УДК 517.956.224

К ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ–НЕЙМАНА ДЛЯ ДИССИПАТИВНОГО УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА В ПЛОСКОЙ ОБЛАСТИ С РАЗРЕЗАМИ С УСЛОВИЕМ НЕЙМАНА НА РАЗРЕЗАХ

П. А. Крутицкий, В. В. Колыбасова

(*кафедра математики*)

Изучается задача Неймана–Дирихле для диссипативного уравнения Гельмгольца в связной плоской области (внутренней или внешней), ограниченной замкнутыми кривыми и разомкнутыми дугами (разрезами). На замкнутых кривых задано условие Дирихле, а на разрезах — условие Неймана. Доказаны существование и единственность решения. Получено интегральное представление решения в виде потенциалов. Задача сведена к однозначно разрешимой системе интегральных уравнений.

Разомкнутые дуги или разрезы моделируют экраны, крылья, трещины или вытянутые отмели в прикладных задачах [1]. Краевые задачи в областях с разрезами описывают различные физические процессы в телах с трещинами, такие как распределение электрических и тепловых полей, распространение акустических волн, рассеяние на трещинах и т. д. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Гельмгольца в областях, ограниченных замкнутыми кривыми и разрезами, изучены в [2, 3]. В настоящей работе изучается смешанная задача, когда на замкнутых кривых задано условие Дирихле, а на разрезах — условие Неймана. Установлены теоремы о существовании и единственности решения, получено интегральное представление для решения, задача сводится к однозначно разрешимой системе интегральных уравнений.

На плоскости $x=(x_1,x_2)\in R^2$ рассмотрим многосвязную область, ограниченную простыми разомкнутыми кривыми $\Gamma_1^1,\dots,\Gamma_{N_1}^1\in C^{2,\lambda}$ и простыми замкнутыми кривыми $\Gamma_1^2,\dots,\Gamma_{N_2}^2\in C^{2,\lambda}$, $\lambda\in(0,1]$, так что кривые не имеют общих точек, в частности концов. Будем рассматривать случай как внешней области, так и внутренней, когда кривая Γ_1^2 охватывает все остальные. Положим $\Gamma^1=\bigcup_{n=1}^{N_1}\Gamma_n^1$, $\Gamma^2=\bigcup_{n=1}^{N_2}\Gamma_n^2$, $\Gamma=\Gamma^1\cup\Gamma^2$. Связную область, ограниченную Γ^2 и содержащую Γ^1, будем называть $\mathcal{D}$, так что $\partial\mathcal{D}=\Gamma^2$, $\Gamma^1\subset\mathcal{D}$. Предположим, что каждая кривая Γ_n^j параметризована длиной дуги s: $\Gamma_n^j=\left\{x\colon\ x=x(s)=\left(x_1(s),x_2(s)\right),\ s\in\left[a_n^j,b_n^j\right]\right\}$, $n=1,\dots,N_j$, $j=1,2$, так что $a_1^1<b_1^1<\dots<a_{N_1}^1<b_{N_1}^1<a_1^2<b_1^2<\dots<a_{N_2}^2<b_{N_2}^2$ и область $\mathcal{D}$ остается справа при возрастании параметра s на Γ_n^2. Далее совокупности отрезков оси Os $\bigcup_{n=1}^{N_1}\left[a_n^1,b_n^1\right]$, $\bigcup_{n=1}^{N_2}\left[a_n^2,b_n^2\right]$, $\bigcup_{j=1}^{2}\bigcup_{n=1}^{N_j}\left[a_n^j,b_n^j\right]$ будем тоже обозначать Γ^1, Γ^2 и Γ. Положим $C^{j,r}\left(\Gamma_n^2\right)=\left\{\mathcal{F}(s)\colon\ \mathcal{F}(s)\in C^{j,r}\left[a_n^2,b_n^2\right],\ \mathcal{F}^{(m)}\left(a_n^2\right)=\mathcal{F}^{(m)}\left(b_n^2\right),\ m=0,\dots,j\right\}$, $j=0,1$, $r\in[0,1]$ и $C^{j,r}\left(\Gamma^2\right)=\bigcap_{n=1}^{N_2}C^{j,r}\left(\Gamma_n^2\right)$. Вектор касательной к Γ в точке $x(s)$ обозначим $\tau_x=\left(x_1'(s),x_2'(s)\right)$. Пусть $\boldsymbol{n}_x=\left(x_2'(s),-x_1'(s)\right)$ — вектор нормали к Γ в $x(s)$. Будем считать Γ^1 совокупностью разрезов. Сторону Γ^1, остающуюся слева при возрастании параметра s, будем обозначать $\left(\Gamma^1\right)^+$, а противоположную — $\left(\Gamma^1\right)^-$.

