

УДК 533.92

ДИНАМИКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В РАСЩЕПЛЕННЫХ ТОНКИХ ТОКОВЫХ СЛОЯХ

Д. А. Оводков, В. Ю. Попов, Х. В. Малова

(кафедра математики)

Проведено численное исследование динамики заряженных частиц в сложных плазменных конфигурациях с обращенным магнитным полем. С помощью сечений Пуанкаре показано, что рассеяние частиц на «колоколообразных» и «двугорбых» тонких токовых слоях (ТТС) имеет качественные отличия. Так, в случае двугорбых ТТС фазовая область стохастических траекторий увеличивается, а количество резонансных ветвей уменьшается.

Введение

Динамика заряженных частиц в «колоколообразных» (или «одногогорбых») тонких токовых слоях (с толщиной L порядка ионного ларморовского радиуса) является предметом интенсивного изучения на протяжении нескольких последних десятилетий [1–3]. В последние годы благодаря исследованиям спутников GEOTAIL и CLUSTER были обнаружены двойные токовые слои, профили плотности тока которых имеют максимумы на краях и минимум в центре [4, 5]. Структура и эволюция ТТС не могут быть описаны в рамках МГД-теории, так как гирорадиус ионов, носителей тока, порядка толщины слоя. Более адекватной является кинетическая теория, где детальное описание движения разных групп частиц очень важно для структуры и динамики ТТС как целого. Как удалось показать ранее [6], процессы хаотического рассеяния частиц в ТТС могут играть ключевую роль как в образовании двойных токовых слоев, так и в их разрушении. Однако этот вопрос пока недостаточно хорошо изучен, и требуется более детальное рассмотрение динамики частиц в двойных токовых слоях. В настоящей работе проводится исследование влияния общей структуры токового слоя (одногогорбый или двугорбый профиль плотности тока) на структуру фазового пространства, в котором движутся заряженные частицы. С этой целью исследуется зависимость фазовых областей от величины $\sqrt{L/\rho_0}$ и от формы профиля плотности тока, одногогорбой или двугорбой, где L — полутолщина области обращения поля, ρ_0 — максимальный ларморовский радиус. Авторы попытались подойти к обратной задаче, т.е. по структуре фазового пространства сделать предположения о структуре и возможной эволюции ТТС.

1. Динамика заряженных частиц в ТТС и сечения Пуанкаре

В тонких токовых слоях движение частиц можно разделить на три основных типа: пролетные частицы на разомкнутых (или спейсеровских [7]) орбитах, захваченные частицы на круговых орбитах и квазизахваченные частицы на так называемых «огур-

цовых» орбитах [8] (рис. 1). Спейсеровские ионы, замагниченные вне слоя, приходят из бесконечности и уходят на бесконечность. В толще слоя спейсеровские ионы размагничиваются, совершая «меандровое», петляющее движение с пересечением нейтральной плоскости. «Огурцовые» орбиты в центре слоя также совершают меандровое вращение, но вне слоя их орбиты почти замкнуты, и такие частицы многократно возвращаются в слой в процессе крупномасштабного вращения. Они могут захватываться в слой из пролетных орбит или в процессе рассеяния уходить из слоя на бесконечность. «Круговые» орбиты полностью замкнуты, они не выходят из слоя и не пересекают сепаратрису, разделяющую два типа движения — с пересечением токового слоя и без пересечения. Основными носителями тока в ТТС являются спейсеровские ионы. Частицы на «огурцовых» орбитах не дают вклада в полный ток, так же как и ионы на круговых траекториях. Однако локальный ток этих частиц ненулевой, он может изменять профиль основной плотности тока так, что в центре слоя появляется локальный минимум, т.е. слой становится расщепленным [6]. Последние спут-

