

## ГЕОФИЗИКА

УДК 551.24+551.7+528.5+550.3

**АНОМАЛИИ ВНУТРЕННЕГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ В КОРЕ И ВЕРХНЕЙ МАНТИИ ЗЕМЛИ****Н. А. Чуйкова, Л. П. Насонова, Т. Г. Максимова**

(ГАИШ)

E-mail: chujkova@sai.msu.ru

**Найден вклад изостатически уравновешенных масс рельефа, скачков плотности на границе Мохоровичича и аномальных масс коры и верхней мантии Земли во внешнее и внутреннее гравитационное поле Земли в линейном и квадратичном приближении. В изостатически уравновешенной коре и мантии возникают значительные аномалии гравитационного поля, могущие привести к гравитационной и динамической неустойчивости. Отличие внешнего поля изостатически уравновешенной Земли от измерений свидетельствует о нарушении изостатического равновесия в верхних оболочках Земли.**

**Введение**

Внешнее гравитационное поле Земли является одним из основных параметров, характеризующих распределение плотности внутри Земли. Разница между измеренным полем и полем гидростатически уравновешенного вращающегося сфероидов представляет аномальную часть гравитационного поля. Однако определение реального распределения аномальной плотности является некорректной задачей. Поэтому желательно выделить вклад той части Земли, плотностное строение которой можно определить на основе другой геофизической информации и некоторых физически и теоретически обоснованных предположений. Ею можно считать кору и верхнюю мантию Земли.

Исследование статистических связей между высотами эквивалентного рельефа и глубинами поверхности мантии  $M$  для различных регионов Земли выявило нелинейность как передачи нагрузки рельефа на  $M$ , так и обратной передачи, обусловленной архимедовыми силами [1]. Это свидетельствует об отсутствии изостатической компенсации рельефа на  $M$  и о наличии аномалий плотности и напряжений в коре и верхней мантии Земли. Знание функции прямой и обратной регрессии позволило разделить уравнение общего равновесия коры и верхней мантии на две составляющие: 1) частичная компенсация давления коры на поверхность  $M$ ; 2) компенсация давления нескомпенсированной на  $M$  части коры на некоторой глубине в мантии (аналогичные уравнения получены для архимедова равновесия). Решение уравнений равновесия для пятиградусных трапеций по всей Земле позволило определить оптимальные глубины компенсации, минимизирующие функционал, зависящий от аномалий плотности и напряжений в коре

и верхней мантии. Сравнительный анализ условий изостатического равновесия коры при различных вариантах компенсации для каждой пятиградусной трапеции позволил построить карты оптимального (в смысле минимума потенциальной энергии) распределения аномальных масс и напряжений в коре и верхней мантии (достигающих  $\pm 7 \cdot 10^6$  кг/м<sup>2</sup> и  $\pm 15$  МПа) [2].

Основной целью настоящей работы является определение вклада изостатически уравновешенных масс рельефа, коры, мантии и скачка плотности на границе  $M$  во внешнее и внутреннее гравитационное поле Земли.

**1. Линейное приближение**

В линейном приближении латерально распределенные аномальные массы представляются в виде простого слоя непрерывной плотности, распределенного на поверхности сферы. В этом случае между коэффициентами разложения плотности простого слоя по сферическим функциям и стоксовыми постоянными, обусловленными вкладом слоя, существует линейная связь [3]

$$\begin{Bmatrix} \Delta C_{nm}^{(s)} \\ \Delta D_{nm}^{(s)} \end{Bmatrix} = \frac{3}{2n+1} \left( \frac{R_s}{R_0} \right)^2 \frac{\Delta \sigma_s}{\bar{\sigma} R_0} \left( \frac{R_s}{a} \right)^n \begin{Bmatrix} A_{nm}^{(s)} \\ B_{nm}^{(s)} \end{Bmatrix},$$

где  $\Delta C_{nm}^{(s)}$ ,  $\Delta D_{nm}^{(s)}$  — вклад в стоксовы постоянные;  $R_s$  — средний радиус слоя;  $R_0$ ,  $\bar{\sigma}$ ,  $a$  — средний радиус, плотность и большая полуось земного эллипсоида;

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_s H_s(\varphi, \lambda) = \\ = \Delta \sigma_s \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left( \bar{A}_{nm}^{(s)} \cos m\lambda + \bar{B}_{nm}^{(s)} \sin m\lambda \right) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \end{aligned}$$

— представление плотности простого слоя в виде разложения по нормированным сферическим функциям степени  $n \leq N$ ;  $s = 1, 2, 3, 4$ ;  $\Delta\sigma_1, H_1$  — средняя плотность и высоты эквивалентного (т.е. приведенного к однородной плотности  $\Delta\sigma_1 = 2.67 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>) рельефа относительно среднего радиуса  $R_1 = R_0 - 1.66$  км;  $\Delta\sigma_2 = 0.31 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $H_2$  — средний скачок плотности на границе  $M$  и высоты поверхности мантии относительно среднего радиуса  $R_2 = R_0 - 22$  км;  $\Delta m_3 = \Delta\sigma_3 H_3$  — аномальные массы, распределенные в коре и условно отнесенные к среднему радиусу  $R_3 = R_0 - 11$  км;  $\Delta m_4 = \Delta\sigma_4 H_4$  — аномальные массы, распределенные в верхней мантии и условно отнесенные к среднему радиусу  $R_4 = R_0 - 40$  км (согласно полученной в работе [2] средней глубине изостатической компенсации).