Будем говорить, что функция $u(x)$ принадлежит классу гладкости $\boldsymbol{K}$, если

1) $u\in C^0\left(\overline{\mathcal{D}\setminus\Gamma^1}\right)\cap C^2\left(\mathcal{D}\setminus\Gamma^1\right)$ и $u(x)$ непрерывна на концах разрезов Γ^1;

2) $\nabla u\in C^0\left(\overline{\mathcal{D}\setminus\Gamma^1}\setminus X\right)$, где X — множество точек, состоящее из концов Γ^1: $X=\bigcup_{n=1}^{N_1}\left(x\left(a_n^1\right)\cup x\left(b_n^1\right)\right)$;

3) в окрестности любой точки $x(d)\in X$ для некоторых констант $\mathcal{C}>0$, $\epsilon>-1$ выполняется неравенство

$$|\nabla u|\leqslant\mathcal{C}|x-x(d)|^{\epsilon},\qquad(1)$$

где $x\to x(d)$ и $d=a_n^1$ или $d=b_n^1$, $n=1,\dots,N_1$.

В определении класса $\boldsymbol{K}$ функции $u(x)$ и $\nabla u(x)$ непрерывно продолжимы на разрезы $\Gamma^1\setminus X$ слева и справа, но могут иметь скачок при переходе через $\Gamma^1\setminus X$.

З а д а ч а $\boldsymbol{U}$. Найти функцию $u(x)$ из класса $\boldsymbol{K}$, которая удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$u_{x_1x_1}(x)+u_{x_2x_2}(x)+k^2u(x)=0,\qquad x\in\mathcal{D}\setminus\Gamma^1,\quad k=\mathrm{const},\quad \operatorname{Im}k>0,\qquad(2)$$

и граничным условиям

$$\left.\frac{\partial u(x)}{\partial\boldsymbol{n}_x}\right|_{x(s)\in(\Gamma^1)^+}=F^+(s),\qquad \left.\frac{\partial u(x)}{\partial\boldsymbol{n}_x}\right|_{x(s)\in(\Gamma^1)^-}=F^-(s),$$

$$u(x)|_{x(s)\in\Gamma^2}=F(s).\qquad(3)$$

Если $\mathcal{D}$ — внешняя область, добавим условия на бесконечности

$$u = o\left(|x|^{-1/2}\right), \quad |\nabla u(x)| = o\left(|x|^{-1/2}\right), \quad |x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \to \infty. \tag{4}$$

Все условия задачи $\boldsymbol{U}$ должны выполняться в классическом смысле. При $\Gamma^1 = \emptyset$, $\Gamma^2 \neq \emptyset$ получаем задачу Дирихле в области без разрезов (это также частный случай [3]). При $\Gamma^1 \neq \emptyset$, $\Gamma^2 = \emptyset$ получаем задачу Неймана вне разрезов Γ^1 на плоскости (см. [2, 4]).

Методом энергетических тождеств [5] можно доказать следующую теорему.

Теорема 2. *Если $\Gamma \in C^{2,\lambda}$, $\lambda \in (0,1]$, то задача $\boldsymbol{U}$ имеет не более одного решения.*

Далее будем предполагать, что

$$F^+(s),\ F^-(s) \in C^{0,\lambda}(\Gamma^1), \quad F(s) \in C^{1,\lambda}(\Gamma^2), \quad \lambda \in (0,1]. \tag{5}$$

Под $\int_{\Gamma^j} \ldots d\sigma$ будем понимать $\sum_{n=1}^{N_j} \int_{a_n^j}^{b_n^j} \ldots d\sigma$.

