

## ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 621.315.592

## ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА КОНЦЕНТРАЦИОННУЮ ЩЕЛЬ В ЛЕГИРОВАННЫХ СВЕРХРЕШЕТКАХ С КОНТРОЛИРУЕМЫМ БЕСПОРЯДКОМ

**И. П. Звягин, М. А. Ормонт**  
(кафедра полупроводников)

**Найдена температурная зависимость равновесного распределения электронной плотности, отвечающего основному состоянию электронного газа в легированных сверхрешетках с контролируемым беспорядком, создаваемым путем случайных вариаций толщин слоев в процессе роста. Изучен характер температурного изменения мягкой концентрационной щели, возникающей при низких температурах за счет обменного взаимодействия. Показано, что в типичных условиях концентрационная щель сохраняется при температурах  $T \leq \nu_{\text{cr}}/k\rho_0$ , где  $\nu_{\text{cr}} \approx (C_x e^2 \rho_0 / 2\varepsilon)^2$  — характеристическая критическая концентрация,  $\rho_0$  — двумерная плотность состояний в яме сверхрешетки,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $C_x$  — постоянная порядка единицы, а  $k$  — постоянная Больцмана.**

**Введение**

Сверхрешетки с контролируемым беспорядком (СРКБ) представляют собой структуры с квантовыми ямами, случайное распределение уровней размерного квантования в которых можно задавать контролируемым образом в процессе роста. СРКБ можно рассматривать в качестве модельной системы, позволяющей исследовать влияние величины и типа беспорядка на энергетический спектр и кинетические свойства электронного газа в структурах пониженной размерности [1–4]. Результаты экспериментальных исследований СРКБ на основе GaAs/GaAlAs, легированных кремнием однородно по объему, с числом ям порядка 100, обнаружили ряд нетривиальных особенностей вертикальной (в направлении оси роста сверхрешетки) проводимости при низких температурах [5]. В частности, оказалось, что даже при большом вертикальном беспорядке, когда задаваемая ширина случайного распределения уровней размерного квантования (флуктуации ширин ям обеспечивали гауссово распределение уровней размерного квантования) заметно превосходит ширину минизоны и естественно ожидать, что все состояния минизоны локализованы, вертикальная проводимость слабо (неэкспоненциально) зависит от температуры. Для объяснения поведения вертикальной проводимости авторы работы [5] предположили, что эта его особенность связана с влиянием кулоновского взаимодействия электронов на энергетический спектр легированной сверхрешетки.

В работах [6, 7] были вычислены равновесное распределение заряда и энергетический спектр однородно легированных СРКБ с учетом кулоновских

полей, обусловленных перераспределением электронов между квантовыми ямами, в приближении Хартри. Было показано, что вертикальное экранирование приводит к существенному сужению функции распределения уровней размерного квантования в квантовых ямах, т.е. к подавлению беспорядка в положении дна нижней подзоны размерного квантования в различных ямах. В рассмотренном в работе [6] случае сильного легирования, когда все квантовые ямы заполнены электронами, подавление беспорядка в положении уровней размерного квантования определяется фактором  $\beta = 1 + 4\pi e^2 \rho_0 d / \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $e$  — заряд электрона,  $\rho_0$  — полная (для обоих направлений спина) двумерная плотность состояний в яме и  $d$  — средний период структуры [5]. Решение задачи основывалось на методе функционала плотности и осуществлялось в рамках стандартной линейной вариационной процедуры. Вместе с тем в общем случае при не слишком высоком уровне легирования, когда появляются незаполненные электронами квантовые ямы, вариационная задача становится нелинейной. Алгоритм решения этой задачи отличается от изложенного в работе [6] и основывается на последовательной минимизации функционала свободной энергии по концентрациям для каждой пары квантовых ям [7]. Результаты расчетов в приближении Хартри показывают, что подавление беспорядка в положении краев основных подзон размерного квантования происходит при энергиях, меньших перенормированного уровня химического потенциала. Известно, однако, что при не слишком больших концентрациях носителей заряда приближение Хартри может оказаться недостаточным