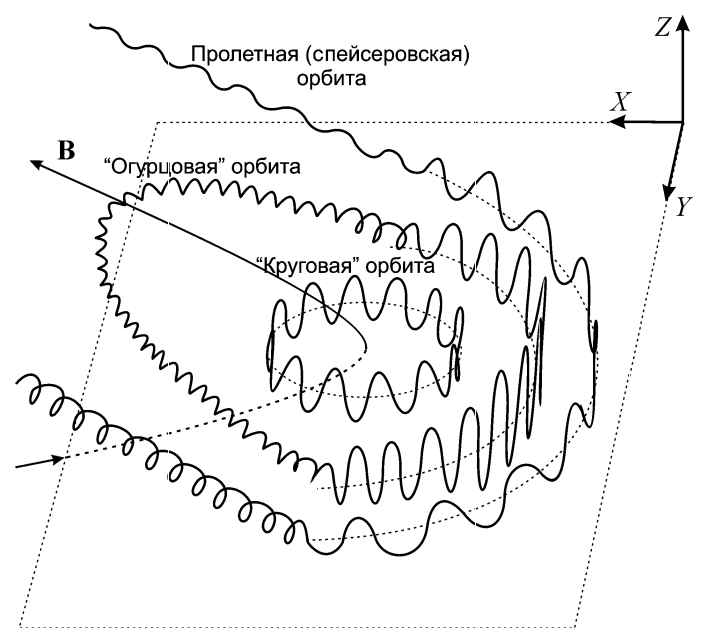


Рис. 1. Три типа траекторий частиц в ТТС

никовые исследования демонстрируют, что такие слои могут играть существенную роль в динамике суббурь [9, 10].

Движение пролетных и квазизахваченных частиц в одногорбых ТТС носит квазиadiaбатический характер. Это означает, что при пересечении сепаратрисы магнитный момент частицы (или, что практически то же самое, приближенный инвариант движения $I_z = \frac{1}{2\pi} \oint v_z dz$) претерпевает скачок, величина которого много меньше величины самого магнитного момента. В работе [3] динамика частиц была изучена при помощи сечений Пуанкаре [11], которые представляют собой двумерное изображение множества точек пересечения частицами плоскости $Z = 0$ в фазовых координатах. На рис. 2 показано, что фазовое пространство частиц состоит из трех непересекающихся разных областей: область интегрируемого движения (А, круговые орбиты), динамического хаоса (В, квазизахваченные орбиты) и квазирегулярного движения (С, спейсеровские орбиты). В работе [8] было показано, что квазиadiaбатическое приближение выполняется, когда параметр $b_n \sqrt{L/\rho_0}$, описывающий динамику частиц, много меньше единицы.

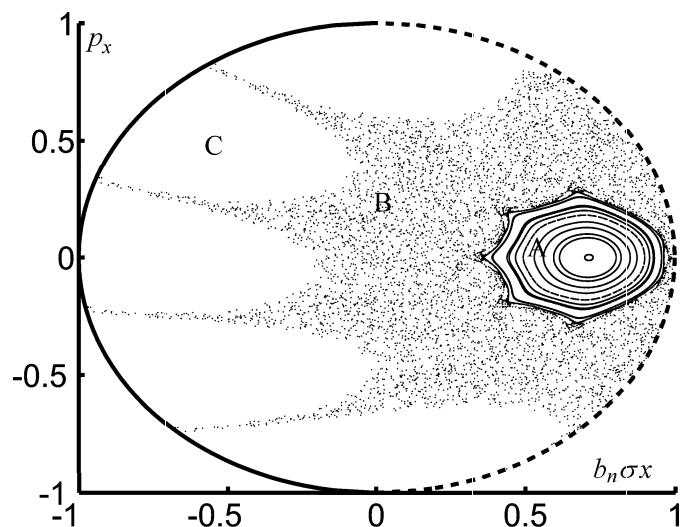


Рис. 2. Сечение Пуанкаре для «колоколообразного» профиля плотности тока ТТС, $z_c = 0$, $\sigma = 1.78$, $b_n = 0.1$. Сечение построено в координатах $\{\sigma b_n x, p_x\}$, причем безразмерная координата $\sigma b_n x$ и импульс p_x таковы, что все точки сечения Пуанкаре отображаются на единичный круг

Существует два основных механизма стохастизации движения частиц при рассеянии в сильно искривленных магнитных полях. Первый связан со скачками I_z при пересечении сепаратрисы, второй механизм проявляется при перекрытии нелинейных резонансов (возмущенных инвариантных торов движения) в окрестности регулярного движения [12, 13]), что позволяет объяснить хаотическое движение частиц в отсутствие сепаратрисы, например в трилинейной модели [14]. Рассматриваемая в данной работе модель магнитного поля позволяет с единых позиций подходить к изучению динамики частиц в созданных ранее моделях: трилинейной, клиновид-

ной и гиперболической моделях ТТС (они будут рассмотрены ниже), поскольку они являются частными случаями рассматриваемой модели. Полученные результаты могут иметь важное значение для физики магнитосферы, поскольку позволяют оценить относительный вклад разных механизмов в нелинейную эволюцию ТТС во время магнитосферных суббурь.