Рассмотрим угловой потенциал из [4, 6] для уравнения (2) на Γ^1

$$w_1[\mu](x) = \frac{i}{4} \int_{\Gamma^1} \mu(\sigma) V(x,\sigma)\, d\sigma. \tag{6}$$

Ядро $V(x,\sigma)$ на каждой кривой Γ_n^1, $n = 1, \ldots, N_1$, дается формулой

$$V(x,\sigma) = \int_{a_n^1}^{\sigma} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_y} \mathcal{H}_0^{(1)}\big(k|x - y(\xi)|\big)\, d\xi, \quad \sigma \in \left[a_n^1, b_n^1\right],$$

где $|x - y(\xi)| = \sqrt{\big(x_1 - y_1(\xi)\big)^2 + \big(x_2 - y_2(\xi)\big)^2}$; $\mathcal{H}_0^{(1)}(z)$ — функция Ханкеля 1-го рода [7]:

$$\mathcal{H}_0^{(1)}(z) = \frac{\sqrt{2}\exp(iz - i\pi/4)}{\pi\sqrt{z}} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t)}{\sqrt{t}} \left(1 + \frac{it}{2z}\right)^{-1/2} dt.$$

Далее будем предполагать, что $\mu(\sigma)$ на Γ^1 принадлежит пространству $C_q^{\omega}(\Gamma^1)$, $\omega \in (0,1]$, $q \in [0,1)$, и удовлетворяет условиям

$$\int_{a_n^1}^{b_n^1} \mu(\sigma)\, d\sigma = 0, \quad n = 1, \ldots, N_1. \tag{7}$$

Будем говорить, что $\mu(s) \in C_q^{\omega}(\Gamma^1)$, если $\mu(s) \prod_{n=1}^{N_1} \left|s - a_n^1\right|^q \left|s - b_n^1\right|^q \in C^{0,\omega}(\Gamma^1)$; кроме того,

$$\|\mu(s)\|_{C_q^{\omega}(\Gamma^1)} = \left\| \mu(s) \prod_{n=1}^{N_1} \left|s - a_n^1\right|^q \left|s - b_n^1\right|^q \right\|_{C^{0,\omega}(\Gamma^1)}.$$

В работах [4, 6] показано, что для таких $\mu(\sigma)$ угловой потенциал $w_1[\mu](x)$ принадлежит классу $\boldsymbol{K}$ и удовлетворяет (2) и (4).

Будем искать решение задачи $\boldsymbol{U}$ в виде

$$u[\nu,\mu](x) = \frac{i}{4} \int_{\Gamma^1} \nu(\sigma) \mathcal{H}_0^{(1)}\big(k|x - y(\sigma)|\big)\, d\sigma + w[\mu](x), \tag{8}$$

где

$$w[\mu](x) = w_1[\mu](x) + w_2[\mu](x), \quad w_1[\mu](x)$$

— угловой потенциал из (6),

$$w_2[\mu](x) = \frac{i}{4} \int_{\Gamma^2} \mu(\sigma) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_y} \mathcal{H}_0^{(1)}\big(k|x - y(\sigma)|\big)\, d\sigma.$$

Будем искать $\nu(s)$ в пространстве $C^{0,\lambda}(\Gamma^1)$, а $\mu(s)$ — в пространстве $C_q^{\omega}(\Gamma^1) \cap C^{1,\lambda/4}(\Gamma^2)$, $\omega \in (0,1]$, $q \in [0,1)$, с нормой $\|\cdot\|_{C_q^{\omega}(\Gamma^1)} + \|\cdot\|_{C^{1,\lambda/4}(\Gamma^2)}$. Кроме того, $\mu(s)$ должно удовлетворять условиям (7). Можно показать [5, 6], что для таких плотностей $\mu(s), \nu(s)$ функция (8) принадлежит классу $\boldsymbol{K}$ и удовлетворяет всем условиям задачи $\boldsymbol{U}$, кроме граничного условия (3).

Для того чтобы удовлетворить граничным условиям, подставим (8) в (3), используем формулы из [6] и получим интегральные уравнения для плотностей $\mu(s), \nu(s)$