Суммарный вклад аномальных структур коры и мантии во внешний гравитационный потенциал и силу притяжения определяется тогда следующими выражениями:

$$\Delta V_e(r, \varphi, \lambda) = \frac{fM_0}{r} \sum_{s=1}^4 \sum_{n=1}^N \left(\frac{a}{r}\right)^n Y_n^{(s)}(\varphi, \lambda), \quad (1)$$

$$\Delta g_e(r, \varphi, \lambda) = -\frac{\partial V_e}{\partial r} = \frac{fM_0}{r^2} \sum_{s=1}^4 \sum_{n=1}^N (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^n Y_n^{(s)}(\varphi, \lambda), \quad (2)$$

где  $M_0$  — масса Земли,

$$Y_n^{(s)}(\varphi, \lambda) = \sum_{m=0}^n \left( \Delta C_{nm}^{(s)} \cos m\lambda + \Delta D_{nm}^{(s)} \sin m\lambda \right) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi),$$

$\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$  — нормированные по Каула присоединенные функции Лежандра.

Аналогичным образом можно определить вклад этих же структур во внутреннее гравитационное поле в верхней и нижней коре и в верхней мантии. Так, при расчете аномалий гравитационного поля в верхней коре (при  $R_3 < r < R_1$ ) вклад рельефа ( $s = 1$ ) определяется формулами

$$\Delta V_i(r, \varphi, \lambda) = \frac{fM_0}{R_s} \sum_{n=1}^N \left(\frac{r}{R_s}\right)^n Y_n^{(s)}(\varphi, \lambda), \quad (3)$$

$$\Delta g_i(r, \varphi, \lambda) = -\frac{fM_0}{R_s^2} \sum_{n=1}^N n \left(\frac{r}{R_s}\right)^{n-1} Y_n^{(s)}(\varphi, \lambda). \quad (4)$$

Вклад остальных слоев ( $s = 2, 3, 4$ ) определяется формулами, аналогичными (1) и (2):

$$\Delta V_e(r, \varphi, \lambda) = \frac{fM_0}{r} \sum_{n=1}^N \left(\frac{R_s}{r}\right)^n Y_n^{(s)}(\varphi, \lambda), \quad (5)$$

$$\Delta g_e(r, \varphi, \lambda) = \frac{fM_0}{R_s^2} \sum_{n=1}^N (n+1) \left(\frac{R_s}{r}\right)^{n+2} Y_n^{(s)}(\varphi, \lambda), \quad (6)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{nm}^{(s)} \\ \Delta D_{nm}^{(s)} \end{array} \right\} = \frac{3}{2n+1} \left(\frac{R_s}{R_0}\right)^3 \frac{\Delta\sigma_s}{\bar{\sigma}} \left\{ \begin{array}{l} a_{nm}^{(s)} \\ b_{nm}^{(s)} \end{array} \right\}, \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{nm}^{(s)} \\ b_{nm}^{(s)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} a_{nm} \\ b_{nm} \end{array} \right\}_1 = \frac{1}{R_s} \left\{ \begin{array}{l} \bar{A}_{nm}^{(s)} \\ \bar{B}_{nm}^{(s)} \end{array} \right\} \quad (8)$$

— коэффициенты разложения  $h_s = H_s(\varphi, \lambda)/R_s$  по нормированным сферическим функциям.

При расчете поля в нижней коре (при  $R_2 < r < R_3$ ) формулы (3), (4) определяют вклад не только рельефа ( $s = 1$ ), но и аномальных масс коры ( $s = 3$ ), вклад остальных структур ( $s = 2, 4$ ) определяется формулами (5), (6).

В верхней части верхней мантии, примыкающей к границе  $M$  ( $R_4 < r < R_2$ ), формулы (3), (4) определяют вклад аномальных масс рельефа, коры и скачка плотности на  $M$  ( $s = 1, 2, 3$ ), а в низах верхней мантии (при  $r < R_4$ ) поле всех аномальных слоев ( $s = 1 \div 4$ ) определяется формулами (3), (4).

## 2. Квадратичное приближение

В реальности массы рельефа и тем более, аномальные массы, обусловленные скачком плотности на  $M$ , являются не простым сферическим слоем, а распределенными по высоте относительно эллипсоида относимости  $r_{\text{ell}}$ . В этом случае при представлении внешнего поля для  $s = 1, 2$  формулами (5), (6) коэффициенты разложения определяются интегрированием по массам рельефа:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{nm}^{(s)} \\ \Delta D_{nm}^{(s)} \end{array} \right\} = \frac{\Delta\sigma_s}{(2n+1)M_0} \times \int \int \int r'^{n+2} \bar{P}_{nm}(\sin \varphi') \cos m\lambda' dr' d\lambda' d\sin \varphi',$$

где

$$\int r'^{n+2} dr' = \frac{r_{\text{ell}}^{n+3}}{n+3} \left[ \left(1 + \frac{H_s}{r_{\text{ell}}}\right)^{n+3} - 1 \right] \approx \approx R_s^{n+3} \left[ \frac{H_s}{R_s} + \frac{n+2}{2} \left(\frac{H_s}{R_s}\right)^2 + \alpha(n+2) \frac{H_s}{R_s} \bar{P}_2(\sin \varphi) \right]$$

в квадратичном приближении,  $r_{\text{ell}} = R_s(1 - \alpha \bar{P}_2(\sin \varphi))$ ,  $\alpha = \frac{2}{3}e \approx 10^{-3}$ ,  $e$  — сжатие эллипсоида относимости.

