

УДК 535.36.10

ВЛИЯНИЕ БОКОВЫХ ЛЕПЕСТКОВ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ПРИЕМНОЙ АНТЕННЫ НА СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ В СИСТЕМАХ ПАССИВНОГО РАДИОВИДЕНИЯ

Ю. А. Пирогов, А. Л. Тимановский

(кафедра радиофизики)

E-mail: timanovsky@gmail.com

Рассмотрено влияние уровня боковых лепестков аппаратной функции системы пассивного радиовидения на поведение алгоритмов сверхразрешения (АСР). Эффекты изучены путем проведения численных экспериментов по восстановлению тестовых изображений. Показано, что наиболее распространенные АСР неприменимы при уровне бокового лепестка выше -10 дБ.

Введение

Проблема сверхразрешения возникает во многих областях, в частности, в радиовидении [1]. Разрешение любого физического прибора ограничено и характеризуется его аппаратной функцией. В случае систем получения изображений речь идет о пространственном или угловом разрешении. Причиной конечной ширины (или уширения) аппаратной функции может являться как, например, неправильная фокусировка, так и фундаментальные ограничения, такие, как рэлеевский предел. Визуально это проявляется как «размывание» изображения по сравнению с более разрешающими системами. Под сверхразрешением понимают математические методы, позволяющие улучшить или восстановить изображение, т. е. повысить разрешение системы сверх физически достижимого. В данной статье рассматриваются некоторые из них, применяемые в радиоастрономии и пассивном радиовидении [2].

Исследуются два аспекта влияния боковых лепестков аппаратной функции на сверхразрешение. Первым является непосредственное влияние уровня боковых лепестков на качество восстановленного изображения. Вторым — влияние уровня боковых лепестков на результат восстановления при неполных данных об аппаратной функции, а именно, когда реальный уровень боковых лепестков неизвестен и при решении обратной задачи он выбирается произвольно. Таким образом, это частный случай влияния неизвестных искажений аппаратной функции на возможность решения обратной задачи.

Постановка задачи и обзор методов сверхразрешения

Рассмотрим модель формирования изображения на выходе линейной системы. Она описывается классическим интегральным выражением

$$g(\mathbf{r}) = \iint f(\mathbf{s})h(\mathbf{r}, \mathbf{s}) ds + n(\mathbf{r}),$$

где \mathbf{s} — двумерный вектор мировых координат; \mathbf{r} — двумерный вектор в лабораторной системе координат; $f(\mathbf{s})$ — исследуемое распределение радиояростной температуры, $h(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ — аппаратная функция системы; $n(\mathbf{r})$ — аддитивный шум; $g(\mathbf{r})$ — результат измерений. Введем более короткую форму записи:

$$g = h \otimes f + n.$$

Постановка задачи сверхразрешения заключается в следующем: необходимо, основываясь на экспериментальных данных g, h и, возможно, дополнительной (априорной) информации, получить решение \hat{f} , насколько возможно близкое к исходному распределению f . Наиболее распространенной мерой является функционал

$$J = \left\| g - h \otimes \hat{f} \right\|^2. \quad (1)$$

Известно [3, 4], что рассматриваемая задача некорректно поставлена, и устойчивого решения без дополнительной регуляризации, как правило, не существует.

Алгоритмы сверхразрешения

Если рассмотреть вариацию функционала (1) и записать итерационную схему наискорейшего спуска, то получим следующее выражение:

$$\hat{f}^{i+1} = \hat{f}^i - \alpha \left(h^T \otimes h \otimes \hat{f}^i - h^T \otimes g \right). \quad (2)$$

К достоинствам этого базового линейного алгоритма относится возможность простейшей регуляризации решения за счет ограничения числа производимых итераций. Критерием остановки итерации может являться малость изменения решения от итерации к итерации.