$$\begin{aligned} \pm \frac{1}{2}\nu(s) &+ \frac{i}{4} \int_{\Gamma^1} \nu(\sigma) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_x} \mathcal{H}_0^{(1)}\big(k|x(s) - y(\sigma)|\big)\, d\sigma - \\ &- \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma^1} \mu(\sigma) \frac{\sin\varphi_0\big(x(s), y(\sigma)\big)}{|x(s) - y(\sigma)|}\, d\sigma + \\ &+ \frac{i}{4} \int_{\Gamma^1} \mu(\sigma) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_x} V_0\big(x(s), \sigma\big)\, d\sigma + \\ &+ \frac{i}{4} \int_{\Gamma^2} \mu(\sigma) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_x} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_y} \mathcal{H}_0^{(1)}\big(k|x(s) - y(\sigma)|\big)\, d\sigma = F^{\pm}(s), \\ & s \in \Gamma^1, \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \frac{i}{4} \int_{\Gamma^1} \nu(\sigma) \mathcal{H}_0^{(1)}\big(k|x(s) - y(\sigma)|\big)\, d\sigma &+ \\ + \frac{i}{4} \int_{\Gamma^1} \mu(\sigma) V\big(x(s), \sigma\big)\, d\sigma &+ \frac{1}{2}\mu(s) + \\ + \frac{i}{4} \int_{\Gamma^2} \mu(\sigma) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_y} \mathcal{H}_0^{(1)}\big(k|x(s) - y(\sigma)|\big)\, d\sigma &= F(s), \\ s \in \Gamma^2&, \end{aligned} \tag{10}$$

где

$$V_0(x,\sigma) = \int_{a_n^1}^{\sigma} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_y} h\big(k|x - y(\xi)|\big)\, d\xi, \quad \sigma \in \left[a_n^1, b_n^1\right],$$

$$n = 1, \dots, N_1, \quad h(z) = \mathcal{H}_0^{(1)}(z) - \frac{2i}{\pi}\ln\frac{z}{k}.$$

Через $\varphi_0(x,y)$ обозначен угол между вектором $\boldsymbol{xy}$ и направлением нормали $\boldsymbol{n}_x$. Угол $\varphi_0(x,y)$ считается положительным, если он отложен от $\boldsymbol{n}_x$ против часовой стрелки, и отрицательным в противном случае. Кроме того, $\varphi_0(x,y)$ непрерывен при $x, y \in \Gamma$, если $x \neq y$. Уравнение (9) получается при $x \to x(s) \in \left(\Gamma^1\right)^{\pm}$ и объединяет два интегральных уравнения. Верхний знак соответствует интегральному уравнению на $\left(\Gamma^1\right)^+$, а нижний — на $\left(\Gamma^1\right)^-$. Вычитая интегральные уравнения (9) одно из другого, получим

$$\nu(s) = \left(F^+(s) - F^-(s)\right) \in C^{0,\lambda}\left(\Gamma^1\right). \qquad (11)$$

Заметим, что $\nu(s)$ удовлетворяет всем необходимым условиям.

Введем функции $f_1(s)$ и $f_2(s)$ по формулам

$$f_1(s) = \frac{1}{2}\left(F^+(s) + F^-(s)\right) - \frac{i}{4}\int\limits_{\Gamma^1}\left(F^+(\sigma) - F^-(\sigma)\right) \times \times \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_x}\mathcal{H}_0^{(1)}\left(k|x(s) - y(\sigma)|\right)d\sigma, \quad s \in \Gamma^1,$$

$$f_2(s) = F(s) - \frac{i}{4}\int\limits_{\Gamma^1}\left(F^+(\sigma) - F^-(\sigma)\right) \times \times \mathcal{H}_0^{(1)}\left(k|x(s) - y(\sigma)|\right)d\sigma, \quad s \in \Gamma^2.$$

Как показано в работе [4], $f_1(s) \in C^{0,\lambda}\left(\Gamma^1\right)$. Очевидно, что $f_2(s) \in C^{1,\lambda}\left(\Gamma^2\right)$.

Пусть $\delta(s) = 0$, если $s \in \Gamma^1$, и $\delta(s) = 1$, если $s \in \Gamma^2$. Складывая интегральные уравнения (9) и учитывая (11), получим сингулярное интегральное уравнение 1-го рода с ядром Коши (см. [1]) для $\mu(s)$ на Γ^1

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{\Gamma^1}\mu(\sigma)\frac{d\sigma}{\sigma - s} + \int\limits_{\Gamma}\mu(\sigma)Y_1(s,\sigma)\,d\sigma = -2f_1(s), \quad s \in \Gamma^1, \qquad (12)$$