При учете квадратичных членов и эллипсоидальности поверхности относимости в формуле (8) возникают дополнительные члены, а именно

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{nm}^{(s)} \\ b_{nm}^{(s)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} a_{nm} \\ b_{nm} \end{array} \right\}_1 + \frac{n+2}{2} \left\{ \begin{array}{l} a_{nm} \\ b_{nm} \end{array} \right\}_2 + \alpha(n+2) \left\{ \begin{array}{l} a_{nm} \\ b_{nm} \end{array} \right\}_3, \quad (9)$$

где первый член соответствует коэффициентам разложения функции  $h_s$  (т.е. линейному приближению), член с индексом 2 соответствует коэффициентам разложения функции  $(h_s)^2$ , а с индексом 3 — коэффициентам разложения функции  $h_s \bar{P}_2(\sin \varphi)$ . При расчете сил притяжения на эллипсоиде, подобном и подобно расположенном относительно эллипсоида относимости, коэффициенты, учитывающие эллипсоидальность (с индексом 3), в квадратичном приближении отсутствуют.

Аналогичным образом можно получить формулы и для внутреннего поля, где в выражениях (3), (4), (7) вместо (8) следует использовать формулу

$$\begin{Bmatrix} a_{nm}^{(s)} \\ b_{nm}^{(s)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{nm} \\ b_{nm} \end{Bmatrix}_1 - \frac{n-1}{2} \begin{Bmatrix} a_{nm} \\ b_{nm} \end{Bmatrix}_2 + \alpha(n-1) \begin{Bmatrix} a_{nm} \\ b_{nm} \end{Bmatrix}_3. \quad (10)$$

Сравнивая формулы (6), (9) и (4), (10), мы видим, что вклад квадратичных членов во внешнюю и внутреннюю силу притяжения одинаков по знаку и отличается только множителем  $(n+1)(n+2)$  для внешнего поля и  $n(n-1)$  для внутреннего. Вклад же линейных членов и членов, учитывающих эллипсоидальность, противоположен по знаку для внешней и внутренней силы притяжения.

Формулы, позволяющие выразить коэффициенты  $\{a_{nm}, b_{nm}\}_2, \{a_{nm}, b_{nm}\}_3$  через  $\{a_{nm}, b_{nm}\}_1$ , были получены путем математического моделирования символьных вычислений в математических пакетах компьютерной алгебры. При этом были реализованы два способа подхода к решению задачи. Первый способ, требующий существенно меньших затрат машинного времени, заключался в преобразовании выражения для произведения рядов для  $h_s$  с помощью рядов Клебша–Гордана [4] для произведения двух присоединенных функций Лежандра  $P_{nm}$  с разным набором индексов и последующим выделением из этого выражения слагаемых, содержащих функцию  $P_{nm}$  с определенным набором индексов. Второй способ заключался в получении непосредственного разложения произведения рядов по элементарным сферическим функциям путем проведения соответствующего интегрирования в буквенном виде. Время вычислений и длина полученных выражений очень быстро росли с увеличением степени  $N$ . Нами были вычислены соответствующие выражения до значений  $N = 5$  включительно и получены алгоритм и программы для вычисления при произвольной степени  $N$ . В общем виде окончательные формулы можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \{a_0\}_2 &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n (a_{nm}^2 + b_{nm}^2) = \iint (h_s)^2 d\lambda' d\sin \varphi', \\ \{a_{nm}\}_2 &= \sum_k \sum_s \alpha_{kslq} (a_{ks} a_{lq} \pm b_{ks} b_{lq})_1, \end{aligned}$$

$$\{b_{nm}\}_2 = \sum_k \sum_s \alpha_{kslq} (a_{ks} b_{lq} \mp b_{ks} a_{lq})_1,$$

где суммирование ведется по индексам  $k+l \geq n$ ,  $|s \pm q| = m$ , и  $\alpha$  — численные коэффициенты порядка малости единицы ( $0.1 \leq |\alpha_{kslq}| \leq 1.8$ ).

Мы видим, что учет квадратичных членов от разложения рельефа степени  $N$  вносит дополнительный вклад в гармоники потенциала степени  $n = 0 \div 2N$ , причем величина этого вклада возрастает с ростом  $n$ . Вклад в нулевую гармонику свидетельствует об отличии среднего радиуса равновеликой сферы от среднего радиуса поверхности относимости для рельефа.

### 3. Результаты и выводы

На рис. 1, 2, 3 представлены карты аномалий силы притяжения, обусловленных вкладом изостатически уравновешенных структур коры и мантии и рассчитанных в квадратичном приближении. Для расчетов использовалось полученное нами ранее [1, 2] разложение высот рельефа, глубин  $M$ , аномальных масс коры и мантии степени  $N = 36$ . Вклад квадратичных членов наиболее существен в регионах с глубоким положением границы  $M$  и достигает 40 мГал в районе Тибета, что даже превышает вклад от линейного приближения в свободном воздухе (28 мГал). Вклад в нулевую гармонику внешнего поля равен 4 мГал.