Существует нелинейная модификация этого метода:

$$\hat{f}^{i+1} = \left| \hat{f}^i - \alpha \left(h^T \otimes h \otimes \hat{f}^i - h^T \otimes g \right) \right|. \quad (3)$$

На каждом шаге итерации решение явно приводится к области неотрицательных значений. Сходимость данного метода доказывается в рамках методов проекции на выпуклые множества [5].

Если рассмотреть задачу на минимизацию функционала (1) с дополнительным условием неотрицательности, то можно строго получить следующую итерационную схему [6]:

$$\hat{f}^{i+1} = \hat{f}^i \cdot \frac{h^T \otimes g}{h^T \otimes h \otimes \hat{f}^i}. \quad (4)$$

Этот метод называется алгоритмом восстановления пространства изображения (ISRA — the image space reconstruction algorithm). Он является модификацией алгоритма (2), в которой скорость итераций локально в каждой точке зависит от того, насколько интенсивность в ней близка к нулю.

Алгоритм Люси-Ричардсона был впервые разработан и использован в оптической астрономии [7]. Он предполагает пуассоновскую статистику шума, характерную для светочувствительных матриц на основе приборов с зарядовой связью (ПЗС-матриц):

$$\hat{f}^{i+1} = \hat{f}^i \cdot h^T \otimes \frac{g}{h \otimes \hat{f}^i}. \quad (5)$$

Последние три алгоритма являются нелинейными. Они используют априорную информацию о заведомой положительности решения (радиояркостной температуры), что характерно для задач пассивного радиовидения.

Количественная мера качества восстановления

Для количественной оценки качества восстановления изображения мы будем использовать две меры — $Q_{\Delta f}$ и Q_{ISNR} . Первая —

$$Q_{\Delta f} = \frac{\|\hat{f} - f\|^2}{\|f\|^2}$$

является характеристикой того, насколько близко восстановленное изображение к исходному (недоступному при реальных наблюдениях). Вторая мера

$$Q_{\text{ISNR}} = \frac{\|g - f\|^2}{\|\hat{f} - f\|^2}$$

показывает, насколько уменьшилось отклонение восстановленных данных от исходных $\|\hat{f} - f\|^2$ по от-

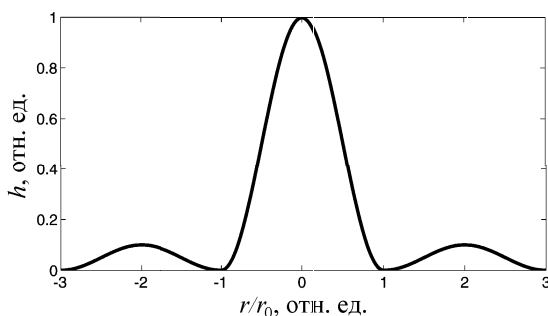


Рис. 1. Вид модельной аппаратной функции h

ношению к исходному значению $\|g - f\|^2$. Предполагается, что результат наблюдений g принимается за нулевое приближение \hat{f}^0 алгоритма сверхразрешения.

Влияние уровня боковых лепестков на качество восстановления радиоизображений

Влияние уровня боковых лепестков аппаратной функции прибора на сверхразрешение двумерных данных исследуется в рамках численного эксперимента по следующей схеме:

1) выбор тестового изображения f ; генерация аппаратной функции h с заданным уровнем бокового лепестка α ;

2) решение прямой задачи — моделирование выходного сигнала прибора $g = h \otimes f + n$;

3) решение обратной задачи на основе выбранного АСР: $\{g, h\} \rightarrow \hat{f}$;

4) определение качества $Q_{\Delta f}$ полученного изображения \hat{f} ; определение эффективности Q_{ISNR} данного АСР.

