УДК 539.12.01:539.125.4

РАСПАД НЕЙТРОНА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ С УЧЕТОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АНОМАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ ФЕРМИОНОВ С ВНЕШНИМ ПОЛЕМ

Х. Гоударзи, И. В. Мамсуров

(*кафедра теоретической физики*)

Получена полная веротность β-распада нейтрона во внешнем магнитном поле с учетом взаимодействия аномальных магнитных моментов частиц с полем. Рассмотрены случаи слабого и сильного магнитных полей. В случае слабого поля проведено сравнение с ранее полученными результатами.

Введение

Настоящая работа посвящена исследованию процесса β-распада нейтрона в присутствии сильного магнитного поля с учетом взаимодействия аномальных магнитных моментов (АММ) фермионов с внешним полем $n \to p^+ + e^- + \tilde{\nu}$. Этот процесс (но без учета взаимодействия АММ фермионов с внешним полем) рассматривался многими авторами [1–6], так как актуальность распада нуклонов и, в частности, УРКА (URCA)-процессов [7–13] объясняется тем, что вырожденный идеальный газ нейтронов, протонов и релятивистских электронов во внешнем сильном постоянном и однородном магнитном поле является простейшей моделью, которая позволяет достаточно адекватно изучать влияние сильного магнитного поля на процессы, поддерживающие химическое равновесие материи в центральной области сильно намагниченной нейтронной звезды. Однако в сверхсильном магнитном поле становятся актуальными именно такие процессы распада нуклонов, которые обусловлены взаимодействием АММ нуклонов с магнитным полем. Так, в работе [11] показано, что в сверхсильном магнитном поле становится энергетически разрешенным позитронный распад свободного (т. е. не входящего в состав атомного ядра) протона. Это происходит исключительно благодаря включению взаимодействия АММ нуклонов со сверхсильным магнитным полем.

В настоящей работе рассматривается процесс распада нейтрона в приближении сильного и слабого магнитных полей. При этом в случае слабого поля получен результат, который сравнивается с полученными ранее. В случае же сильного магнитного поля впервые получен результат, учитывающий взаимодействие АММ частиц с внешним полем. Исходя из релятивистского эффективного лагранжиана и выражений для волновых функций частиц будет получена формула для вероятности распада нейтрона. При этом в случае слабого поля сохраняется зависимость от его спина, т. е. не предполагается, что нейтрон находится в нижнем спиновом состоянии. Это оказывается существенным, если магнитное поле $B \ll B'_{\rm cr} = 4.7 \times 10^{18}$ Гс. Отметим, что движение протона в таких полях можно считать квазиклассическим.

1. Матричный элемент процесса

Релятивистский эффективный лагранжиан процесса $(V-A)\otimes(V-A)$ имеет вид [8, 12]

$$\mathcal{L} = \frac{G}{\sqrt{2}}\left[\overline{\psi}_p\gamma_\mu(1+\alpha\gamma_5)\psi_n\right]\left[\overline{\psi}_{e^-}\gamma^\mu(1+\gamma_5)\psi_\nu\right], \quad (1)$$

где $G = G_F\cos\vartheta_c$, G_F — константа Ферми, ϑ_c — угол Кабиббо и $\alpha \approx 1.26$ — отношение констант аксиально-векторного, G_A, и векторного, G_V, взаимодействий. Для нуклонов волновые функции берутся в слаборелятивистском приближении, либо при переходе к соответствующему пределу в точных решениях уравнения Дирака, либо сразу из решений уравнения Паули [9, 10, 14]. Соответственно для энергий протона и нейтрона также возьмем их нерелятивистские выражения. Так, волновые функции нейтрона берутся в виде

$$\psi_n(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2\sqrt{2}L^{3/2}}e^{-i\varepsilon_n t + i\mathbf{p}_n\mathbf{r}}\begin{pmatrix}C_1\\C_2\end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $C_{1,2} = 1 \pm s_n$, $s_n = \pm 1$, и соответствующий спектр энергии

$$\varepsilon_n = \mathbf{p}_n^2/2m_n - s_n|\mu_n|B. \quad (3)$$

Аналогично для протона

$$\psi_p(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2\sqrt{2}\,L}e^{-i\varepsilon_p t + ip_{2p}y + ip_{3p}z}\begin{pmatrix}C_{1p}U_n(\eta')\\C_{2p}U_n(\eta')\end{pmatrix}, \quad (4)$$

