РАДИОФИЗИКА

УДК 519.246; 524

СЛОЖНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СЛАБЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ИМПУЛЬСОВ В РЕЖИМЕ МЕДЛЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

А. В. Гусев

(*ГАИШ*)

E-mail: avg@sai.msu.ru

В работе на основе теории статистической оптимизации распознавания сигналов рассматривается оптимальный алгоритм сложного обнаружения (разрешения) слабых гравитационных импульсов на фоне аддитивных гауссовых помех при некогерентной обработке выходных сигналов резонансных гравитационных антенн в режиме медленной фильтрации (slow filtering).

Введение

При совместном статистическом анализе выходных сигналов пространственно разнесенных криогенных резонансных гравитационных антенн типа «Explorer» [1] получили широкое распространение две основные схемы обработки информации. Схема совпадений используется для обнаружения гравитационных импульсов с неизвестной амплитудой при больших отношениях сигнал–шум. В противоположной ситуации при обнаружении слабых гравитационных импульсов со случайным моментом возникновения (поиск гамма-гравитационной корреляции [2] и др.) обработка осуществляется по корреляционной схеме. При таком подходе задача бинарного обнаружения («да–нет») слабых гравитационных импульсов формулируется как задача проверки гипотезы $B_{12}(0)=0$ против простой альтернативы $B_{12}(0)>0$, где $B_{12}(\tau)$ — взаимная корреляционная функция выходных сигналов.

В предлагаемой работе корреляционная схема рассматривается как квазиоптимальный алгоритм распознавания слабых гравитационных импульсов при поиске гамма-гравитационной корреляции с помощью резонансных гравитационных антенн, работающих в режиме медленной фильтрации (slow filtering) [1]. Аддитивная помеха при сложном обнаружении считается гауссовой.

Режим медленной фильтрации (slow filtering)

В режиме медленной фильтрации осуществляется раздельная по модам первичная некогерентная обработка информации по «гауссовой» (оптимальной при гауссовых шумах) схеме

$$x(t)\to \boldsymbol{y}(t)=[y_1(t)\ y_2(t)]^{\mathrm{T}}, \qquad (1)$$

где $x(t)$ — узкополосный процесс на выходе линейного тракта, $y_1(t)$ и $y_2(t)$ — узкополосные случайные процессы на выходах оптимальных по критерию сигнал–шум фильтров с близкими резонансными частотами ω_1 и ω_2 (ω_1 и ω_2 — собственные частоты механической системы). Частота биений $\omega_b=(\omega_2-\omega_1)/2$ значительно превышает максимальные частоты в спектре этих случайных процессов. В этом случае аддитивные помехи в отдельных модах не коррелированы (и статистически независимы в гауссовом приближении).

Пусть $\tilde{y}_{1,2}(t)$ — комплексные огибающие узкополосных процессов $y_1(t)$ и $y_2(t)$: $y_{1,2}(t)=\mathrm{Re}[\tilde{y}_{1,2}(t)\exp\{j\omega_{1,2}t\}]$. Тогда процесс на выходе гравитационной антенны в режиме медленной фильтрации может быть представлен в виде векторного случайного процесса $\boldsymbol{E}(t)=[E_1(t)\ E_2(t)]^{\mathrm{T}}$. Информация о поведении случайных процессов $E_1(t)=|\tilde{y}_1(t)|^2$ и $E_2(t)=|\tilde{y}_2(t)|^2$ сохраняется в банке данных.

Чувствительность действующих резонансных гравитационных антенн оказывается недостаточной для обнаружения отдельных всплесков гравитационного излучения. При некогерентном накоплении слабого гравитационного сигнала в задаче поиска гамма-гравитационной корреляции [2] предполагается, что

$$\tau_k=t_k-\xi_k,\quad k=\overline{1,N}, \qquad (2)$$

где τ_k — моменты возникновения отдельных гравитационных импульсов, t_k — «триггерное время» (trigger time), определяющее положение k-го гамма-импульса в каталоге BATSE, $\xi_k=t_k-\tau_k\geqslant 0$ — возможный сдвиг между гравитационными и астрофизическими событиями, допустимые значения которого ограничены априорным интервалом $(0,T_\xi)$ (оптимистическая оценка $T_\xi\lesssim 300$ с). В параметрической (статистической) модели априорной неопределенности неизвестные параметры ξ_k рассматриваются как независимые случайные величины с равномерным (постулат Байеса [3]) априорным распределением на интервале $(0, T_\xi)$.