2. Модель

Рассматривалась принятая в геофизике солнечно-магнитосферная система координат, в которой ось X направлена от Земли к Солнцу, Z — перпендикулярно плоскости эклиптики, а ось Y направлена с утренней на вечернюю сторону Земли. Предполагалось, что магнитное поле имеет две компоненты: $B_x = B_0 F(Z)$ и $B_z = B_n$. Исследовались две модели ТТС — колоколообразная и двугорбая. Профиль плотности тока «колоколообразного» токового слоя имеет вид

$$J_y = \frac{J_0}{L \operatorname{ch}^2\left(\frac{Z}{L}\right)}, \quad (1)$$

где $J_0 = \frac{cB_0}{4\pi}$, L — полутолщина области обращения магнитного поля, B_0 — магнитное поле на бесконечности, c — скорость света.

Постоянное электрическое поле, всегда присутствующее в токовом слое магнитосферного хвоста, не принималось во внимание, так как движение частиц рассматривалось в системе координат де Хоффманна–Теллера.

В настоящей работе модель двойного (или расщепленного) слоя представляет собой суперпозицию двух «одногорбых ТТС» (рис. 3). Расстояние между горбами контролируется параметром Z_c , а ширина горбов — параметром L :

$$J_y = \frac{J_0}{2} \left\{ \frac{1}{L \operatorname{ch}^2\left(\frac{Z-Z_c}{L}\right)} + \frac{1}{L \operatorname{ch}^2\left(\frac{Z+Z_c}{L}\right)} \right\}. \quad (2)$$

Можно показать, что при таком задании магнитного поля полный ток в системе будет сохраняться при изменении параметров Z_c и L .

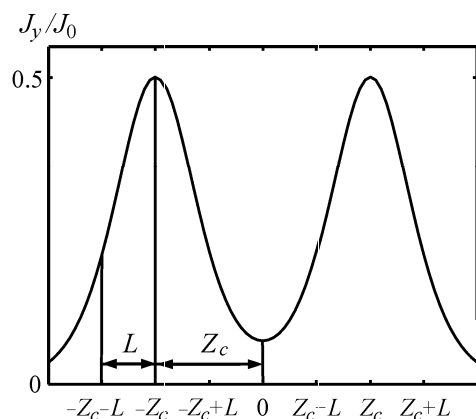


Рис. 3. Профиль плотности тока для расщепленного ТТС

В предельных случаях при $Z_c \rightarrow 0$ получается гиперболическая модель магнитного поля, при $L \rightarrow 0$ — трилинейная модель, а при $Z_c, L \rightarrow 0$ — клиновидная модель магнитного поля, изученные ранее в [8, 14, 15].

3. Анализ движения частиц в ТТС

Гамильтониан движения в исследуемом поле равен

$$H = \frac{1}{2m}(P_x^2 + P_z^2) + \frac{1}{2m}[P_y - \frac{e}{c}A_y(X, Z)]^2. \quad (3)$$

Поскольку гамильтониан системы не зависит явно от Y , то канонический момент импульса P_y является интегралом движения. Это позволяет понизить размерность исследуемой задачи и рассматривать двумерные уравнения движения в переменных X, Z . Гамильтониан движения в безразмерных переменных имеет следующий вид:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}(p_x^2 + p_z^2) + \frac{1}{2}(a_y(z) - b_n \sigma x)^2, \quad (4)$$

где

$$a_y(z) = \frac{1}{2} \left[\sigma^2 \ln \operatorname{ch} \left\{ \frac{(z - z_c)}{\sigma} \right\} + \sigma^2 \ln \operatorname{ch} \left\{ \frac{(z + z_c)}{\sigma} \right\} - 2\sigma^2 \ln \operatorname{ch} \left\{ \frac{z_c}{\sigma} \right\} \right] \quad (5)$$

и использованы безразмерные переменные $p_{x,y,z} = \frac{P_{x,y,z}}{mv_0}$, $\{y, z, z_c\} = \frac{\{Y, Z, Z_c\}}{\sqrt{\rho_0 L}}$, $x = \frac{X}{\sqrt{\rho_0 L}} - \frac{p_y}{b_n \sigma}$, $b_n = \frac{B_n}{B_0}$, $\sigma = \sqrt{\frac{L}{\rho_0}}$ (ρ_0 — ларморовский радиус).