где

$$C_{1p} = 1 + s_p, \quad C_{2p} = 1 - s_p,$$

$$\eta' = \sqrt{2\gamma}\,x + \frac{p_{2p}}{\sqrt{2\gamma}}, \quad \gamma = eB/2,$$

$U_n(\eta)$ — функции Эрмита. Энергия протона отличается от энергии нейтрона лишь слагаемым, учитывающим взаимодействие заряда протона с магнитным полем:

$$\varepsilon_p = \frac{p_{3p}^2}{2m_p} + \frac{eB}{m_p}n - \mu_p s_p B, \quad s_p = \pm 1, \quad (5)$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$ — уровни Ландау. Наоборот, для электрона, поскольку его масса много меньше массы нуклонов, волновая функция и энергия будут взяты в релятивистском виде исходя из точного решения уравнения Дирака в присутствии внешнего магнитного поля. Однако по сравнению с АММ нуклонов АММ электрона можно пренебречь, считая его малой величиной $\mu_e \approx 0$. В итоге волновая функция для электрона имеет вид [9, 10]

$$\psi_{e^-}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{L} e^{-i\varepsilon_{e^-} t + ip_{2e} y + ip_{3e} z} \begin{pmatrix} C_1 U_{n-1}(\eta) \\ iC_2 U_n(\eta) \\ C_3 U_{n-1}(\eta) \\ iC_4 U_n(\eta) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $\eta = \sqrt{2\gamma} x + (p_{2e})/\sqrt{2\gamma}$, $U_n(\eta)$ — те же функции Эрмита.

Коэффициенты C_i с учетом нормировки получаются равными

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} B_3(A_3 + A_4) \\ B_4(A_4 - A_3) \\ B_3(A_3 - A_4) \\ B_4(A_4 + A_3) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где

$$A_3 = \sqrt{1 + p_{3e}/\varepsilon_e}, \quad B_3 = \sqrt{1 + s_e m_0 / k_0},$$

$$A_4 = s_e \sqrt{1 - p_{3e}/\varepsilon_e}, \quad B_4 = s_e \sqrt{1 - s_e m_0/k_0}, \quad s_e = \pm 1,$$

причем энергия $\varepsilon_{e^-} = \sqrt{p_{3e}^2 + m_0^2 + 4n\gamma}$, а $k_0 = \sqrt{m_0^2 + 4n\gamma}$.

Наконец для антинейтрино, учитывая отсутствие у него взаимодействия с внешним полем, имеем

$$\psi_\nu = \frac{1}{2L^{3/2}} e^{i\chi_0 t - i\boldsymbol{\chi}\mathbf{r}} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ -f_1 \\ -f_2 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$f_1 = -e^{-i\varphi_\nu}(1 - \cos\theta_\nu)^{1/2}, \quad f_2 = (1 + \cos\theta_\nu)^{1/2}.$$

В этом выражении $\chi_0 = |\boldsymbol{\chi}|$ и $\boldsymbol{\chi}$ — энергия и импульс антинейтрино, а φ_ν и θ_ν — азимутальный и полярный углы, характеризующие вектор $\boldsymbol{\chi}$.