Кора материков (рис. 2) характеризуется большими отрицательными аномалиями притяжения, что стимулирует постоянный подъем поверхности рельефа и опускание нижней границы  $M$  с самого начала зарождения материков. Положительные аномалии в коре океанов стимулируют обратный процесс: опускание дна океана и подъем границы  $M$ . Возможно, такие процессы и обусловили столь большую разницу в толщине коры материков и океанов. Поле аномалий в верхах верхней мантии (рис. 3) более неоднородно. Так, регионы СОХ характеризуются большими отрицательными аномалиями, что также стимулирует подъем поверхности  $M$ , а большие положительные аномалии в котловинах обуславливают обратный процесс. Поле в низах верхней мантии (рис. 4) более спокойное (аномалии не превышают 110 мГал) и в основном характеризуется положительными аномалиями под материками (кроме Западной Европы и Анд) и отрицательными под океанами (кроме некоторых зон хребтов и разломов).

Следует отметить также большой диапазон изменений аномалий силы притяжения в коре и в верхней мантии (рис. 2, 3), как латеральных, так и радиальных. Так, в регионе Тибета аномалии в верхней, средней и нижней коре достигают  $-1.5$  Гал,  $-1.3$  Гал,  $-1.2$  Гал соответственно, а в верхах мантии падают до нуля. Максимум аномалий в коре и верхах мантии Северо-Западной котловины

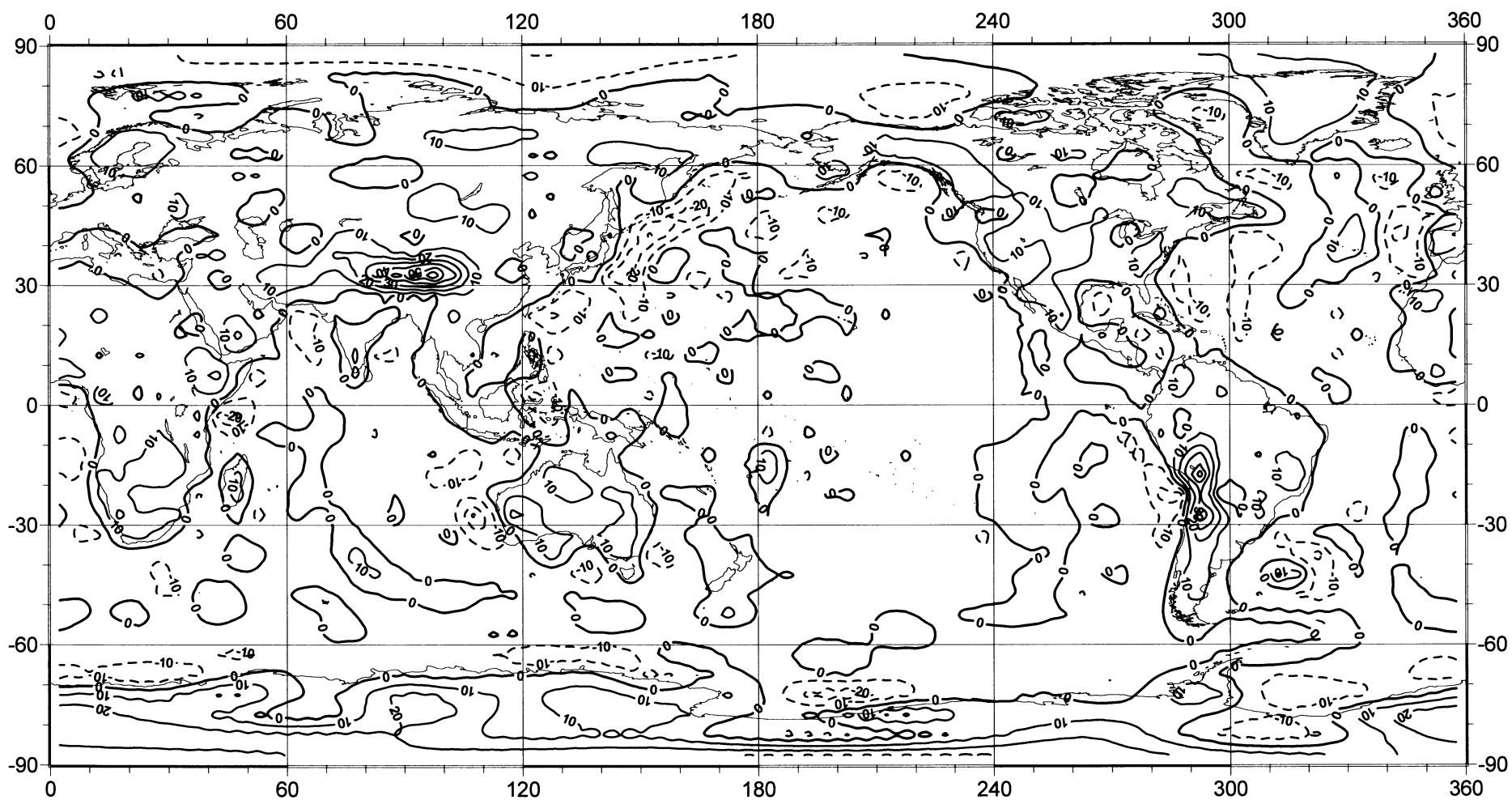


Рис. 1. Суммарный вклад изостатически уравновешенных аномальных структур коры и мантии в аномалии силы притяжения в свободном воздухе (в мГал). Сечение изолиний 10 мГал. Диапазон изменений  $(-34 \div 68)$  мГал