и следует учитывать обменный и корреляционный вклады в энергию системы. Соответствующие эффекты проявляются, например, при образовании электронных сверхструктур в упорядоченных сверхрешетках [8]. Исследование влияния обменного кулоновского взаимодействия на распределение равновесной электронной плотности, соответствующей основному состоянию в легированных композиционных СРКБ при нулевой температуре, было проведено в работе [9]. Было показано, что учет обменного взаимодействия приводит к появлению мягкой концентрационной щели, что соответствует увеличению беспорядка в положении эффективных одночастичных уровней размерного квантования (краев низших подзон) и появлению плато на соответствующей им эффективной одночастичной плотности состояний. Проведенная оценка показала, что при значениях параметров, характерных для структур GaAs/AlGaAs, ширина ступеньки плотности состояний составляла около 1 мэВ. Известно, однако, что эффекты, связанные с обменным взаимодействием, проявляются при достаточно низких температурах; соответственно при повышении температуры происходит их существенное ослабление [10–12].

Цель настоящей работы состоит в исследовании температурного подавления концентрационной щели в СРКБ и обсуждении условий возможности ее экспериментального наблюдения.

### Постановка задачи

Мы рассматриваем СРКБ, в которых положения затравочных уровней размерного квантования, рассчитываемых в приближении изолированных ям, флюктуируют за счет случайного контролируемого изменения ширин ям. Структуры GaAs/GaAlAs такого типа, однородно по объему легированные донорами (Si), исследовались экспериментально [2–5]. Поскольку электроны с доноров внутри барьера переходят в области квантовых ям, в таких структурах неизбежно возникает внутреннее электрическое поле, приводящее к смещению уровней размерного квантования в ямах. Смещение уровней приводит к изменению заселенностей ям электронами, и это обусловливает необходимость самосогласованного решения задачи о вычислении электрических полей и распределения электронов по ямам сверхрешетки. Полагая для оценки ширину квантовой ямы равной  $L = 60 \text{ \AA}$ , получаем расстояние между краями первой и второй подзон размерного квантования равным  $E_2 - E_1 = 150 \text{ мэВ}$ . Поскольку характерные энергии (разброс уровней и ширина минимумы) обычно не превышают 30–40 мэВ, влиянием второй и более высоких подзон в рассматриваемых системах можно пренебречь. Будем считать, что квантовые ямы являются узкими; это позволяет приблизенно считать заряд носителей в квантовой яме сосредоточенным в плоскости. Будем также считать барьеры в СРКБ достаточно широкими, так

что перекрытием волновых функций соседних ям можно пренебречь.

Для нахождения равновесного распределения заряда по ямам СРКБ с учетом кулоновского взаимодействия будем использовать метод функционала плотности, проводя, как и в [7, 9], прямую минимизацию свободной энергии системы, рассматриваемой как нелинейный функционал электронной плотности. Вообще говоря, наряду с обменным вкладом в энергию системы следует учитывать и корреляционные поправки к энергии. Однако для принятых значений параметров справедливы неравенства  $\nu_i^{-1/2}, \nu_0^{-1/2} \gg d$ , где  $\nu_i$  — двумерная концентрация электронов в  $i$ -м слое,  $\nu_0 = N_d d$  — средняя двумерная концентрация электронов в слое,  $N_d$  — концентрация легирующей примеси. В этих условиях при расчете равновесного распределения электронной плотности по ямам легированной СРКБ корреляционным вкладом в энергию можно пренебречь по сравнению с обменным (см., напр., [8, 13]).