Сложное обнаружение (распознавание) слабых гравитационных импульсов в режиме медленной фильтрации можно рассматривать как проверку гипотезы H_1, альтернативной H_0,

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{H} = \mathrm{H}_1&: \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t), \\ \mathrm{H} = \mathrm{H}_0&: \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{f}(t) + \boldsymbol{n}(t), \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где $\boldsymbol{s}(t) = [s_1(t)\ \ s_2(t)]^{\mathrm{T}}$ — векторный полезный гравитационный сигнал, $\boldsymbol{n}(t) = [n_1(t)\ n_2(t)]^{\mathrm{T}}$ — двумерный гауссов случайный процесс с независимыми компонентами, $\boldsymbol{f}(t) = [f_1(t)\ f_2(t)]^{\mathrm{T}}$, $f_1(t)$ и $f_2(t)$ — импульсные сигналы негравитационной природы с полосовым спектром.

Характеристики сигналов при сложном обнаружении

Пусть

$$y_{i,k}(t) = y_i(t \in \Upsilon_k), \quad s_{i,k}(t) = s_i(t \in \Upsilon_k),$$
$$f_{i,k}(t) = f_i(t \in \Upsilon_k), \quad n_{i,k}(t) = n_i(t \in \Upsilon_k), \quad i = 1, 2,$$

где $\Upsilon_k \equiv (t_k - T_\xi, t_k)$, $k = \overline{1, N}$ — «сигнальные» интервалы наблюдения. Тогда при сложном обнаружении слабых гравитационных импульсов, учитывая выражение (3), имеем

$$\tilde{y}_{i,k}(t) = \lambda \tilde{s}_{i,k}(t) + (1-\lambda)\tilde{f}_{i,k}(t) + \tilde{n}_{i,k}(t),$$

где $\lambda = (0, 1)$ — параметр обнаружения, $\tilde{y}_{i,k}(t)$, $\tilde{s}_{i,k}(t)$, $\tilde{f}_{i,k}(t)$ и $\tilde{n}_{i,k}(t)$ — комплексные огибающие узкополосных случайных процессов $y_{i,k}(t)$, $s_{i,k}(t)$, $f_{i,k}(t)$ и $n_{i,k}(t)$.

Форма полезного сигнала на выходе оптимального фильтра определяется следующим выражением [3]:

$$\tilde{s}_{i,k}(t) = a_k \sigma_i^2 \tilde{\rho}_i(t - \tau_k) \exp\{j\varphi_{ik}\}, \quad q_{i,k}^{(s)} = a_k \sigma_i \ll 1,$$

где $a_k \geqslant 0$ и $\tau_k \in \Upsilon_k$ — амплитуда и момент возникновения; σ_i^2 и $\tilde{\rho}_i(\tau)$ — дисперсия и комплексная огибающая коэффициента корреляции гауссового случайного процесса $n_i(t)$, $q_{i,k}^{(s)}$ — отношение сигнал–шум. Начальные фазы $\varphi_{1,k}$ и $\varphi_{2,k}$ в режиме медленной фильтрации считаются статистически независимыми случайными величинами с равномерным распределением на интервале $(0, 2\pi)$. В наиболее неблагоприятной ситуации, которая возможна при сложном обнаружении, импульсные помехи $f_i(t)$ отличаются от гравитационных сигналов $s_i(t)$ только априорными распределениями энергетических и неэнергетических параметров:

$$\mathrm{H} = \mathrm{H}_1\colon \begin{cases} W_{\mathrm{pr},a}(a_{1,k}, a_{2,k}) = W_a(a_{1,k})\delta(a_{2,k} - a_{1,k}), \\ W_{\mathrm{pr},\tau}(\tau_{1,k}, \tau_{2,k}) = W_\tau(\tau_{1,k})\delta(\tau_{2,k} - \tau_{1,k}); \end{cases}$$

$$\mathrm{H} = \mathrm{H}_0\colon \begin{cases} W_{\mathrm{pr},a}(a_{1,k}, a_{2,k}) = W_a(a_{1,k})W_a(a_{2,k}), \\ W_{\mathrm{pr}\tau}(\tau_{1,k}, \tau_{2,k}) = W_\tau(\tau_{1,k})W_\tau(\tau_{2,k}), \end{cases}$$