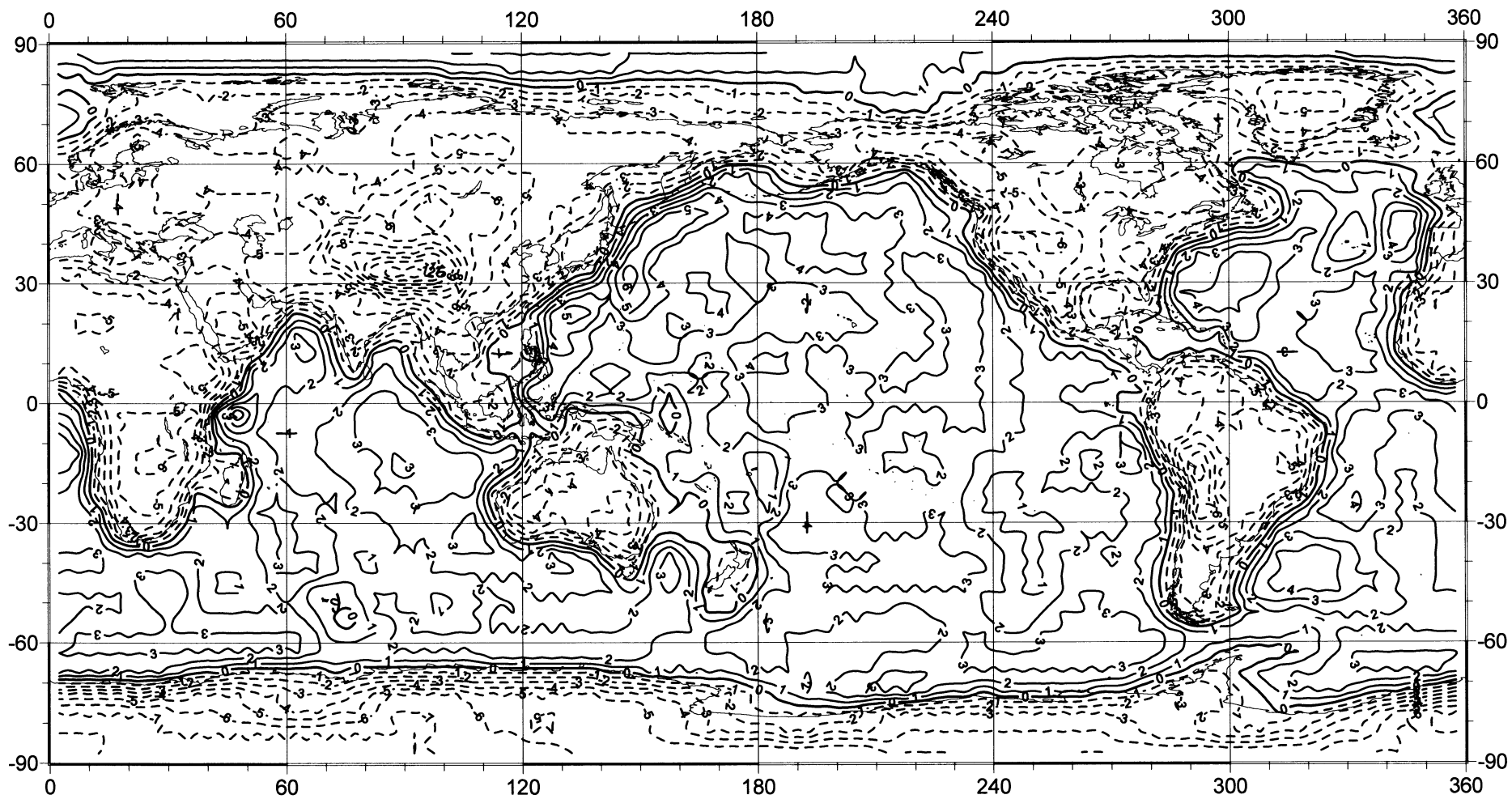


Рис. 2. Суммарный вклад изостатически уравновешенных аномальных структур в аномалии силы притяжения в средней коре (в 100 мГал). Сечение изолиний 100 мГал. Диапазон изменений  $(-1300 \div 700)$  мГал