где

$$Y_1(s,\sigma) = \Bigg\{\left(1 - \delta(\sigma)\right) \times \times \left[\frac{1}{\pi}\left(\frac{\sin\varphi_0\left(x(s), y(\sigma)\right)}{|x(s) - y(\sigma)|} - \frac{1}{\sigma - s}\right) - \frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_x}V_0\left(x(s),\sigma\right)\right] - - \frac{i}{2}\delta(\sigma)\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_x}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_y}\mathcal{H}_0^{(1)}\left(k|x(s) - y(\sigma)|\right)\Bigg\} \in C^{0,p_0}\left(\Gamma^1 \times \Gamma\right),$$

$p_0 = \lambda$, если $0 < \lambda < 1$, и $p_0 = 1 - \epsilon_0$ для любого $\epsilon_0 \in (0,1)$, если $\lambda = 1$ (см. [4, лемма 3]).

Подставляя (11) в (10), получим уравнение 2-го рода для $\mu(s)$ на Γ^2

$$\mu(s) + \int\limits_{\Gamma}\mu(\sigma)Y_2(s,\sigma)\,d\sigma = 2f_2(s), \quad s \in \Gamma^2, \qquad (13)$$

где

$$Y_2(s,\sigma) = \frac{i}{2}\left(1 - \delta(\sigma)\right) \times \times V\left(x(s),\sigma\right) + \frac{i}{2}\delta(\sigma) \times \times \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_y}\mathcal{H}_0^{(1)}\left(k|x(s) - y(\sigma)|\right).$$

В соответствии с [4, 6] $Y_2(s,\sigma) \in C^0\left(\Gamma^2 \times \Gamma\right)$, поскольку $\Gamma \in C^{2,\lambda}$. Более того, пользуясь техникой из [4, 6], можно показать, что интеграл в (13) принадлежит $C^{1,\lambda/4}\left(\Gamma^2\right)$ по s для любого $\mu(s) \in C_q^{\omega}\left(\Gamma^1\right) \cap C^0\left(\Gamma^2\right)$, $\omega \in (0,1]$, $q \in [0,1)$. Так как (13) — уравнение второго рода на Γ^2 и $f_2(s) \in C^{1,\lambda}\left(\Gamma^2\right)$, то всякое решение $\mu(s)$ уравнения (13) в пространстве $C_q^{\omega}\left(\Gamma^1\right) \cap C^0\left(\Gamma^2\right)$ автоматически принадлежит $C_q^{\omega}\left(\Gamma^1\right) \cap C^{1,\lambda/4}\left(\Gamma^2\right)$. Поэтому ниже будем искать решение системы (7), (12), (13) в пространстве $C_q^{\omega}\left(\Gamma^1\right) \cap C^0\left(\Gamma^2\right)$.

Из приведенных рассуждений вытекает следующая теорема.

Теорема 3. *Пусть* $\Gamma \in C^{2,\lambda}$ *и выполняются условия* (5). *Если система уравнений* (7), (12), (13) *имеет решение* $\mu(s)$ *из* $C_q^{\omega}\left(\Gamma^1\right) \cap C^0\left(\Gamma^2\right)$, $\omega \in (0,1]$, $q \in [0,1)$, *то решение задачи* $\boldsymbol{U}$ *существует и выражается формулой* (8), *где* $\nu(s)$ *определено выражением* (11).

Единственность решения системы уравнений (7), (12), (13) устанавливает следующая лемма.

Лемма 1. *Пусть* $\Gamma \in C^{2,\lambda}$, $\lambda \in (0,1]$. *Если однородная система уравнений* (7), (12), (13) *имеет решение* $\mu(s)$ *в* $C_q^{\omega}\left(\Gamma^1\right) \cap C^0\left(\Gamma^2\right)$, $\omega \in (0,1]$, $q \in [0,1)$, *то это решение тривиально:* $\mu(s) \equiv 0$ *при* $s \in \Gamma$.