Матричный элемент процесса распада нейтрона получается из точного выражения для релятивистского лагранжиана. В общем случае имеем

$$\mathcal{M}_{fi} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^4x \Big\{ (1 - \alpha) \Big[(\nu_1 - \nu_3)(n_1 + n_3) \times$$
$$\times (p_1^* + p_3^*)(e_1^* - e_3^*) + (\nu_2 - \nu_4)(n_2 + n_4)(p_2^* + p_4^*) \times$$
$$\times (e_2^* - e_4^*) \Big] + (1 + \alpha) \Big[(\nu_2 - \nu_4)(n_1 - n_3)(p_1^* - p_3^*) \times$$
$$\times (e_2^* - e_4^*) + (\nu_1 - \nu_3)(n_2 - n_4)(p_2^* - p_4^*)(e_1^* - e_3^*) \Big] +$$
$$+ 2(\nu_3 - \nu_1)(e_2^* - e_4^*) \Big[p_1^*(\alpha n_2 - n_4) + p_3^*(\alpha n_4 - n_2) \Big] +$$
$$+ 2(\nu_2 - \nu_4)(e_1^* - e_3^*) \Big[p_2^*(n_3 - \alpha n_1) + p_4^*(n_1 - \alpha n_3) \Big] \Big\}, \quad (9)$$

где ν_μ, n_μ, p_μ, и e_μ — спиноры, соответствующие нейтрино, нейтрону, протону и электрону.

Теперь с помощью полученных выше волновых функций вычислим матричный элемент данного процесса, используя выражение (9). Подставляя решения (2), (4), (6) и (8) в (9) и проинтегрировав по пространству-времени, получим матричный элемент в виде

$$|\mathcal{M}_{fi}| = \int \mathcal{M}_{fi}\, d^4x = \frac{G_F (2\pi)^3}{8\sqrt{2} L^5} \delta(E_n - E_p - E_e - \chi_0) \times$$
$$\times \delta(p_{2p} + p_{2e} - p_{2n} + \chi_2)\, \delta(p_{3p} + p_{3e} - p_{3n} + \chi_3) \times$$
$$\times \Big\{ e^{i[\mu + (n - n' - 1)\lambda]} I_{(n-1)n'}(\rho) \cdot (C_{1e} - C_{3e}) \times$$
$$\times [(1-\alpha) C_{1p} C_{1n} f_1 + (1+\alpha) C_{2p} C_{2n} f_1 - 2\alpha C_{2p} C_{1n} f_2] -$$
$$- i e^{i[\mu + (n - n')\lambda]} I_{nn'}(\rho) \cdot (C_{2e} - C_{4e}) \times$$
$$\times [(1-\alpha) C_{2p} C_{2n} f_2 + (1+\alpha) C_{1p} C_{1n} f_2 - 2\alpha C_{1p} C_{2n} f_1] \Big\},$$

где n и n' — главные квантовые числа соответственно электрона и протона. Здесь использовано свойство функций Эрмита [15]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-iax} U_n(\eta) U_{n'}(\eta')\, dx = e^{i[\mu + (n - n')\lambda]} I_{nn'}(\rho),$$

где

$$a = \chi_1 - p_{1n},$$

$$\mu = a(p_{2e} + p_{2p})/2\gamma, \quad \lambda = \mathrm{arctg}(a/(p_{2p} + p_{2e})),$$

а $I_{nn'}(\rho)$ — функции Лагерра с аргументом

$$\rho = \left(a^2 + (p_{2p} + p_{2e})^2\right)/2\gamma.$$

Для последующего нахождения вероятности распада получаем выражение для квадрата модуля матричного элемента

$$|\mathcal{M}_{fi}|^2 = \frac{T G_F^2 (2\pi)^3}{2^7 L^8} \delta(E_n - E_p - E_e - \chi_0) \times$$
$$\times \delta(p_{2p} + p_{2e} - p_{2n} + \chi_2)\, \delta(p_{3p} + p_{3e} - p_{3n} + \chi_3) \times$$
$$\times \Big\{ I_{(n-1)n'}^2(\rho) \cdot (C_{1e} - C_{3e})^2 \left[(1 - \alpha)^2 C_{1p}^2 C_{1n}^2 f_1^2 + \right.$$
$$\left. + (1 + \alpha)^2 C_{2p}^2 C_{2n}^2 f_1^2 + 4\alpha^2 C_{2p}^2 C_{1n}^2 f_2^2 \right] + I_{nn'}^2(\rho) \times$$
$$\times (C_{2e} - C_{4e})^2 \Big[(1 - \alpha)^2 C_{2p}^2 C_{2n}^2 f_2^2 +$$
$$+ (1 + \alpha)^2 C_{1p}^2 C_{1n}^2 f_2^2 + 4\alpha^2 C_{1p}^2 C_{2n}^2 f_1^2 \Big] \Big\}, \quad (10)$$