Получая уравнения движения из гамильтониана (4), имеем

$$\dot{p}_x = b_n \sigma (a_y(z) - b_n \sigma x), \quad (6)$$

$$\dot{p}_z = -b_n \sigma (z) \sigma (a_y(z) - b_n \sigma x), \quad (7)$$

$$\dot{x} = p_x, \quad \dot{z} = p_z, \quad (8)$$

где

$$b_x(z) = \frac{1}{2} \left(\tanh \frac{z - z_c}{\sigma} + \tanh \frac{z + z_c}{\sigma} \right). \quad (9)$$

Начальные условия выбирались следующим образом: координата $z_0 = 0$ фиксирована, координата x задается в диапазоне $-1 < b_n \sigma x_0 < 1$ с постоянным шагом, аналогично $-1 < p_{x0} < 1$, p_{z0} вычисляется из закона сохранения энергии $(p_{z0})^2 = 1 - (b_n \sigma x_0)^2 - (p_{x0})^2$.

Для численного интегрирования уравнений движения с заданными начальными координатами и скоростями был использован метод Рунге–Кутты четвертого порядка с переменным шагом.

Траектория частиц отслеживалась таким образом, что при пересечении частицей плоскости $z = 0$ на множестве $p_x, b_n \sigma x$ отмечалась соответствующая точка. Совокупность всех таких точек на множестве $p_x, b_n \sigma x$ представляет собой сечение Пуанкаре.

4. Результаты численного эксперимента

Для описания динамики частиц в «колоколообразных» токовых слоях часто используется параметр $\kappa = \sqrt{R_c / \rho_L}$, где R_c — минимальный радиус кривизны магнитной силовой линии, ρ_L — максимальный ларморовский радиус, в частности для простой параболической модели магнитного поля $\{B_x = B_0 \frac{z}{L}, B_y = 0, B_z = B_n\}$, параметр $\kappa = b_n \sigma$ [3, 8]. В работе [16] параметр κ был обобщен на случай магнитных полей, где полутолщина области обращения L меньше, чем гирорадиус вращения ρ_0 :

$$\kappa = \begin{cases} b_n \sigma, & \sigma > 1, \\ b_n (1 + \sigma), & \sigma < 1. \end{cases}$$

В качестве параметра возмущения в случае двугорбой конфигурации слоя мы использовали параметр κ_{eff} , определяемый как

$$\kappa_{\text{eff}} = \begin{cases} b_n \sigma_{\text{eff}}, & \sigma_{\text{eff}} > 1, \\ b_n (1 + \sigma_{\text{eff}}), & \sigma_{\text{eff}} < 1, \end{cases}$$

где параметр $\sigma_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{L + Z_c}{\rho_0}}$ определяет отношение области обращения поля к гирорадиусу вращения ρ_0 в случае двугорбой конфигурации. Здесь приводятся типичные сечения Пуанкаре, отображающие основные свойства рассматриваемых систем. На рис. 2 показано сечение Пуанкаре для колоколообразного слоя, которое соответствует значению параметров $z_c = 0$, $\sigma = 1.78$ или $\kappa = 0.178$. Аналогичные сечения были построены для расщепленного ТТС (рис. 4) с $z_c = 0.356$, $\sigma = 1.78$, параметр $\kappa_{\text{eff}} = 3.08$. Сравнивая рисунки для колоколообразной и двугорбой конфигураций слоя, можно видеть, что общая структура фазовой плоскости остается неизменной, но при увеличении параметра z_c (σ фиксировано) происходит увеличение стохастической области

