

## ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 548.732: 539.2

# ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЗОНАНСНОЙ ДИФРАКЦИИ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ГЕОМЕТРИИ БРЭГГА В СОВЕРШЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

А. П. Орешко

(кафедра физики твердого тела)

**Проведено точное решение задачи зеркального и дифракционного отражения рентгеновского излучения в условиях резонансной дифракции от идеального кристалла в геометрии Брэгга. Показана возможность эффекта аномального прохождения сквозь кристалл излучения с энергией, близкой к энергии  $K$ -края поглощения атомов.**

**Введение**

Резонансная дифракция (РД) рентгеновского излучения (РИ) наблюдается при энергии падающего излучения, близкой к краю поглощения какого-либо элемента, входящего в состав кристалла, и является интенсивно развивающимся методом изучения свойств кристаллов [1, 2]. Более доступным метод РД стал при появлении источников синхротронного излучения, сочетающих большую яркость и высокую степень поляризации излучения с возможностью выбора нужной длины волны.

Так как вблизи краев поглощения величина коэффициента поглощения резко увеличивается и тем самым уменьшается глубина проникновения излучения в вещество, для интерпретации полученных экспериментальных данных по РД используется кинематическое приближение теории дифракции [3]. Однако ряд наблюдаемых в последнее время явлений не может быть удовлетворительно описан в рамках кинематической теории дифракции, что вызвало необходимость развития динамической теории РД.

Впервые попытка описания динамического рассеяния РИ в условиях РД предпринята в [4], где использовался подход, аналогичный методу Дарвина [5] для описания динамического рассеяния РИ, основанный на введении амплитуды рассеяния РИ резонансным атомом и рассмотрении процессов многократного рассеяния.

В настоящей работе развивается динамическая теория резонансной дифракции рентгеновского излучения в форме, основанной на решении уравнений Максвелла в среде с периодически меняющейся поляризуемостью [6].

## 1. Динамическая теория резонансной дифракции

Из микроскопических уравнений Максвелла в приближении линейной связи между индукцией

$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$  и напряженностью  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  электрического поля в стационарной пространственно-однородной среде можно получить систему уравнений для Фурье-амплитуд поля в совершенном кристалле с учетом анизотропии, пространственной и временной дисперсии [7]:

$$\left[ 1 - \frac{(\mathbf{k}, \mathbf{k})}{\kappa_0^2} + \tilde{\chi}^0(\omega, \mathbf{k}) \right] \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) + \frac{1}{\kappa_0^2} ((\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}), \mathbf{k}), \mathbf{k}) + \sum_{\mathbf{h} \neq 0} \tilde{\chi}^{\mathbf{h}}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k} + \mathbf{h}) = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$  — Фурье-компоненты напряженности электрического поля в кристалле,  $\kappa_0$  — величина волнового вектора в вакууме. Величина  $\chi_{ij}(\omega, \mathbf{k})$  называется диэлектрической поляризуемостью (ДП) среды, общие соотношения симметрии для тензора ДП рассмотрены в [3, 8]. Второй член выражения (1) учитывает непоперечность поля.

Решение уравнений (1) с привлечением граничных условий и является основной задачей динамической теории дифракции РИ.

В традиционной рентгеновской кристаллооптике расчет поляризуемости проводится обычно в приближении сильной связи [8], в котором не учитываются явления анизотропии и пространственной дисперсии, т. е. поляризуемости  $\chi_{ij}$  считаются скалярами, а поля — поперечными. Однако вблизи краев поглощения явлением анизотропии пренебречать нельзя.

Рассмотрим двухвольновую дифракцию полей  $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}(\omega, \mathbf{q}_0)$  и  $\mathbf{E}_h = \mathbf{E}(\omega, \mathbf{q}_h)$ , где  $\mathbf{q}_0$  и  $\mathbf{q}_h = \mathbf{q}_0 + \mathbf{h}$  — волновые векторы проходящей и дифрагированной волн в кристалле, и пренебрежем эффектами пространственной дисперсии, т. е. поля будем считать поперечными. Тогда для скалярных амплитуд  $\mathbf{E}_{0,h}^{(j)}$  проходящей  $\mathbf{E}_0 = \mathbf{e}_0^{(j)} E_0^{(j)}$  и дифрагированной  $\mathbf{E}_h = \mathbf{e}_h^{(j)} E_h^{(j)}$  волн следуют уравнения,