В представленной схеме эксперимента присутствуют несколько параметров, которые можно варьировать. Но поскольку основной целью исследования является изучение зависимости от α , то по остальным параметрам было принято следующее решение:

1) форма аппаратной функции h фиксирована и задается выражениями

$$h = h_1 + \alpha h_2,$$

$$h_1 = \begin{cases} \cos^2\left(\frac{\pi r}{2 r_0}\right), & 0 < r < r_0, \\ 0, & r_0 \leq r, \end{cases}$$

$$h_2 = \begin{cases} 0, & 0 < r \leq r_0, \\ \cos^2\left(\frac{\pi r}{2 r_0}\right), & r_0 < r < 3r_0, \\ 0, & 3r_0 \leq r, \end{cases}$$

где $r = |\mathbf{r} - \mathbf{s}|$, α — уровень бокового лепестка относительно максимума, r_0 — положение нуля между основным и боковым лепестками (рис. 1);

2) уровень бокового лепестка α варьируется от -40 до 0 дБ;

3) набор тестовых изображений состоит из двух искусственных геометрических фигур, представляющих собой квадрат и кольцо, и одного фотографического изображения с плавными изменениями уровня;

4) уровень шума относительно сигнала $\|n\|^2 / \|g\|^2$ брались равным 0 и -40 дБ;

5) тестированию подлежат описанные алгоритмы (2)–(5);

6) для всех АСР количество итераций равно 100 .

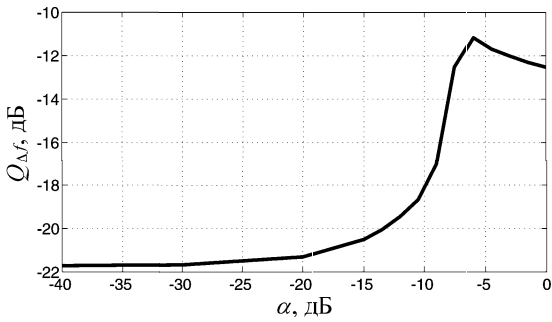


Рис. 2. Зависимость качества восстановленного изображения $Q_{\Delta f}$ от уровня бокового лепестка α

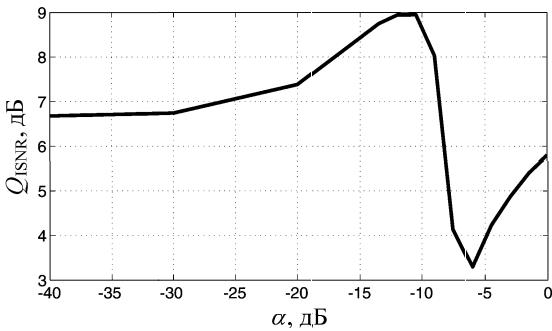


Рис. 3. Зависимость эффективности алгоритма сверхразрешения Q_{ISNR} от уровня бокового лепестка α

На рис. 2 приведены характерные зависимости величины $Q_{\Delta f}$ от уровня бокового лепестка. Изображенные кривые ведут себя вполне ожидаемым образом — качество конечного изображения улучшается с уменьшением уровня бокового лепестка. На рис. 3 представлена зависимость Q_{ISNR} от α . Видно, что эффективность АСР имеет существенно немонокотонную зависимость от уровня бокового лепестка. В области $\alpha \approx -10$ дБ наблюдается особенность. По мере повышения величины α , Q_{ISNR} растет; при достижении α порогового значения (в разных экспериментах составлявшего $-12 \dots -8$ дБ) эффективность восстановления резко падает, возвращаясь к прежним значениям уже при $\alpha \sim 1$. Однако в этом диапазоне α общее качество изображения $Q_{\Delta f}$ является, естественно, очень низким. Таким образом, диапазон, где Q_{ISNR} и $Q_{\Delta f}$ имеют приемлемый уровень, ограничен значениями $\alpha \lesssim -15$ дБ.