где $W_a(a)$ и $W_\tau(\tau)$ — априорные плотности вероятности случайных амплитуд и моментов возникновения отдельных гравитационных импульсов. При таком подходе в классе H_0 неизвестные параметры $a_{1,k}, a_{2,k}$ и $\tau_{1,k}, \tau_{2,k}$ рассматриваются как независимые случайные величины с априорными распределениями $W_a(a)$ и $W_\tau(\tau)$ соответственно. В классе H_1 параметры $a_{1,k} = a_{2,k} = a_k$ и $\tau_{1,k} = \tau_{2,k} = \tau_k$. При частично байесовском подходе $W_\tau(\tau_k) = (\Delta T_\xi)^{-1}$, $\tau_k \in \Upsilon_k$, $k = \overline{1, N}$.

Оптимальное разрешение гравитационных импульсов

Воспользовавшись результатами статистической теории разрешения сигналов [3], находим решающее правило при сложном обнаружении некогерентной последовательности редких гравитационных импульсов:

$$\mathrm{H} = \mathrm{H}_1 : \prod_{k=1}^{N} \frac{\bar{\Lambda}[\boldsymbol{y}_k | \lambda = 1]}{\bar{\Lambda}[\boldsymbol{y}_k | \lambda = 0]} \geqslant c, \tag{4}$$

где $\bar{\Lambda}[\boldsymbol{y}_k | \lambda]$ — безусловное отношение правдоподобия векторного случайного процесса $\boldsymbol{y}_k(t) = [y_{1,k}(t)\ \ y_{2,k}(t)]^{\mathrm{T}}$ в состоянии λ на k-м «сигнальном» интервале Υ_k, c — пороговый уровень, зависящий от выбранного критерия качества.

Пусть $\boldsymbol{l}_{fk} = (a_{1,k}, a_{2,k}; \tau_{1,k}, \tau_{2,k})^{\mathrm{T}} \in \boldsymbol{G}_{0k}$ и $\boldsymbol{l}_{sk} = (a_k; \tau_k = \tau_{2,k} = \tau_k)^{\mathrm{T}} \in \boldsymbol{G}_{1k}$ — параметры импульсных сигналов $f_{i,k}(t)$ и $s_{i,k}(t)$. Тогда при байесовском подходе

$$\bar{\Lambda}[\boldsymbol{y}_k \,|\, \lambda = 0] = \boldsymbol{M}_0\{\Lambda[\boldsymbol{y}_k]\} = \int\limits_{\boldsymbol{G}_{0k}} \Lambda[\boldsymbol{y}_k \,|\, \boldsymbol{l}_{fk}] W(\boldsymbol{l}_{f,k} \,|\, \mathrm{H}_0)\, d\boldsymbol{l}_{fk},$$

$$\bar{\Lambda}[\boldsymbol{y}_k \,|\, \lambda = 1] = \boldsymbol{M}_1\{\Lambda[\boldsymbol{y}_k]\} = \int\limits_{\boldsymbol{G}_{1k}} \Lambda[\boldsymbol{y}_k \,|\, \boldsymbol{l}_{sk}] W(\boldsymbol{l}_{s,k} \,|\, \mathrm{H}_1)\, d\boldsymbol{l}_{sk},$$

где $\Lambda_k[\boldsymbol{y}_k]$ — условное отношение правдоподобия, $\boldsymbol{M}_\lambda\{\cdot\}$ — символическая форма записи оператора статистического усреднения по случайным параметрам импульсных сигналов в состоянии λ,

$$W(\boldsymbol{l}_{f,k} | \mathrm{H}_0) = \prod_{i=1}^{2} W_a(a_{i,k}) W_\tau(\tau_{i,k}),$$
$$W(\boldsymbol{l}_{s,k} | \mathrm{H}_1) = W_a(a_k) W_\tau(\tau_k).$$