описывающие динамическую дифракцию первично-го излучения:

$$\delta_0 \mathbf{e}_0^j E_0^{(j)} - \tilde{\chi}^0 \mathbf{e}_0^j E_h^{(j)} - \tilde{\chi}^{-h} \mathbf{e}_h^j E_h^{(j)} = 0, \quad (2)$$

$$\delta_h \mathbf{e}_h^j E_h^{(j)} - \tilde{\chi}^0 \mathbf{e}_h^j E_h^{(j)} - \tilde{\chi}^h \mathbf{e}_0^j E_0^{(j)} = 0, \quad (3)$$

где  $\mathbf{e}_{0,h}^j$  ( $j = 1, 2$ ) — единичные векторы  $\sigma$ -и  $\pi$ -поляризации проходящего и дифрагированно-го излучения ( $\mathbf{e}_0^1 = \mathbf{e}_h^1$ ),  $\mathbf{e}_{0,h}^3$  — единичные векторы вдоль волновых векторов  $\mathbf{q}_{0,h}$  соответственно, а  $\delta_{0,h} = [(\mathbf{q}_{0,h}, \mathbf{q}_{0,h})/\kappa_0^2] - 1$ . В (2), (3) проводится суммирование по повторяющимся индексам  $j = 1, 2, 3$ . Схематичное пространственное расположение векторов  $\mathbf{e}_{0,h}^j$  и  $\mathbf{q}_{0,h}$  приведено на рис. 1. Из условия поперечности полей следует, что  $E_{0,h}^{(3)} = 0$ .

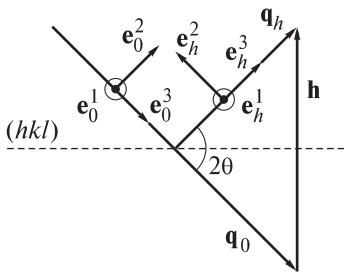


Рис. 1. Схема расположения единичных векторов  $\mathbf{e}_{0,h}^j$ , волновых векторов проходящего  $\mathbf{q}_0$  и дифрагированного  $\mathbf{q}_h$  излучения и вектора обратной решетки  $\mathbf{h}$ .  $(hkl)$  — отражающая плоскость

Домножив выражения (2), (3) слева на  $\mathbf{e}_0^i$  и  $\mathbf{e}_h^i$  ( $i = 1, 2$ ) и введя обозначения  $C^{(i)} = (\mathbf{e}_0^i, \mathbf{e}_h^i) = \{1 (i = 1); \cos 2\theta (i = 2)\}$ ,  $C^{(3)} = \sin 2\theta$ , где  $\theta$  — угол между падающим излучением и отражающими плоскостями  $(hkl)$ , получим следующую основную систему уравнений динамической теории РД:

$$\begin{aligned} & (\delta_0 - \chi_{11}^0) E_0^{(1)} - C^{(1)} \chi_{11}^{-h} E_h^{(1)} - \chi_{12}^0 E_0^{(2)} - \\ & - (C^{(2)} \chi_{12}^{-h} - C^{(3)} \chi_{13}^{-h}) E_h^{(2)} = 0, \\ & - C^{(1)} \chi_{11}^h E_0^{(1)} + (\delta_h - \chi_{11}^0) E_h^{(1)} - \chi_{12}^h E_0^{(2)} - \\ & - (C^{(2)} \chi_{12}^0 - C^{(3)} \chi_{13}^0) E_h^{(2)} = 0, \\ & - \chi_{21}^0 E_0^{(1)} - \chi_{21}^{-h} E_h^{(1)} + (\delta_0 - \chi_{22}^0) E_0^{(2)} - \\ & - (C^{(2)} \chi_{22}^{-h} - C^{(3)} \chi_{23}^{-h}) E_h^{(2)} = 0, \\ & - (C^{(2)} \chi_{21}^h - C^{(3)} \chi_{31}^h) E_0^{(1)} - (C^{(2)} \chi_{21}^0 - C^{(3)} \chi_{31}^0) E_h^{(1)} - \\ & - (C^{(2)} \chi_{22}^h - C^{(3)} \chi_{32}^h) E_0^{(2)} + \\ & + \{(\delta_h - [\chi_{22}^0 C^{(2)2} - \chi_{33}^0 C^{(3)2}]) + \\ & + C^{(2)} C^{(3)} (\chi_{23}^0 - \chi_{32}^0)\} E_h^{(2)} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Отличие системы уравнений (4) от хорошо известной основной системы динамической теории состоит в наличии недиагональных элементов тензора ДП  $\chi$ . Если предположить, что  $\chi$  — скалярная

величина, то система (4) совпадает с традиционной основной системой динамической теории [6].

