ξ_1 и ξ_2 , всегда меньше единицы.

Значение переменной ξ , которое требуется, должно быть определено интервалом

$$\xi_1 \leq \xi \leq \xi_2,$$

так как $\xi = 1 - e_1^2$.

Исследуем стационарные решения $g_1 = 0$ и $g_1 = \pi/2$. В случае, когда $g_1 = 0$, выражение в фигурных скобках уравнения (7) равно

$$2\eta^2 \left(2 + \frac{1}{\bar{G}_2} \eta q\right). \quad (15)$$

Это выражение обращается в нуль если $\eta = 0$. Области движений ($e_1 = 1$) нами не рассматриваются.

В случае, когда $g_1 = \pi/2$, выражение в фигурных скобках уравнения (7) равно

$$2 \left[5q^2 - 3\eta^2 + \frac{1}{\bar{G}_2} \eta q (5 - 4\eta^2)\right]. \quad (16)$$

Оно обращается в нуль, если

$$q = \frac{\eta \left[4\eta^2 - 5 \pm \sqrt{60\bar{G}_2^2 + (5 - 4\eta^2)^2}\right]}{10\bar{G}_2}.$$

Обозначим его как q_{01} для знака минус перед квадратным корнем и q_{02} для знака плюс.

В случае $g_1 = \pi/2$

$$A_3 = A_{3 \max} = 20 - 18\eta_0^2 - 30q_0^2 + 24\eta_0^2 q_0^2. \quad (17)$$

Уравнения второго и третьего порядков перепишем как

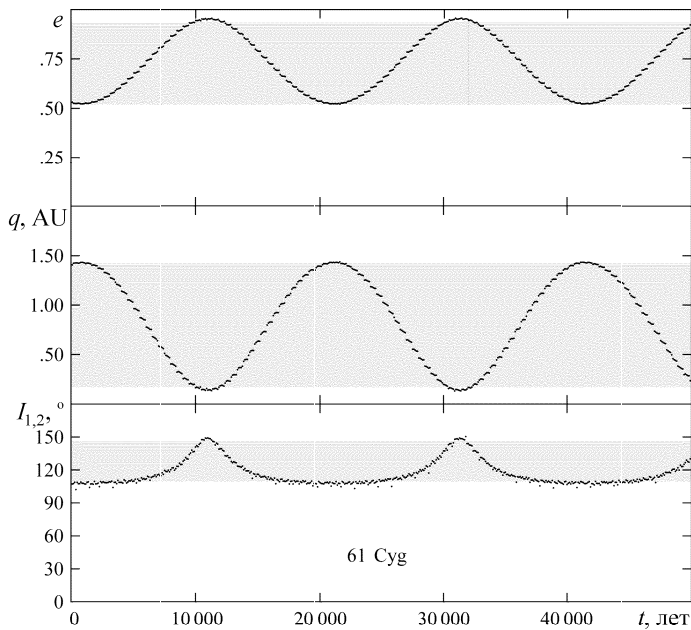
$$f_2(\xi) = (\xi - \eta_0^2) \left(\xi - \eta_0^2 - 4\bar{G}_2 \eta_0 q_0 + 8\bar{G}_2^2\right) + 4\bar{G}_2^2 (1 - 5q_0^2) (1 - \eta_0^2) + 16\bar{G}_2^2 = 0, \quad (18)$$

$$f_3(\xi) = (\xi - \eta_0^2) \left[\left(\xi - \frac{5}{4}\right) (\xi - \eta_0^2) - 3\bar{G}_2^2 \xi + \bar{G}_2 \eta_0 q_0 (5 - 4\xi) + 5\bar{G}_2^2 q_0^2\right] = 0. \quad (19)$$

Если выражение (16) отрицательно, тогда $q_{01} < q_0 < q_{02}$ и $\xi = \eta_0^2$ будет границей второго корня, который меньше единицы в уравнении (19). Величина $1_{\min} \geq \sqrt{1 - \eta_0^2}$. Величина 1_{\max} может увеличиваться, и в этом случае движение планеты может оказаться неустойчивым.

Если выражение (16) положительно, тогда $q_0 < q_{01}$ или $q_0 > q_{02}$ и $\xi = \eta_0^2$ будет границей наименьшего корня уравнения третьего порядка. В этом случае $e_{1 \max} \leq \sqrt{1 - \eta_0^2}$. Максимальная величина эксцентриситета планетной орбиты не может превысить начального значения. Движение будет устойчиво на всем временном интервале.

Как пример такого случая мы рассмотрели двойную систему 61 Cyg. Следующие элементы обеих орбит были взяты из каталога [6]. Массы компонент:



Орбитальная эволюция планеты с массой $10.5M_J$ ($0.01M_\odot$) в двойной звездной системе 61 Cyg

$m_0 = 1.11m_\odot$, $m_1 = 10.5m_J$ и $m_2 = m_\odot$. Орбитальные элементы планеты (индекс 1) и далекого компонента (индекс 2) следующие:

$$a_1 = 3 \text{ AU} \quad a_2 = 80 \text{ AU}$$

$$e_1 = 0.53 \quad e_2 = 0.48$$

$$i_1 = 134^\circ \quad i_2 = 54^\circ$$

$$\omega_1 = 295^\circ \quad \omega_2 = 146^\circ$$

$$\Omega_1 = 94^\circ \quad \Omega_2 = 176^\circ$$

$$T_1 = 1953.2 \quad T_2 = 1697.$$

Из формул теории мы получили $I = 109.52^\circ$ и $q_{01} < q_0$. С периодом 22 412 лет угол взаимного наклона изменяется в пределах $109.4^\circ < I < 148.0^\circ$ и эксцентриситет в пределах $0.518 < e_1 < 0.943$. При максимальном значении эксцентриситета планета в перигее приблизится к звезде на расстояние $r_{T_1} = 0.170 \text{ AU}$, и большие приливные силы могут разрушить планету.

Для достоверности теории мы провели численное интегрирование общих уравнений движения задачи трех тел и получили хорошее согласие результатов (рисунок). Границы темных полос получены по формулам теории. Кривые есть результаты численного интегрирования.

Заключение

Из полученных результатов можно сделать следующее заключение. Все обнаруженные экстрасолнечные планеты в двойных звездных системах могут вращаться как по устойчивым так и по неустойчивым орбитам вокруг одной из компонент. Большинство из них имеют большие эксцентриситеты и наклоны, что нехарактерно для солнечной системы. Наша теория позволяет вычислить параметры орбит экстрасолнечных планет — угол взаимного наклона орбит и параметр \overline{G}_2 , который есть функция отношения больших полуосей орбит, эксцентриситета орбиты удаленной звезды и масс всех компонент. Параметры используются для предсказания динамической устойчивости орбиты планеты. Сравнение результатов, полученных по формулам, с результатами численного интегрирования в течение 50 000 лет дало хорошее согласие.

Литература

1. Орлов А.А., Соловая Н.А. // Труды ГАИШ. 1974. **XLV**. С. 137.
2. Соловая Н.А. // Труды ГАИШ. 1972. **XLIII**. С. 38.
3. Schneider J. // Extra-solar Planets Catalogue. 2003; <http://www.obs.pm.fr/encycl/catalog.html>.
4. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. М., 1950.
5. Han I., Black D.C., Gatewood G. // Astrophys. J. 2001. **548**. P. L57.
6. Hartkopf W.I., Mason B.D. // Sixth Catalog of Orbits of Visual Binary Stars. 2003; <http://ad.usno.navy.mil/wds/orb6.html>.

Поступила в редакцию
04.06.04