Решающее правило (4) можно преобразовать к эквивалентному виду

$$\mathrm{H} = \mathrm{H}_1\colon \sum_{k=1}^{N} (z_{k1} - z_{k0}) \geqslant \ln c, \tag{5}$$

где $z_{k\lambda} = \ln \bar{\Lambda}[\boldsymbol{y}_k|\lambda]$, $k = \overline{1, N}$ — логарифм безусловного отношения правдоподобия. Выражение (5) определяет оптимальный (по Вудворту) алгоритм сложного обнаружения гравитационных импульсов в режиме медленной фильтрации на фоне произвольных (негауссовых) помех. Вероятности ошибочных решений при сложном обнаружении определяются следующим выражением [3]:

$$\beta_{10} = P\{\mathrm{H} = \mathrm{H}_1 | \mathrm{H}_0\} = \alpha, \quad \beta_{01} = P\{\mathrm{H} = \mathrm{H}_0 | \mathrm{H}_1\} = \beta,$$

где α и β — вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала соответственно.

Разрешение гравитационных импульсов на фоне гауссовых помех

Можно показать (см. Приложение), что при гауссовых шумах в отдельных модах логарифм безусловного отношения правдоподобия $z_{k\lambda}$ определяется следующим выражением:

$$z_{k\lambda} \approx \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{M}_\lambda\{\gamma_{i,k}\} + \frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{M}_\lambda\{\gamma'_{i,k} + \gamma^2_{i,k}\} - \left(\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{M}_\lambda\{\gamma_i\}\right)^2\right] + \boldsymbol{M}_\lambda\{\gamma_{1,k}\gamma_{2,k}\}. \quad (6)$$

Здесь

$$\gamma_{i,k}(\lambda) = \begin{cases} \gamma_i(a_{i,k}; \tau_{i,k}), & \lambda = 0, \\ \gamma_i(a_k; \tau_k), & \lambda = 1; \end{cases}$$
$$\gamma'_{i,k}(\lambda) = \begin{cases} \gamma'_i(a_{i,k}; \tau_{i,k}), & \lambda = 0, \\ \gamma'_i(a_k; \tau_k), & \lambda = 1; \end{cases} \quad (7)$$

$$\gamma_i(a_i; \tau_i) = \frac{a_i^2}{4}[E_i(\tau_i) - 2\sigma_i^2],$$
$$\gamma'_i = \gamma'_i(a_i; \tau_i) = -\frac{a_i^4}{32} E_i^2(\tau_i). \quad (8)$$

Принимая во внимание выражения (6)–(8), находим

$$z_{k1} - z_{k0} = \frac{\overline{a^4}}{16}\left[\boldsymbol{M}_1\left\{\tilde{E}_1(\tau_k)\tilde{E}_2(\tau_k)\right\} - \varkappa \prod_{i=1}^{2} \boldsymbol{M}_0\left\{\tilde{E}_i(\tau_{i,k})\right\}\right], \quad (9)$$

где $\overline{a^\nu}$ — начальные моменты случайных амплитуд отдельных гравитационных импульсов, $\tilde{E}_i(t) = E_i(t) - 2\sigma_i^2$, $\sigma_i^2 = \langle n_i^2(t)\rangle$ — дисперсия гауссова случайного процесса $n_i(t)$, $i = 1, 2$, $\varkappa = \overline{a^2}^2 / \overline{a^4}$.

При поиске гамма-гравитационной корреляции априорное распределение моментов возникновения импульсных сигналов в обоих классах H_1 и H_0 считается равномерным на сигнальных интервалах наблюдения Υ_k (см. выше). Тогда

$$\boldsymbol{M}_\lambda\{(\cdot)\} \propto \frac{1}{T_\xi}\int_{\Upsilon_k} (\cdot)\, dt, \quad k = \overline{1, N}. \quad (10)$$

Из (9) и (10) находим

$$z_{k1} - z_{k0} \propto \frac{1}{T_\xi}\int_{\Upsilon_k} \tilde{E}_1(t)\tilde{E}_2(t)\, dt - \varkappa \frac{1}{T_\xi}\int_{\Upsilon_k} \tilde{E}_1(t)\, dt \times \frac{1}{T_\xi}\int_{\Upsilon_k} \tilde{E}_2(t)\, dt.$$