которое следует подставить в формулу для полной вероятности:

$$\omega = \sum_{s_p, s_e, n, n'} \int \frac{|M_{fi}|^2}{T} \prod_a \frac{L^3 d^3 p_a}{(2\pi)^3}. \quad (11)$$

Здесь индекс a нумерует конечные частицы.

2. Полная вероятность. Случай слабого поля

В итоге точное выражение для вероятности распада в присутствии слабого магнитного поля будет иметь вид [8, 14]

$$\omega_{i\to f} = \frac{1}{T}\sum_{n,n'=0}^{(n,n')_{\max}}\sum_{s_p,s_e}\int |\mathcal{M}_{fi}|^2\,d\phi, \qquad (12)$$

где

$$d\phi = \frac{L^2}{(2\pi)^2}\,dp_{2e}\,dp_{3e}\,\frac{L^2}{(2\pi)^2}\,dp_{2p}dp_{3p}\,\frac{L^3}{(2\pi)^3}\,d^3\boldsymbol{\chi}.$$

Подставляя (10) в (12), учитывая, что при слабом поле аномальные магнитные моменты всех частиц малы по сравнению с массой фермионов, а также что $eB/m_p^2 \ll 1$, получаем

$$\omega_{i\to f}|_{B\leqslant B_{\rm cr}} = \sum_{n,n'=0}^{(n,n')_{\max}}\sum_{s_e}\frac{G_F^2}{2^2(2\pi)^4L}\times$$
$$\times\int dp_{2e}\int dp_{3e}\int dp_{2p}\int dp_{3p}\int d^3\boldsymbol{\chi}\times$$
$$\times\delta\left(\Delta-\sqrt{m_0^2+p_{3e}^2+4n\gamma}-\chi_0\right)\times$$
$$\times\delta(p_{2p}+p_{2e}-p_{2n}+\chi_2)\,\delta(p_{3p}+p_{3e}-p_{3n}+\chi_3)\times$$
$$\times\left\{\left(1+s_e\frac{m_0}{k_0}\right)\left(1-\frac{p_{3e}}{\sqrt{m_0^2+p_{3e}^2+4n\gamma}}\right)I^2_{(n-1)n'}(\rho)\times\right.$$
$$\times\left[1+3\alpha^2-(1-\alpha^2)\cos\theta_\nu+2s_n\alpha\left(\alpha-1+(\alpha+1)\cos\theta_\nu\right)\right]+$$
$$+\left(1-s_e\frac{m_0}{k_0}\right)\left(1+\frac{p_{3e}}{\sqrt{m_0^2+p_{3e}^2+4n\gamma}}\right)I^2_{nn'}(\rho)\times$$
$$\left.\times\left[1+3\alpha^2+(1-\alpha^2)\cos\theta_\nu-2s_n\alpha\left(\alpha-1-(\alpha+1)\cos\theta_\nu\right)\right]\right\}.$$

где $\Delta = m_n - m_p$.

Произведем суммирование по n' и интегрирование, учитывая, что при $B \ll B'_{\rm cr}$ верхний предел суммирования можно заменить бесконечностью (см., напр., [6]). Тогда, используя свойство функций Лагерра

$$\sum_{n'=0}^{\infty} I_{n'l}(x)I_{n'l'}(x) = \delta_{ll'},$$

а также учитывая, что

$$\int dp_{2e} = eBL, \qquad (13)$$

в итоге получаем

$$\omega_{i\to f}|_{B\leqslant B_{\rm cr}} = \sum_{n=0}^{n_{\max}}\frac{4G_F^2eB}{(2\pi)^3}(1+3\alpha^2)\times$$
$$\times\left[\frac{1}{3}A^3+(m_0^2+4\gamma n)\left(A-\Delta/2\ln\left(\frac{\Delta+A}{\Delta-A}\right)\right)\right], \qquad (14)$$

где $A = [\Delta^2-(m_0^2+4\gamma n)]^{1/2}$.