Система основных уравнений имеет нетривиальное решение только в случае равенства нулю детерминанта этой системы:

$$\det A = 0, \quad (5)$$

где  $A$  — матрица коэффициентов (4). Дисперсионное уравнение (5) позволяет с привлечением граничных условий для волновых векторов на границе раздела двух сред найти величины волновых векторов  $\mathbf{q}_{0,h}$  в кристалле.

В немагнитных кристаллах тензор ДП имеет вид  $\chi_{ij} = (\chi_0 + \chi'_0 + i\chi''_0)\delta_{ij} + \chi'_{ij}$ ,  $\chi_0$  вызван потенциальным вкладом в диэлектрические свойства кристалла;  $\chi'_0$ ,  $\chi''_0$  — добавки, включающие в себя изотропную часть эффектов дисперсии и поглощения; а  $\chi'_{ij}$  вызван анизотропным резонансным вкладом [1, 8, 9]:

$$\begin{aligned} \chi'_{jm} = & \chi_{jm}^{\text{dd}} + i\chi_{jmn}^{\text{dqs}}(k_n' - k_n) + i\chi_{jmn}^{\text{dqa}}(k_n' + k_n) + \\ & + \chi_{jnmnp}^{\text{qq}} k_n' k_p + \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  — волновые векторы соответственно падающей и рассеянной волн;  $\chi_{jm}^{\text{dd}}$ ,  $\chi_{jmn}^{\text{dq}}$  и  $\chi_{jnmnp}^{\text{qq}}$  — диполь-дипольный (ДД), диполь-квадрупольный (ДК) и квадруполь-квадрупольный вклады в резонансную часть ДП, а верхние индексы «s» и «a» отвечают симметричной и антисимметричной частям ДК-вклада.

Последовательное описание тензора ДП строится на основе квантово-механической теории, требует знания атомных и кристаллических волновых функций электронов [8–10] и выходит за рамки настоящей работы. Необходимо отметить, что компоненты тензора ДП вычисляются предварительно (вычисление тензора  $\chi_{ij}$  можно провести, например, при помощи программы FDMNES [11]) и затем считаются постоянным в расчетах по динамической теории дифракции.

Перейдем к анализу дисперсионного уравнения (5). В силу непрерывности тангенциальных (вдоль поверхности) составляющих волновых векторов падающей на кристалл волны  $\mathbf{k}_0$  и проходящей волны в среде  $\mathbf{q}_0$ , вектор  $\mathbf{q}_0$  получает приращение только вдоль нормали к поверхности  $\mathbf{n}$  (направленной в глубь среды) т. е.  $\mathbf{q}_0 = \mathbf{k}_0 + k_0 \epsilon \mathbf{n}$ , где  $\epsilon$  — так называемая аккомодация [6], подлежащая дальнейшему определению.

Таким образом, подставив тензор ДП в виде (6) в (5), получим, что дисперсионное уравнение является уравнением восьмой степени относительно величины аккомодации  $\epsilon$  и внутри кристалла может распространяться 8 проходящих и 8 дифрагированных волн. При этом в случае толстого кристалла следует выбирать только такие решения, для которых  $\text{Im } \epsilon_j > 0$ .

## 2. Геометрия Брэгга

Рассмотрим задачу о зеркальном и дифракционном отражении плоской монохроматической волны  $\mathbf{E}_0 \exp(i\mathbf{k}_0 \mathbf{r})$  от идеального монокристалла в условиях РД. Решение задачи будем проводить в наиболее общем случае скользящей некомпланарной брэгговской дифракции [12, 13].

Излучение падает из вакуума под произвольным углом скольжения  $\varphi_0$  по отношению к поверхности так, что одновременно имеет место дифракционное отражение от атомно-кристаллических плоскостей, составляющих угол  $\psi$  по отношению к нормали  $\mathbf{n}$ , направленной в глубь кристалла вдоль оси  $z$ .