В приближении узких ям для объемной концентрации электронов мы имеем  $n(z) = \sum_i \nu_i \delta(z - z_i)$ , где  $z$  — координата вдоль оси роста структуры,  $\nu_i$  — двумерная концентрация электронов в  $i$ -м слое,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  — полное число квантовых ям в структуре,  $z_i$  — положение  $i$ -й квантовой ямы. Будем использовать модель «желе», считая компенсирующий положительный заряд однородно распределенным по пространству. Запишем функционал свободной энергии  $F[n]$  системы в виде

$$F = E_{\text{kin}} + E_H + E_x - kT \cdot S, \quad (1)$$

где  $E_{\text{kin}}$  — кинетическая энергия,  $E_H$  — энергия взаимодействия заряженных плоскостей, соответствующих квантовым ямам, друг с другом и с положительным фоном,  $E_x$  — обменная энергия,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура и  $S$  — энтропия системы невзаимодействующих электронов. Для энергии  $E_H$  имеем  $E_H = (1/2) \sum_{i,j} V_{ij} (\nu_i - \nu_0)(\nu_j - \nu_0)$ , где  $V_{ij} = -2\pi e^2 |z_i - z_j|/\varepsilon$ ,  $|z_i - z_j| = d|i - j|$ ,  $\nu_0 = N_d d$  — средняя двумерная концентрация электронов в слое, а  $N_d$  — объемная концентрация легирующей примеси (все энергии вычисляются в расчете на единицу площади структуры). Вклады от кинетической энергии, энтропии и обменного взаимодействия представляют собой суммы по номерам квантовых ям и по спинам. При минимизации функционала свободной энергии системы при конечных температурах мы будем использовать полученные в работе [10] для широкого интервала концентраций и температур интерполяционные выражения для обменного, кинетического и энтропийного вкладов в свободную энергию двумерного электронного газа в квантовой яме. Соответственно выражение для обменной энергии имеет вид [10]

$$E_{x,i\sigma}(s, T) = -\frac{e^2}{\varepsilon} (\rho_0 k T)^{3/2} C_x s^{3/2} G(s), \quad (2)$$

$$G(s) = \sqrt{\frac{\alpha(s + b_1 s^2) + b_2 s^3}{1 + (b_1 + \beta)s + b_1 \alpha s^2 + b_2 s(\kappa \ln(1 + s) + s^2)}},$$

где  $s = 2\nu_{i\sigma}/(\rho_0 kT)$  — безразмерная двумерная концентрация,  $C_x = (32/9\pi)^{1/2} \approx 1.06$ ,  $\alpha = 9\pi^3/512$ ,  $\kappa = \pi^2/8$ ,  $\beta = (4/\sqrt{3}) - 2$ ,  $b_1 = 0.2685$  и  $b_2 = 0.04547$ .

Интерполяционное выражение для суммы кинетического и энтропийного вкладов имеет вид [10]

$$\begin{aligned} E_{\text{kin},i\sigma} - kT \cdot S_{i\sigma} &= -\frac{1}{2}kT\rho_0 \int_0^\infty dE \times \\ &\times \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{\mu_\sigma - E}{kT} \right) \right] + \mu_\sigma \nu_{i\sigma} + E_i^{(0)} \nu_{i\sigma} = \\ &= \frac{\nu_{i\sigma}^2}{\rho_0} K(s) + E_i^{(0)} \nu_{i\sigma}, \quad (3) \end{aligned}$$

$$K(s) =$$

$$= \frac{2}{s} \left[ \ln(\exp(s) - 1) + \frac{1 + a_1 s + \gamma a_2 s^2}{1 + (a_1 + \delta)s + a_3 s^2 + a_2 s^3} \right] - 1,$$