Итак, видим, что полная вероятность распада в присутствии слабого постоянного магнитного поля пропорциональна коэффициенту $(1+3\alpha^2)$.

В предельном случае $B \ll B_{\rm cr}$ суммирование в (14) можно заменить интегрированием, используя формулу Эйлера–Маклорена [15] (см., напр., [5]):

$$\sum_{n=0}^{N} f(n) \approx \int_0^N f(x)\,dx + \frac{f(N)+f(0)}{2} - \frac{1}{12}f'(0).$$

При этом в данном пределе выражение для вероятности (14) будет таким:

$$\omega_{i\to f}|_{B\ll B_{\rm cr}} = \omega_0 + \omega(B),$$

где

$$\omega_0 = \frac{8G_F^2}{(2\pi)^3}(1+3\alpha^2)\left\{\tilde\Delta\left[\frac{16}{15}\Delta^4-\frac{19}{30}\Delta^2m_0^2+\frac{1}{15}m_0^4\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{16}\Delta m_0^4\ln\left(\frac{\Delta+\tilde\Delta}{\Delta-\tilde\Delta}\right)\right\},$$

и

$$\omega(B) = \frac{2G_F^2}{3(2\pi)^3}(1+3\alpha^2)\times$$
$$\times\left\{\left[\tilde\Delta^3+\frac{3m_0^2}{2}\left(2\tilde\Delta-\Delta\ln\frac{\Delta+\tilde\Delta}{\Delta-\tilde\Delta}\right)\right](eB)+\right.$$
$$\left.+\left(2\tilde\Delta-\Delta\ln\frac{\Delta+\tilde\Delta}{\Delta-\tilde\Delta}\right)(e^2B^2)\right\},$$

где $\tilde\Delta = (\Delta^2-m_0^2)^{1/2}$. Этот результат соответствует полученному в работе [2].

Если учитывать аномальные магнитные моменты фермионов, то к полученному выражению для вероятности следует добавить член вида

$$\omega(\mu B) \approx G_F^2m_0^5\,O\left[\left(\frac{\mu_eB}{m_0}\right)^2\right].$$

В силу того что $m_n \gg m_0$, в этом члене содержится только АММ электрона.

3. Полная вероятность. Случай сильного поля

Теперь рассмотрим процесс распада поляризованного нейтрона в присутствии сверхсильного магнитного поля. При вычислении матричного элемента (9) учтем, что электрон и протон будут находиться на нижнем уровне Ландау, $n = n' = 0$, а спиновая поляризация фермионов будет строго определена. Таким образом, нетрудно получить соответствующее выражение для вероятности

$$\omega_{i\to f}|_{B\gg B_{\rm cr}} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^4L}\times$$
$$\times\int dp_{2e}\int dp_{3e}\int dp_{2p}\int dp_{3p}\int d^3\boldsymbol{\chi}\times$$
$$\times\delta\left(\Delta'-\sqrt{m_0^2+p_{3e}^2}-\chi_0-\frac{p_{3p}^2}{2m_p}\right)\times$$

$$\times\,\delta(p_{2p}+p_{2e}-p_{2n}+\chi_2)\,\delta(p_{3p}+p_{3e}-p_{3n}+\chi_3)\times$$
$$\times\left(1+\frac{p_{3e}}{\sqrt{m_0^2+p_{3e}^2}}\right)e^{-(\chi_1-p_{1n})^2/2\gamma}e^{-(p_{2p}+p_{2e})^2/2\gamma}\times$$
$$\times\left[(1-\alpha)^2(1-s_n)(1+\cos\theta_\nu)\right],$$

где $\Delta'=\Delta-|\mu_n|B+\mu_pB$ и учтено, что конечные частицы поляризованы: $s_e=-1$, $s_p=+1$.