При обнаружении гравитационных импульсов с постоянной амплитудой $W_a(a_k) = \delta(a_k - a)$, $k = \overline{1, N}$. В этом простейшем случае $\varkappa = 1$ и, следовательно, $z_{k1} - z_{k0} \propto B^*_{12}(0)$, где $B^*_{12}(\tau)$ — выборочная взаимная плотность вероятности случайных процессов $\tilde{E}_1(t)$ и $\tilde{E}_2(t)$ на k-м сигнальном интервале Υ_k.

Основные результаты и выводы

Корреляционная схема является одним из основных элементов оптимального приемника при распознавании (сложном обнаружении) слабых гравитационных импульсов на фоне гауссовых шумов. При сложном обнаружении учитывается тонкая структура выходных сигналов $E_1(t)$ и $E_2(t)$: $z_{k1} - z_{k0} = 0(\overline{a_k^4})$, $k = \overline{1, N}$.

При поиске гамма-гравитационной корреляции необходимо учитывать различие между распознаванием и бинарным обнаружением слабых гравитационных импульсов. Действительно, при наличии хаотических импульсных помех с полосовым спектром $\boldsymbol{f}(t) = [f_1(t)\ f_2(t)]^{\mathrm{T}}$ (см. выше) имеем

$$\begin{cases} \text{«бинарное обнаружение»:} \\ \qquad \boldsymbol{y}(t) = \lambda \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{f}(t) + \boldsymbol{n}(t), \\ \text{«сложное обнаружение»:} \\ \qquad \boldsymbol{y}(t) = \lambda \boldsymbol{s}(t) + (1 - \lambda)\boldsymbol{f}(t) + \boldsymbol{n}(t). \end{cases}$$

В теории обнаружения [4] разработаны амплитудно-частотные и частотно-амплитудные алгоритмы обнаружения слабого полезного сигнала на фоне коррелированных (окрашенных) негауссовых шумов. При синтезе подобных алгоритмов используется наиболее доступная на практике информация о характеристиках негауссовых шумов: предполагаются известными одномерная плотность вероятности и энергетический спектр.

Для преодоления априорной неопределенности при поиске гамма-гравитационной корреляции целесообразно использовать принципы адаптивного приема [5]. Действительно, при $T_\xi \ll T_0$, где T_0 — период стационарности помехи на выходе линейного тракта, оценивание неизвестных плотностей вероятности и спектральных плотностей случайных процессов $E_1(t)$ и $E_2(t)$ может осуществляться по не содержащим гравитационных импульсов «контрольным» интервалам наблюдения $\Upsilon_k^{(c)} \equiv (t_k, t_k + T_\xi)$ (классификация с учителем). Таким образом, преимущество корреляционной схемы — возможность ее применения при неизвестных параметрах аддитивных помех и полезного сигнала [5], при поиске гамма-гравитационной корреляции не реализуется.

Пространственно-временная аналогия позволяет использовать полученные результаты для антенной решетки из двух элементов при некогерентной обработке информации (режим минимальной моды и др.).

Приложение

Отношение правдоподобия в режиме медленной фильтрации при гауссовых шумах

При обнаружении одиночных импульсных сигналов комплексный случайный процесс $\tilde{y}_i(t)$ можно рассматривать как суперпозицию

$$\tilde{y}_i(t) = \tilde{s}_i(t) + \tilde{n}_i(t), \quad i = 1, 2, \quad 0 \leqslant t \leqslant T,$$

где $\tilde{s}_i(t)$ и $\tilde{n}_i(t)$ — комплексная огибающая узкополосного сигнала $s_i(t)$ и узкополосной гауссовой помехи $n_i(t)$ на выходе оптимального фильтра. Учитывая свойства оптимальных систем [2], имеем

$$\tilde{s}_i(t) = a_i \sigma_i^2 \tilde{\rho}_i(t - \tau_i) \exp\{j\varphi_i\},$$

где a_i, τ_i и φ_i — амплитуда, момент возникновения и начальная фаза; $\sigma_i^2 = B_i(0)$ и $\tilde{\rho}_i(\tau)$ — дисперсия и комплексная огибающая коэффициента корреляции аддитивной помехи $n_i(t)$.