Наличие этого порога пока не объяснено, но следует заметить, что значение $\alpha \approx -12$ дБ соответствует примерно равному распределению энергии в боковом и центральном лепестках.

$$I_1 = \iint_{0 < r < r_0} h(r)^2 dr = \|h_1\|^2 = \frac{8r_0^2}{\pi} \left(\frac{3}{64}\pi^2 - \frac{1}{4} \right),$$

$$I_2 = \iint_{r_0 < r < 3r_0} h(r)^2 dr = \|h_2\|^2 = \frac{8r_0^2}{\pi} \frac{3}{8}\pi^2,$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{3}{64}\pi^2 - \frac{1}{4}}{\frac{3}{8}\pi^2} \approx 0.057 \approx -12.4 \text{ дБ.}$$

Таким образом, можно полагать, что именно сравнительно одинаковая энергия двух компонент

$g_1 = h_1 \otimes f$ и $g_2 = \alpha h_2 \otimes f$ изображения g ведет к трудности разделения их вкладов с помощью рассмотренных методов.

Влияние неизвестного искажения аппаратной функции на качество восстановления

Рассмотрим теперь влияние неизвестных, нескомпенсированных искажений на эффективность АСР. Фактически аппаратная функция всегда известна с определенной точностью и в определенном диапазоне углов. Это утверждение справедливо и в случае экспериментального определения аппаратной функции системы, и в случае использования теоретических (расчетных) данных. Например, в первом случае боковой лепесток может находиться за пределами области измерения аппаратной функции, или его реальные уровень и форма могут отличаться от результатов расчетов во втором.

Здесь рассмотрен случай, когда в аппаратной функции присутствуют боковые лепестки неизвестной амплитуды. Эксперименты проводились аналогично описанным в предыдущем разделе с одним существенным изменением. Уровень α бокового лепестка аппаратной функции h был зафиксирован на уровне -15 , как оптимальном по результатам вышеописанных экспериментов. При этом на вход АСР подавалась модифицированная (искаженная) аппаратная функция h' , уровень бокового лепестка в которой отличался от истинного

$$h' = h_1 + \alpha' h_2.$$

На рис. 4 представлены результаты проведенных численных экспериментов. Вполне ожидаемо минимум $Q_{\Delta f}$ (наилучшее качество изображения) достигается при $\alpha = \alpha'$. Область, в которой качество АСР не деградирует, весьма узка (единицы дБ). Этот экспериментальный результат количественно подтверждает хорошо известный факт, что данная обратная задача является некорректно поставленной, что проявляется в неустойчивости решения по отношению к малым возмущениям входных параметров. При этом АСР более чувствителен к переоценке уровня ($\alpha' > \alpha$), чем к недооценке ($\alpha' < \alpha$).

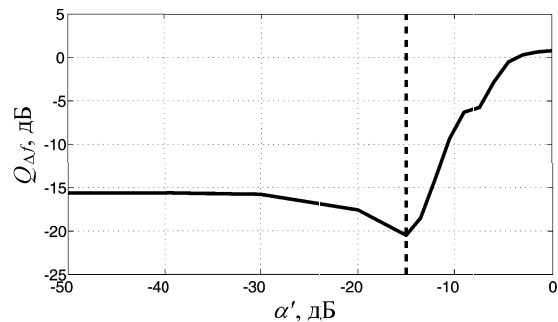


Рис. 4. Зависимость качества восстановленного изображения от уровня искажений бокового лепестка α'

Заключение

Таким образом, показано, что существует предел применимости широко используемых АСР, и для обработки изображений при более высоком уровне бокового лепестка, требуется разработка новых методов, оптимизированных для данной ситуации. Все рассмотренные алгоритмы, по сути, принадлежат к одному семейству, основанному на модификации метода наискорейшего спуска, следовательно, можно ожидать, что сделанный вывод будет справедлив и для других подобных алгоритмов.

Литература

1. Пирогов Ю.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. **XLVI**, № 8–9. С. 1.

2. Pirogov Y.A., Gladun V.V., Tischenko D.A., Timanovskiy A.L. // Proc. SPIE. 2004. **5410**. P. 299.
3. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. М., 1989.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М., 1986.
5. Madisetti V.K., Williams D.B. The digital signal processing handbook. Boca Raton, FL., 1999.
6. Lantéri H., Soummer R., Aime C. // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 1999. **140**. P. 235.
7. Lucy L.B. // Astron. J. 1974. **79**, N 6. P. 745.

Поступила в редакцию
14.01.05