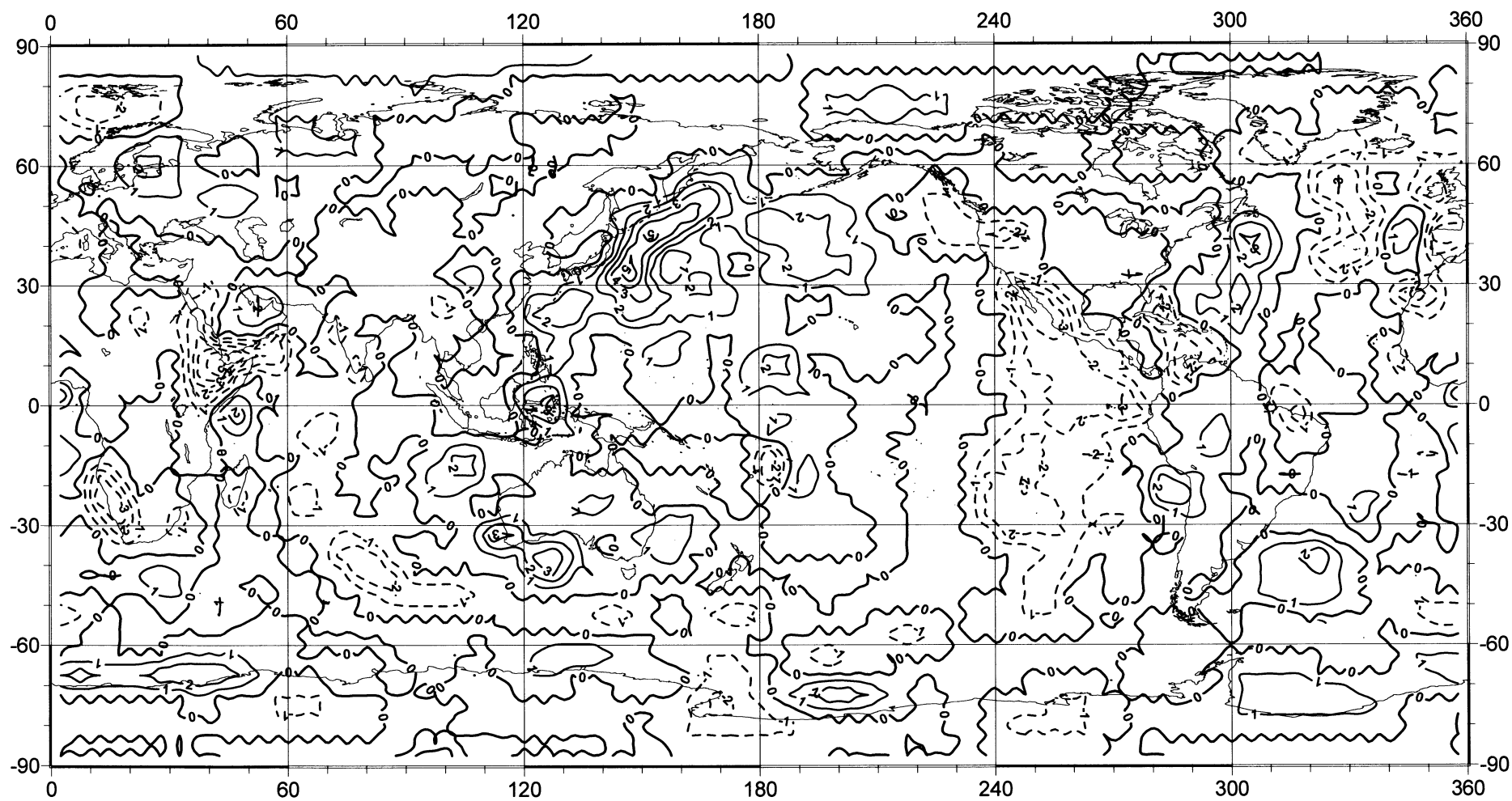


Рис. 3. Суммарный вклад изостатически уравновешенных аномальных структур в аномалии силы притяжения в верхах верхней мантии (в 100 мГал). Сечение изолиний 100 мГал. Диапазон изменений (-700 ÷ 700) мГал