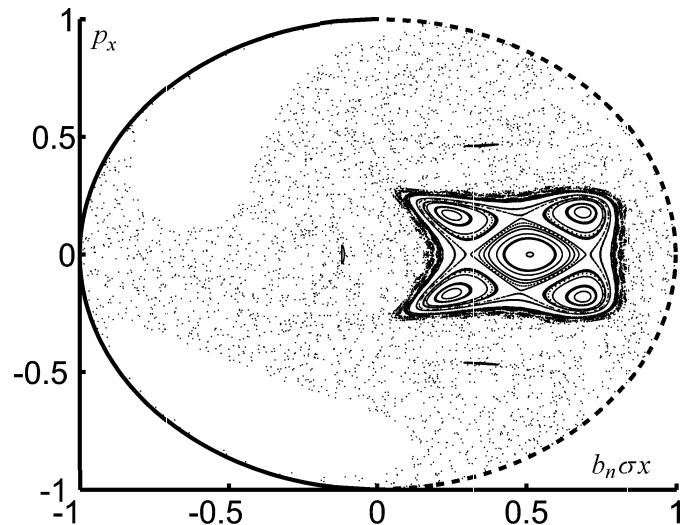


Рис. 4. Сечение Пуанкаре для расщепленного ТТС, $z_c = 3.56$, $\sigma = 1.78$, $b_n = 0.1$

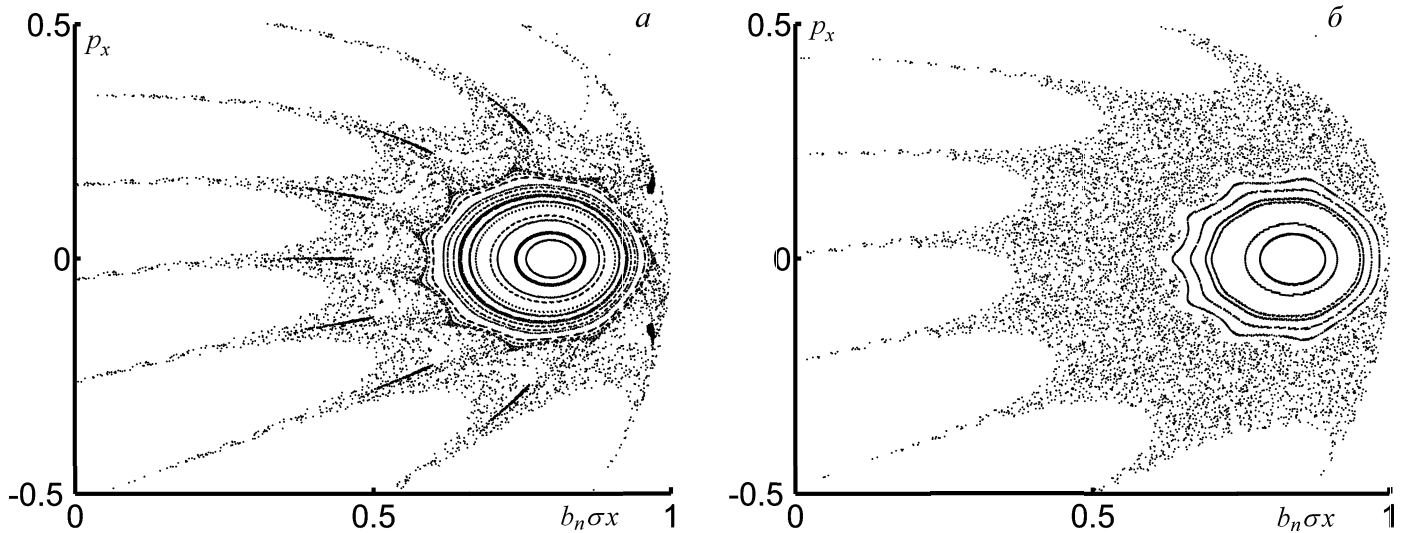


Рис. 5. Сечения Пуанкаре для «колоколообразного» (а) и расщепленного (б) ТТС. Показана лишь часть фазового круга $p_x^2 + (\kappa x)^2 \leq 1$. Рис. 5, а соответствует значению параметров $z_c = 0$, $\sigma = 0.86$, рис. б — значению параметров $z_c = 1$, $\sigma = 0.5$