Поле в вакууме над поверхностью кристалла ( $z \leq 0$ ) состоит из трех волн:

$$\mathbf{E}_{\text{vac}}(\mathbf{r}) = A_0 \exp(i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}) + A_S \exp(i\mathbf{k}_S \mathbf{r}) + A_h \exp(i\mathbf{k}_h \mathbf{r}), \quad (7)$$

где  $A_0$ ,  $A_S$  и  $A_h$  — амплитуды падающей, зеркально отраженной и дифрагированной волн соответственно,  $|\mathbf{k}_0| = |\mathbf{k}_S| = |\mathbf{k}_h| = k_0$ ,  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $k_{Sz} = -k_{0z}$ . Рентгеновская волна возбуждает в кристалле когерентную суперпозицию проходящей и дифрагированной волн

$$\mathbf{E}_{\text{cr}}(\mathbf{r}) = E_0 \exp(i\mathbf{q}_0 \mathbf{r}) + E_h \exp(i\mathbf{q}_h \mathbf{r}), \quad (8)$$

где  $E_{0,h}$  — амплитуды,  $\mathbf{q}_{0,h}$  — волновые векторы проходящей и дифрагированной волн в кристалле. Амплитуды  $E_0, E_h$  в (8) удовлетворяют системе динамических уравнений (4), а величина  $\varepsilon$  определяется из уравнения (5).

Анализ корней дисперсионного уравнения показывает, что в геометрии Брэгга только 4 корня  $\varepsilon_j$  удовлетворяют условию  $\text{Im} \varepsilon_j > 0$ , и в кристалле могут распространяться 4 проходящих и 4 дифрагированных волны.

Для определения амплитуд полей в (7), (8) нужно записать условия непрерывности тангенциальных компонент электрических и магнитных полей на границе кристалл–вакуум. В итоге получим систему уравнений

$$A_0^\sigma + A_s^\sigma = \sum_{j=1}^4 E_{0j}^\sigma, \quad \gamma_0 (A_0^\sigma - A_s^\sigma) = \sum_{j=1}^4 \Gamma_{0j} E_{0j}^\sigma, \\ A_h^\sigma = \sum_{j=1}^4 R_{hj}^\sigma E_{0j}^\sigma, \quad -\gamma_h A_h^\sigma = \sum_{j=1}^4 \Gamma_{hj} R_{hj}^\sigma E_{0j}^\sigma, \quad (9)$$

$$A_0^\pi + A_s^\pi = \sum_{j=1}^4 R_{0j}^{\sigma\pi} E_{0j}^\sigma, \quad \gamma_0 (A_0^\pi - A_s^\pi) = \sum_{j=1}^4 \Gamma_{0j} R_{0j}^{\sigma\pi} E_{0j}^\sigma, \\ A_h^\pi = \sum_{j=1}^4 R_{hj}^\pi R_{0j}^{\sigma\pi} E_{0j}^\sigma, \quad -\gamma_h A_h^\pi = \sum_{j=1}^4 \Gamma_{hj} R_{hj}^\pi R_{0j}^{\sigma\pi} E_{0j}^\sigma, \quad (10)$$

где верхний индекс  $\sigma$  отвечает  $\sigma$ -компоненте, а  $\pi$  —  $\pi$ -компоненте,  $\gamma_0 = k_{0z}/k_0$ ,  $\gamma_{h0} = (\mathbf{k}_0 + \mathbf{h})_z/k_0$ . Если  $\varphi_0$  — скользящий угол падения излучения

на кристалл, то  $\gamma_0 = \sin \varphi_0$ ,  $\gamma_{h0} = \gamma_0 - \psi_B$ , где  $\psi_B = 2 \sin \psi \sin \theta_B$  — эффективный параметр угла наклона отражающих плоскостей ( $\psi > 0$ ,  $h_z < 0$ ), а  $\theta_B$  — угол Брэгга, который определяется из соотношения  $h = 2k_0 \sin \theta_B$ .

Пусть  $\varphi_h$  — угол выхода дифрагированного излучения в вакуум по отношению к поверхности, тогда  $z$ -проекция  $k_{hz} = -k_0 \gamma_h$ , где  $\gamma_h = \sin \varphi_h$  ( $\varphi_h > 0$ ). Дифракционное отражение в область  $z < 0$  (геометрия Брэгга) реализуется при таких углах скольжения  $\varphi_0$ , что  $\gamma_0 < \psi_B$ , т. е.  $\gamma_{h0} < 0$ . Угол выхода  $\varphi_h$  при заданных углах  $\varphi_0$  и  $\psi$  определяется выражением [12]  $\gamma_h = (\gamma_{h0}^2 + \alpha)^{1/2}$ , где параметр  $\alpha = 1 - (\mathbf{k}_0 + \mathbf{h})^2/k_0^2 = 2\Delta\theta \sin 2\theta_B$  характеризует угловую отстройку падающего излучения от угла Брэгга, а условие  $\alpha > -\gamma_{h0}^2$  задает допустимые отклонения  $\Delta\theta = \theta - \theta_B$  от точного угла Брэгга.