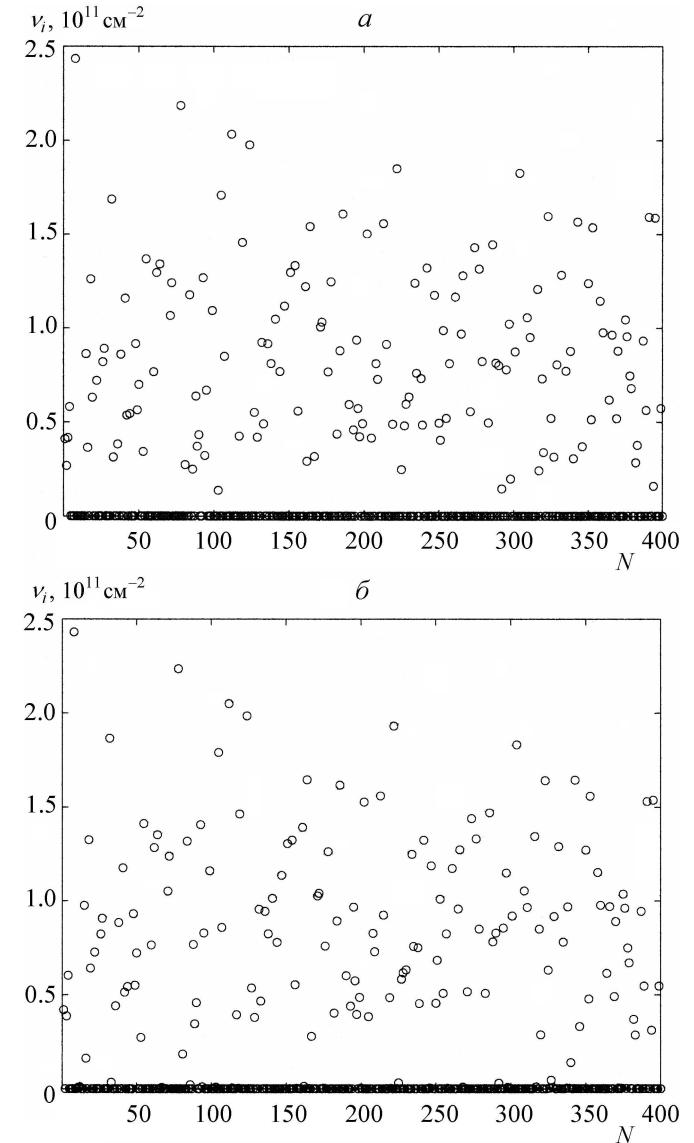
где  $E_i^{(0)}$  — энергетический уровень (затравочная энергия) в  $i$ -й яме в отсутствие свободных электронов, отсчитанный от дна квантовой ямы, а параметры имеют следующие значения:  $\gamma = \pi^2/6$ ,  $\delta = 1/4$ ,  $a_1 = 13.12$ ,  $a_2 = 0.90$  и  $a_3 = 4.75$ . Выражения (2) и (3) обеспечивают требуемое поведение при больших и малых  $s$  и правильные предельные переходы  $E_{x,i\sigma} \rightarrow -C_x e^2 \nu_{i\sigma}^{3/2} / \varepsilon$  и  $E_{\text{kin},i\sigma} \rightarrow \nu_{i\sigma}^2 / \rho_0$  при стремлении температуры к нулю. Соответственно химический потенциал  $\mu_\sigma$  невзаимодействующих электронов со спином  $\sigma$  в выражении (3) отсчитывается от дна основной подзоны размерного квантования и связан с концентрацией  $\nu_\sigma$  соотношением  $\mu_\sigma = kT \ln(\exp(s) - 1)$ .

Отметим, что в рассматриваемом приближении изолированных узких квантовых ям функционал свободной энергии  $F[n]$  представляет собой просто функцию многих переменных  $\nu = \{\nu_i\}$ . Как и в работе [9], мы проводили численную минимизацию функционала свободной энергии относительно концентраций, последовательно выполняя минимизацию для каждой пары квантовых ям и повторяя эту процедуру до тех пор, пока свободная энергия системы не переставала изменяться. В результате мы находили значения концентраций электронов в квантовых ямах  $\nu = \{\nu_i\}$ , отвечающие минимуму свободной энергии системы. Независимость получаемых результатов от начального выбора распределения концентраций показывает, что получаемое распределение концентраций по квантовым ямам соответствует основному состоянию системы.

## Результаты и обсуждение

Как известно, при малых концентрациях электронов в квантовых ямах при низких температурах основное состояние электронного газа является спиново-поляризованным [11]. При нулевой температуре спиново-поляризованное состояние двумерного электронного газа реализуется при концентрациях  $\nu_i$ , меньших  $\nu_p = 8(3 - 2\sqrt{2})(C_x e^2 \rho_0 / \varepsilon)^2 \approx 2.9 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (см., напр., [8]). При концентрациях  $\nu_i$ , больших  $\nu_p$ , состояние газа в квантовой яме будет неполяризованным.