на фазовой плоскости, при этом количество вытянутых «пальцеобразных» структур уменьшается. На обоих рисунках четко видны три области фазового пространства, соответствующие трем типам орбит. Пунктирная линия соответствует сепаратрисе, которую пересекают пролетные и квазизахваченные частицы. На рис. 5 изображены сечения Пуанкаре для колоколообразного (а) и двойного (б) слоев при очень малых $\sigma_{\text{эфф}} = 0.86$. Как видно из рисунка, фазовые области мало отличаются друг от друга, что свидетельствует о слабой зависимости траекторий частиц от структуры токового слоя. Поскольку при малых значениях параметра $\sigma_{\text{эфф}}$ частицы обладают большой энергией и соответственно ларморовским радиусом много больше толщины слоя, то такие частицы не чувствуют тонкой структуры ТТС и их рассеяние на двугорбом слое происходит так же, как и на одногорбом слое.

Выводы

Численное исследование динамики заряженных частиц в нерасщепленных и расщепленных ТТС показало, что при умеренно малых значениях κ существуют отличия в объемах фазовых областей квазизахваченной плазмы. Было продемонстрировано, что расщепление слоя вызывает увеличение относительного объема рассеянной плазмы, что может играть критическую роль для эволюции и структуры тонкого токового слоя [6]. Управляющими параметрами, определяющими размеры фазовых областей, могут служить как расстояние между максимумами плотности тока Z_c , так и отношение их ширины к ларморовскому радиусу ионов σ . Увеличение фазовой области захваченных частиц сопровождается общим увеличением времени жизни популяции плазменных частиц в слое.

Полученные численные результаты подтверждаются последними косвенными экспериментальными наблюдениями расщепленных ТТС [9]. Дальнейшее развитие численных и аналитических исследований для расщепленных тонких токовых слоев позволит получать также функции распределения частиц и наблюдать их эволюцию по мере накопления в слое квазизахваченной плазмы. Это может быть полезным для диагностики этапов эволюции ТТС и выявления механизмов формирования тонкой структуры тока. Такие результаты могут непосредственно сравниваться со спутниковыми наблюдениями. Данная работа представляет первую ступень в разработке аналитической теории, позволяющей адекватно описывать динамику частиц в двойных тонких токовых слоях.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант 05-02-17003), ГФЕН (04-02-39021), программой научных школ (НШ-1739.2003.2) и INTAS (03-51-3738).

Литература

1. Sonnerup B.U.O. // J. Geophys. Res. 1971. **76**. P. 8211.
2. Harris E.G. // Nuovo Chimento. 1962. **23**. P. 115.
3. Chen J., Palmadesso P.J. // J. Geophys. Res. 1986. **91**. P. 1499.
4. Hoshino M., Nishida A., Mukai T. et al. // J. Geophys. Res. 1996. **101**. P. 24775.
5. Asano Y.T., Mukai M., Hoshino Y. et al. // J. Geophys. Res. 2003. **108**. P. 1019.
6. Zelenyi L.M., Delcourt D.C., Malova H.V. et al. // Geophys. Res. Lett. 2002. **29**. P. 49-1.
7. Speiser T.W. // J. Geophys. Res. 1965. **70**. P. 4219.
8. Buchner J., Zelenyi L.M. // J. Geophys. Res. 1989. **94**. P. 11821.
9. Runov A., Nakamura R., Baumjohann W. et al. // Geophys. Res. Lett. 2003. **30**. P. 8-1.

10. *Rupov A., Nakamura R., Baumjohann W.* et al. // *Geophys. Res. Lett.* 2003. **30**. P. 33-1.
11. *Лихтенберг А., Либерман М.* Регулярная и стохастическая динамика. М., 1984.
12. *Чириков Б.В.* Нелинейный резонанс. Новосибирск, 1977.
13. *Заславский Г.М.* Стохастическая динамика систем. М., 1984.
14. *Chen J, Mitchell H.G, Palmadesso P.J.* // *J. Geophys. Res.* 1990. **95**. P. 15141.
15. *Alexeev I.I., Malova H.V.* // *Advances in Space Research.* 1995. **16**. P. 205.
16. *Савенков Б.В., Зеленый Л.М., Зогин Д.В.* // *Физика плазмы.* 1997. **23**. С. 436.

Поступила в редакцию
21.04.05