В режиме медленной фильтрации аддитивные гауссовы помехи $n_1(t)$ и $n_2(t)$ (и, следовательно, комплексные случайные процессы $\tilde{n}_1(t)$ и $\tilde{n}_2(t)$) считаются статистически независимыми. При таком подходе условное отношение правдоподобия Λ векторного случайного процесса $\boldsymbol{y}(t) = [y_1(t)\ y_2(t)]^{\mathrm{T}}$ определяется выражением [3]

$$\Lambda = \Lambda_1 \Lambda_2 = \Lambda[y_1, y_2; a_1, a_2; \tau_1, \tau_2],$$

где

$$\Lambda_i = \Lambda_i[y_i; a_i, \tau_i] = \exp\left\{-\frac{a_i^2 \sigma_i^2}{2}\right\} I_0\left(\sqrt{a_i^2 E_i(\tau_i)}\right)$$

— условное отношение правдоподобия в одномодовом режиме, $I_0(z)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

При обнаружении слабых импульсных сигналов целесообразно ввести формальный малый параметр ε:

$$\Lambda \to \Lambda_\varepsilon, \quad \Lambda_\varepsilon = \Lambda \ \text{ при } \ a_{1,2} \to \sqrt{\varepsilon}\,]\, a_{1,2}.$$

Разлагая выражение Λ_ε в ряд Тейлора, имеем

$$\Lambda_\varepsilon = 1 + \left[\frac{\partial \Lambda_\varepsilon}{\partial \varepsilon}\right]_0 \varepsilon + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 \Lambda_\varepsilon}{\partial \varepsilon^2}\right]_0 \varepsilon^2 + o(\varepsilon^2),$$

где $[\cdot]_0 = [\cdot]_{\varepsilon=0}$.

Пусть

$$\gamma_{i\varepsilon} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \ln \Lambda_{i\varepsilon} = -\frac{a_i^2 \sigma_i^2}{2} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \ln I_0\left(\sqrt{\varepsilon a_i^2 E_i(\tau_i)}\right)$$

— логарифмическая производная. Тогда

$$\left[\frac{\partial \Lambda_\varepsilon}{\partial \varepsilon}\right]_0 = \sum_{i=1}^{2} [\gamma_{i\varepsilon}]_0,$$

$$\left[\frac{\partial^2 \Lambda_\varepsilon}{\partial \varepsilon^2}\right]_0 = \sum_{i=1}^{2}\left[\frac{\partial \gamma_{ik}}{\partial \varepsilon} + \gamma_{i\varepsilon}^2\right]_0 + 2\left[\gamma_{1\varepsilon}\gamma_{2\varepsilon}\right]_0.$$

Следовательно, условное отношение правдоподобия при обнаружении слабых импульсных сигналов в режиме медленной фильтрации определяется следующим выражением:

$$\Lambda = 1 + \sum_{i=1}^{2} \gamma_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\left(\gamma_i' + \gamma_i^2\right) + \gamma_1 \gamma_2 + o(a_1^4, a_2^4),$$

$$\gamma_i = \gamma_i(a_i; \tau_i) = \frac{a_i^2}{4}[E_i(\tau_i) - 2\sigma_i^2],$$

$$\gamma_i' = \gamma_i'(a_i; \tau_i) = -\frac{a_i^4}{32} E_i^2(\tau_i).$$

Усреднение этого выражения по случайным параметрам импульсных сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$ позволяет вычислить безусловное отношение правдоподобия $\bar{\Lambda} = \bar{\Lambda}[y_1, y_2]$.

Литература

1. *Astone P., Buttiglione S., Frasca S.* et al. // Il Nuovo Cimento. 1997. **20C**, N 1. P. 9.
2. *Modestino G., Moleti A.* // Phys. Rev. 2002. **D65**. P. 022005.
3. *Сосулин Ю.Г.* Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М., 1992.
4. *Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А.* и др. Теория обнаружения сигналов. М., 1984.
5. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1994.

Поступила в редакцию
12.09.05