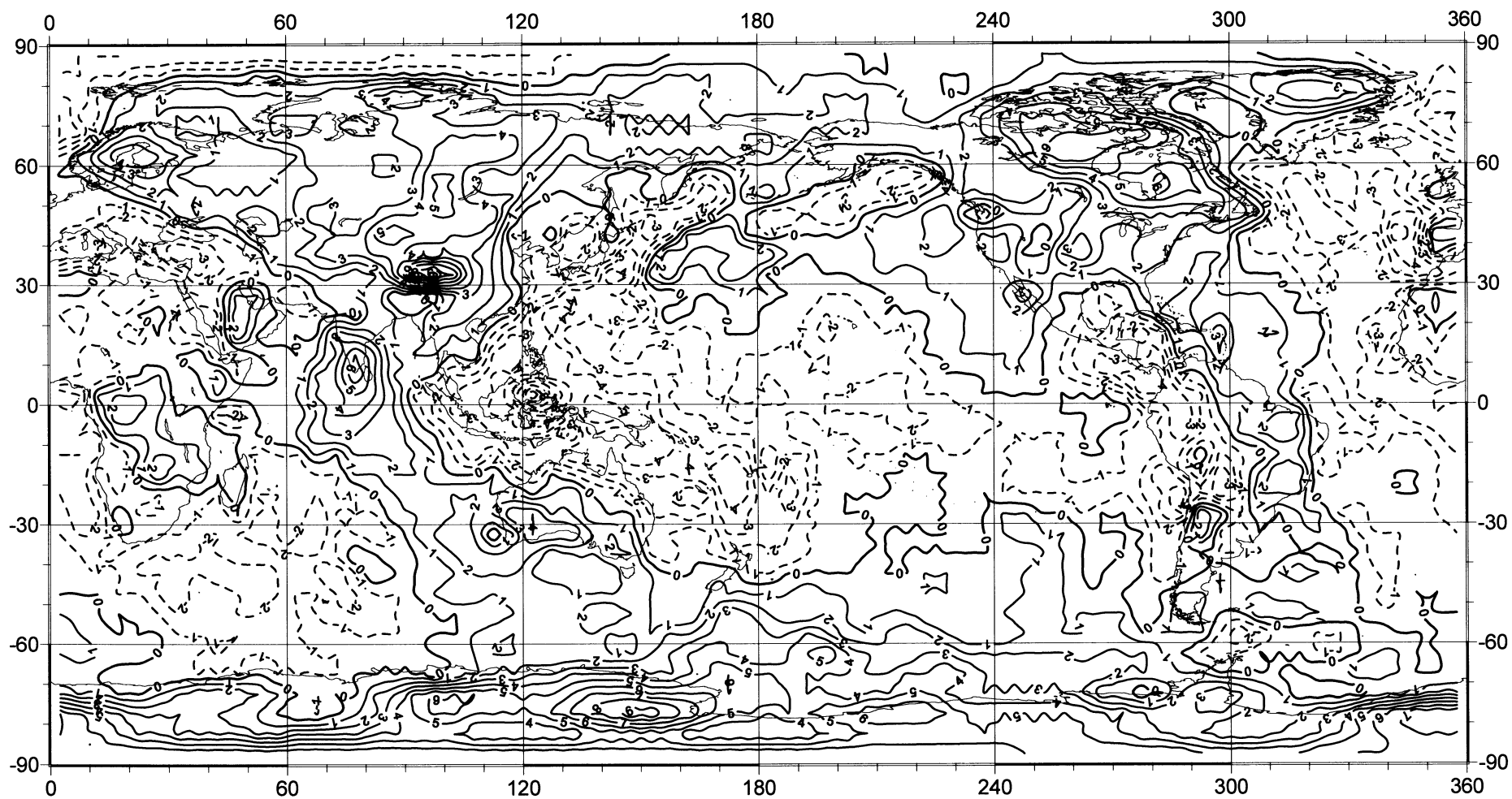


Рис. 4. Суммарный вклад всех аномальных структур коры и мантии в аномалии силы тяжести в низах верхней мантии (10 мГал). Сечение изолиний 10 мГал. Диапазон изменений ( $-110 \div 110$ ) мГал