Доказательство. Пусть $\mu^0(s) \in C_q^{\omega}\left(\Gamma^1\right) \cap C^0\left(\Gamma^2\right)$ — решение однородной системы (7), (12), (13). На основании теоремы 3 $u\left[0,\mu^0\right](x) \equiv w\left[\mu^0\right](x)$ — решение однородной задачи $\boldsymbol{U}$. По теореме 2 $w\left[\mu^0\right](x) \equiv 0$, $x \in \mathcal{D} \setminus \Gamma^1$. Используя предельные формулы для касательной производной углового потенциала из [6], получим

$$\lim_{x \to x(s) \in \left(\Gamma^1\right)^+}\frac{\partial}{\partial \tau_x}w\left[\mu^0\right](x) - - \lim_{x \to x(s) \in \left(\Gamma^1\right)^-}\frac{\partial}{\partial \tau_x}w\left[\mu^0\right](x) = \mu^0(s) \equiv 0, \quad s \in \Gamma^1.$$

Следовательно, $w\left[\mu^0\right](x) = w_2\left[\mu^0\right](x) \equiv 0$, $x \in \mathcal{D}$, и $\mu^0(s)$ удовлетворяет однородному уравнению Фредгольма второго рода на Γ^2

$$\frac{1}{2}\mu^0(s)+\frac{i}{4}\int\limits_{\Gamma^2}\mu^0(\sigma)\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}_y}\mathcal{H}_0^{(1)}\big(k|x(s)-y(\sigma)|\big)\,d\sigma=0,\quad s\in\Gamma^2. \qquad (14)$$

Уравнение Фредгольма (14) возникает при решении задачи Дирихле для уравнения Гельмгольца (2) в области $\mathcal{D}$ с помощью потенциала двойного слоя. Можно показать [3], что уравнение (14) имеет только тривиальное решение в $C^0(\Gamma^2)$. Следовательно, если $s\in\Gamma$, то $\mu^0(s)\equiv 0$, что и требовалось доказать.

Система интегральных уравнений (7), (12), (13) является частным случаем систем, изученных в работе [8]. Из [8] следует, что система (7), (12), (13) фредгольмова. Используя [8, следствие 1] и лемму 1, убеждаемся, что справедлива следующая лемма.

Лемма 2. *Если* $\Gamma\in C^{2,\lambda}$, $f_1(s)\in C^{0,\lambda}(\Gamma^1)$, $f_2(s)\in C^0(\Gamma^2)$, $\lambda\in(0,1]$, *то система уравнений* (7), (12), (13) *имеет решение* $\mu(s)\in C^p_{1/2}(\Gamma^1)\cap C^0(\Gamma^2)$, *где* $p=\min\{1/2,\lambda\}$. *Более того, это решение единственно в пространстве* $C^p_{1/2}(\Gamma^1)\cap C^0(\Gamma^2)$.

Функции $f_1(s), f_2(s)$ удовлетворяют условиям леммы 2, если выполнены условия (5). Из приведенных рассуждений следует, что при выполнении условий (5) решение $\mu(s)$ системы (7), (12), (13), гарантированное леммой 2, принадлежит $C^p_{1/2}(\Gamma^1)\cap C^{1,\lambda/4}(\Gamma^2)$. Из леммы 2 и теоремы 3 вытекает теорема существования.

Теорема 4. *Если* $\Gamma\in C^{2,\lambda}$ *и выполняются условия* (5), *то решение задачи* $\boldsymbol{U}$ *существует и выражается формулой* (8), *где* $\nu(s)$ *определено выражением* (11), *а* $\mu(s)$ — *единственное решение системы уравнений* (7), (12), (13) *в* $C^p_{1/2}(\Gamma^1)\cap C^0(\Gamma^2)$, $p=\min\{1/2,\lambda\}$, *гарантированное леммой* 2.

Единственность решения задачи $\boldsymbol{U}$ следует из теоремы 2. Можно проверить непосредственно, что решение задачи $\boldsymbol{U}$ удовлетворяет условию (1) при $\epsilon=-1/2$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 05-01-00050).

Литература

1. *Лифанов И.К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М., 1995.
2. *Krutitskii P.A.* // Int. J. Maths. Math. Sci. 1998. **21**, № 2. P. 209.
3. *Krutitskii P.A.* // Hiroshima Math. J. 1998. **28**, № 1. P. 149.
4. *Крутицкий П.А.* // ЖВМ и МФ. 1994. **34**, № 11. С. 1652.
5. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М., 1981.
6. *Крутицкий П.А.* // ЖВМ и МФ. 1994. **34**, № 8–9. С. 1237.
7. *Никифоров А.Ф., Уваров В.Б.* Специальные функции математической физики. М., 1984.
8. *Крутицкий П.А.* // ДАН. 2001. **376**, № 1. С. 17.

Поступила в редакцию
09.09.05