Проведя интегрирование по p_{3p} и p_{2p} и учитывая (13), получаем

$$\omega=\frac{G_F^2eB}{(2\pi)^4}\int dp_{3e}\int d^3\boldsymbol{\chi}\times$$
$$\times\,\delta\left(\Delta'-\sqrt{m_0^2+p_{3e}^2}-\chi_0-\frac{(p_{3e}+\chi_3)^2}{2m_p}\right)\times$$
$$\times\left(1+\frac{p_{3e}}{\sqrt{m_0^2+p_{3e}^2}}\right)\exp\left(-\frac{\chi_1^2+\chi_2^2}{2\gamma}\right)\times$$
$$\times\,(1+\cos\theta_\nu)\left[(1-\alpha)^2(1-s_n)\right].$$

Принимая во внимание, что $(p_{3e}+\chi_3)^2/2m_p\ll 1$, и проведя интегрирование по оставшимся переменным dp_{3e} и $d^3\chi$, получим окончательный результат для вероятности распада нейтрона в сильном магнитном поле с учетом взаимодействия АММ нуклонов с внешним полем:

$$\omega_{i\to f}|_{B\gg B_{\rm cr}}=\frac{4G_F^2eB}{(2\pi)^3}(1-\alpha)^2(1-s_n)\times$$
$$\times\left[\tilde\Delta'\left(\Delta'^2+m_0^2\right)+\frac{1}{3}\tilde\Delta'^3-\Delta'^2\tilde\Delta'+\frac{\Delta' m_0^2}{2}\ln\frac{\Delta'+\tilde\Delta'}{\Delta'-\tilde\Delta'}\right],\tag{15}$$

где $\tilde\Delta'=\left(\Delta'^2-m_0^2\right)^{1/2}$. Здесь нейтрон может быть поляризован только против поля: $s_n=-1$.

Таким образом, получены выражения для полной вероятности распада нейтрона в случаях слабого и сильного внешних магнитных полей. Как видно, в случае сильного поля результат пропорционален первой степени напряженности поля. Кроме того, если параметр α положить равным единице (что имеет место при распаде кварков), то в случае сильного поля вероятность обратится в нуль, а в случае слабого будет оставаться отличной от нуля. Все это говорит о существенном влиянии, которое внешнее магнитное поле оказывает на характер протекания β-распада нейтрона.

В заключение авторы выражают благодарность профессору В.Р. Халилову за постановку задачи и целый ряд полезных замечаний.

Работа частично финансировалась программой поддержки ведущих научных школ (грант НШ-2027.2003.2).

Литература

1. *Тернов И.М., Лысов Б.А., Коровина Л.И.* // Изв. вузов. Физика. 1965. №5. С. 58.
2. *Matese J., O'Connell R.* // Phys. Rev. 1969. **180**. P. 1289.
3. *Fassio-Canuto L.* // Phys. Rev. 1969. **187**. P. 2141.
4. *Баранов И.Г.* // Изв. вузов. Физика. 1974. №4. С. 115.
5. *Коровина Л.И.* // Изв. вузов. Физика. 1964. №6. С. 86.
6. *Shinkevich S., Studenikin A.* // hep-ph/0402154.
7. *Leinson L.B., Perez A.* // astro-ph/9711216.
8. *Вайнберг С.* Квантовая теория поля. Т. 1. М., 2003.
9. *Соколов А.А., Тернов И.М.* Релятивистский электрон. М., 1974.
10. *Khalilov V.R.* Electrons in Strong Electromagnetic Fields. Amsterdam, 1996.
11. *Мамсуров И.В., Гoударзи Х.* // Вест. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2004. №3. С. 40.
12. *Окунь Л.Б.* Лептоны и кварки. М., 1981.
13. *Вайнберг С.* Гравитация и космология. М., 1975.
14. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика. М., 1980.
15. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1963.

Поступила в редакцию
29.12.04