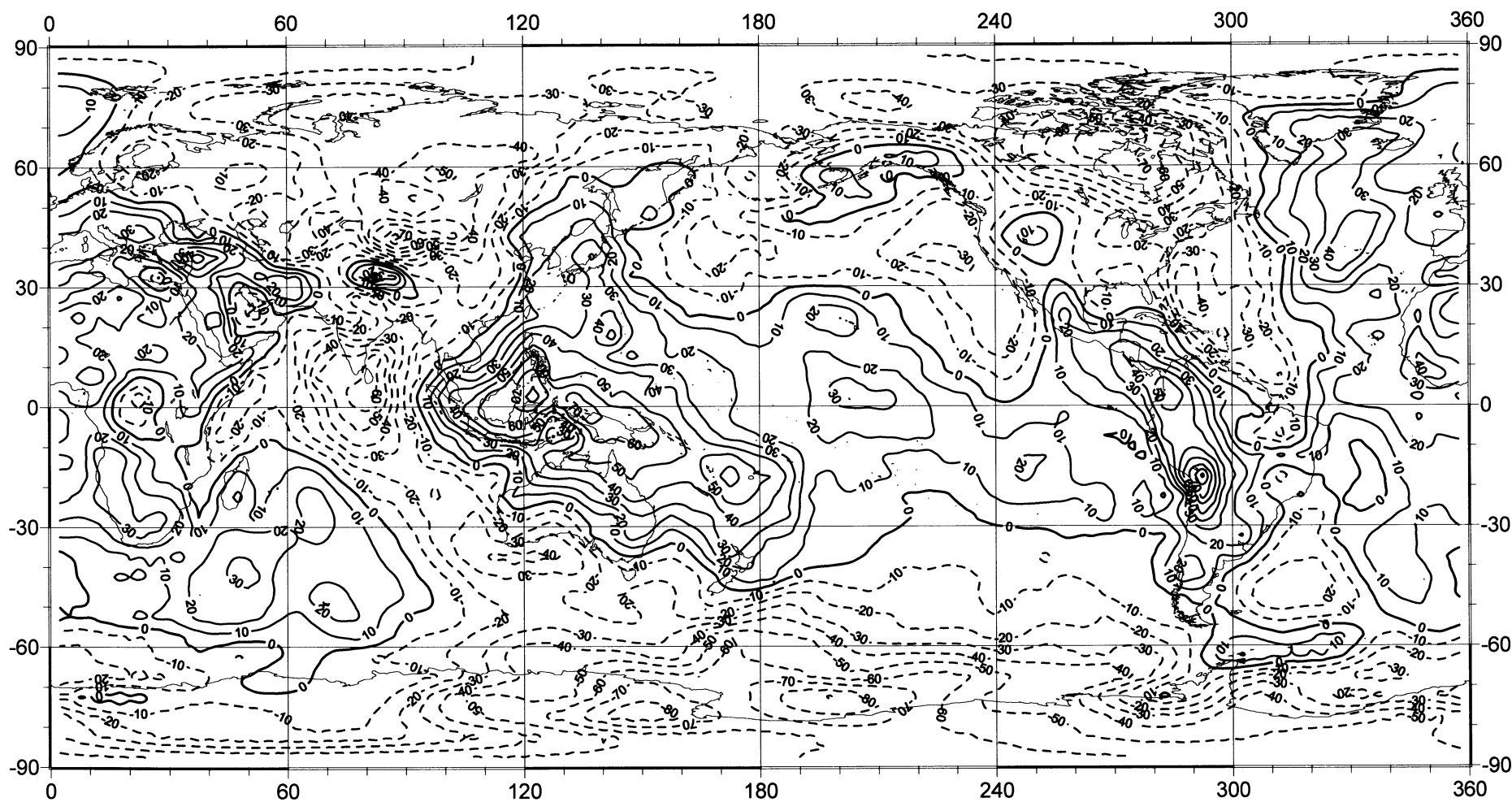


Рис. 5. Аномалии силы притяжения в свободном воздухе для спутниковой модели потенциала ( $N = 36$ ) относительно гидростатически уравновешенной Земли (в мГал). Сечение изолиний 10 мГал. Диапазон изменений  $(-91 \div 93)$  мГал



Тихого океана порядка 0.7 Гал, рифтовой зоне Красного моря порядка  $-0.6$  Гал. Все это свидетельствует о гравитационной неравновесности коры и верхней мантии для изостатически уравновешенной модели Земли.

Сравнение карты аномалий в свободном воздухе (рис. 1) с картой аномалий силы притяжения для спутниковой модели потенциала (рис. 5) показывает степень отклонения верхних оболочек Земли от состояния изостатического равновесия, достигающего в аномалиях  $\pm 110$  мГал. Учет вклада изостатически неравновесных структур коры и мантии практически не меняет распределения аномалий в коре и верхней мантии (рис. 2, 3), однако существенно влияет на картину аномалий в низах верхней мантии, расположенных ниже максимальных глубин компенсации (т.е. ниже глубин расположения аномальных масс мантии). Поэтому на рис. 4 представлен суммарный вклад в поле аномалий в низах верхней мантии всех аномальных структур коры и мантии, как изостатически уравновешенных, так и обусловленных отклонением коры и верхов мантии от состояния изостатического равновесия. Аномалии условно отнесены к средней максимальной глубине компенсации 70 км. Поле на большей глубине убывает для гармоник степени  $n$  как  $(r/(R_0 - 70))^{n-1}$ , и убывание существенно для высоких гармоник. Так, аномалии протяженностью порядка  $10^\circ$  ( $n = 18$ ) уменьшаются вдвое на глубинах 250 км, а для  $n \leq 5$  убывание на этих глубинах не превышает 10%.

Сравнение рис. 2, 3, 4 показывает для ряда местностей значительный аномальный градиент поля сил притяжения при переходе как от внешнего поля к полю в коре, так и от поля в коре к полю в верхах мантии. Причем в материковых областях градиент противоположен направлению нормального градиента при переходе из коры во внешнее поле и даже в некоторых горных регионах (Тибет, Анды) может превышать по абсолютной величине нормальный градиент (который в коре и верхней мантии порядка 80 мГал/км), т.е. в итоге сила притяжения возрастает при движении вверх. Такие вариации поля способствуют разуплотнению вещества коры и могут привести как к восходящим, так и к нисходящим движениям (согласно направлению градиента), к подъему поверхности материков и опусканию границы  $M$  под ними. В океанических областях из-за вариаций градиента картина должна быть обратная: уплотнение коры и опускание поверхности дна океана.

Интересно заметить также из сравнения карт, что в некоторых регионах характер поля не меняется при переходе из коры в мантию (Западная Европа, регион Красного моря, стабильная часть Тихого океана), однако в регионах СОХ, желобов и в горных регионах материков аномальное поле имеет инверсный характер как при переходе через границу  $M$ , так и при переходе из верхней части мантии (выше глубины компенсации) в нижнюю. Особенно обратная инверсия поля характерна для региона СОХ при переходе мантия-кора (что способствует подъему тяжелого вещества из мантии в кору, разуплотнению верхней мантии и уплотнению коры), а также в северо-западной зоне Тихого океана, примыкающей к желобам. В этой зоне возможное уплотнение вещества коры и мантии, согласующееся с аномальным полем, прослеживается вплоть до максимальной глубины компенсации (порядка 200 км) и затем может смениться разуплотненным состоянием. Причем интересно отметить, что в соседних материковых областях аномалии притяжения остаются положительными даже и в глубоких областях мантии, что может создать эффект наклонного положения (под материк) пластины более тяжелого вещества.

Выводы из проделанной работы следующие: 1) при оценке вклада рельефа и скачка плотности на границе  $M$  во внешнее гравитационное поле необходимо учитывать квадратичные члены; 2) в изостатически уравновешенной коре и мантии возникают значительные аномалии гравитационного поля, могущие привести к гравитационной и динамической неустойчивости; 3) отличие внешнего гравитационного поля изостатически уравновешенной Земли от измерений свидетельствует о нарушении изостатического равновесия Земли.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 04-02-16681).

#### Литература

1. Чуйкова Н.А., Казарян С.А., Максимова Т.Г. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2003. № 2. С. 55.
2. Чуйкова Н.А., Максимова Т.Г. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2005. № 4. С. 64.
3. Дубошин Г.Н. Теория притяжения. М., 1961.
4. Виленкин И.Я. Специальные функции и теория представления групп. М., 1965.

Поступила в редакцию  
13.07.05