Расчеты распределения равновесной электронной плотности в СРКБ проводились с использованием значений параметров, характерных для экспериментально исследуемых структур GaAs/AlGaAs [2–5]:  $\rho_0 = 3 \cdot 10^{13} \text{ эВ}^{-1} \text{ см}^{-3}$ ,  $w = 10 \text{ мэВ}$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 33 \text{ \AA}$ ,  $N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .



Распределение двумерных концентраций электронов по квантовым ямам при  $T = 1 \text{ К}$  (а) и  $10 \text{ К}$  (б) (по оси абсцисс отложен номер квантовой ямы)

При рассматриваемых температурах эти значения соответствовали спиново-упорядоченному состоянию электронного газа в квантовых ямах СРКБ.

На рисунке приведены результаты вычислений равновесного распределения электронов по квантовым ямам легированной СРКБ. Из рисунка ясно видно, что квантовых ям с концентрациями  $\nu_i$ , меньшими значений  $\nu_{\text{cr}} \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , при  $T = 0 \text{ К}$  нет, а при  $T = 10 \text{ К}$  их число возрастает (напомним, что мягкая концентрационная щель является прямым следствием учета обменного взаимодействия [9]). Кроме того, видно, что концентрационная щель размывается при повышении температуры, причем размытие концентрационной щели начинается с ее низкоконцентрационного края.

Отметим, что ширину концентрационной щели  $\Delta$  можно оценить, используя соотношение  $\Delta = \nu_{\text{cr}}/\rho_0$ , где  $\nu_{\text{cr}} \approx (C_x e^2 \rho_0 / 2\varepsilon)^2$  есть характерная критическая концентрация, при которой происходит существенное перераспределение носителей заряда между ямами сверхрешетки, обусловленное обменным взаимодействием [9]. Соответственно величина  $\Delta$  дает оценку обменной энергии в рассматриваемой структуре (для принятых значений параметров  $\Delta \approx 1 \text{ мэВ}$ ). Полученное в численных расчетах значение температуры (около 10 К), ниже которой концентрационная щель сохраняется, находится в разумном согласии со значением характерной температуры  $T_0 = \Delta/k$ .

Таким образом, проведенные расчеты показывают, что эффекты, обусловленные корреляционной

щелью в СРКБ, могут оказаться вполне заметными в интересной области низких температур.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 03-02-17378).

## Литература

1. Dow J.D., Ren S.Y., Hess K. // Phys. Rev. 1982. **B25**. P. 6218.
2. Chomette A., Deveaud B., Regreny A., Bastard G. // Phys. Rev. Lett. 1986. **57**. P. 1464.
3. Chomette A., Deveaud B., Emery J.Y., Regreny A. // Solid State Commun. 1985. **54**. P. 75.
4. Yamamoto T., Kasu M., Noda S., Sasaki A. // J. Appl. Phys. 1990. **68**. P. 5318.
5. Richter G., Stoltz W., Thomas P., Koch S., Maschke K., Zvyagin I.P. // Superlattices and Microstructures. 1997. **22**. P. 475.
6. Звягин И.П., Ормонт М.А. // ФТП. 1999. **33**. С. 79.
7. Zvyagin I.P., Ormont M.A., Baranovskii S.D., Thomas P. // Phys. Stat. Sol. 2002. **B230**. P. 193.
8. Звягин И.П. // ЖЭТФ 1998. **114**. С. 1089.
9. Звягин И.П., Миронов А.Г., Ормонт М.А. // ЖЭТФ 2003. **33**. С. 79.
10. Миронов А.Г. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. № 5. С. 61 (Moscow University Phys. Bull. 2001. N 5. P. 73).
11. Stoner E.C. // Proc. Roy. Soc. 1938. **A165**. P. 372.
12. Totsuji H., Tachibana H., Totsuji C., Nara S. // Phys. Rev. 1995. **B51**. P. 11148.
13. Isihara A. Quantum Liquids. New York, 1995.

Поступила в редакцию  
01.06.05