В (9), (10) введены обозначения  $\Gamma_{0j} = \gamma_0 + \varepsilon_j$ ,  $\Gamma_{hj} = \gamma_{h0} + \varepsilon_j$  ( $j = 1-4$ ) и учтены связи между амплитудами дифрагированных и проходящих волн в кристалле:  $E_{hj}^\sigma = R_{hj}^\sigma E_{0j}^\sigma$ ,  $E_{hj}^\pi = R_{hj}^\pi E_{0j}^\pi$ ,  $E_{0j}^\pi = R_{0j}^{\sigma\pi} E_{0j}^\sigma$ , следующие из (4).

Решение системы (9), (10) для амплитуд зеркально отраженных и дифрагированных волн имеет вид

$$A_s^\sigma = \frac{1}{2\gamma_0} \sum_{j=1}^4 (\gamma_0 - \Gamma_{0j}) (T_j^\sigma A_0^\sigma + T_j^\pi A_0^\pi), \quad (11)$$

$$A_s^\pi = \frac{1}{2\gamma_0} \sum_{j=1}^4 (\gamma_0 - \Gamma_{0j}) R_{0j}^{\sigma\pi} (T_j^\sigma A_0^\sigma + T_j^\pi A_0^\pi), \quad (12)$$

$$A_h^\sigma = \sum_{j=1}^4 R_{hj}^\sigma (T_j^\sigma A_0^\sigma + T_j^\pi A_0^\pi), \quad (13)$$

$$A_h^\pi = \sum_{j=1}^4 R_{hj}^\pi R_{0j}^{\sigma\pi} (T_j^\sigma A_0^\sigma + T_j^\pi A_0^\pi), \quad (14)$$

где введены следующие обозначения:

$$T_1 = G_{41}G_{52} - G_{51}G_{42}, \quad T_1^\sigma = -2\gamma_0 G_{42}/T_1, \\ T_1^\pi = 2\gamma_0 G_{52}/T_1, \quad T_2^\sigma = 2\gamma_0 G_{41}/T_1, \quad T_2^\pi = -2\gamma_0 G_{51}/T_1, \\ G_{1j} = \{R_{hj}^\sigma(\gamma_h + \Gamma_{hj})\}/\{R_{h4}^\sigma(\gamma_h + \Gamma_{h4})\}, \\ G_{2j} = \{R_{hj}^\sigma R_{0j}^{\sigma\pi}(\gamma_h + \Gamma_{hj})\}/\{R_{h4}^\sigma R_{0j}^{\sigma\pi}(\gamma_h + \Gamma_{h4})\}, \\ G_{3j} = (G_{2j} - G_{1j})/(G_{23} - G_{13}), \\ G_{4j} = R_{0j}^{\sigma\pi}(\gamma_0 + \Gamma_{0j}) - R_{03}^{\sigma\pi}(\gamma_0 + \Gamma_{03})G_{3j} - \\ - R_{04}^{\sigma\pi}(\gamma_0 + \Gamma_{04})\{G_{1j} - G_{13}G_{3j}\}, \\ G_{5j} = (\gamma_0 + \Gamma_{0j}) - (\gamma_0 + \Gamma_{03})G_{3j} - \\ - (\gamma_0 + \Gamma_{04})\{G_{1j} - G_{13}G_{3j}\}.$$

Соотношения (11)–(14) представляют собой точное решение задачи зеркального и дифракционного отражения РИ от идеального кристалла в геометрии Брэгга. Они справедливы для любых углов

$\varphi_0$  при  $\gamma_0 \leq \psi_B$  и любых допустимых отклонений  $\alpha \geq -(\gamma_0 - \psi_B)^2$  от точного угла Брэгга и, как легко показать, в случае диагонального тензора ДП сводятся к полученным ранее соотношениям в нерезонансной теории [13].

### 3. Аномальное прохождение

Рассмотрим частный случай дифракционного отражения от совершенного монокристалла, обладающего кристаллической решеткой с кубической симметрией. В этом случае тензор ДП диагональный, а система уравнений (4) однородна относительно состояний поляризации. Для упрощения задачи учтем только главный ДД-вклад в резонансную часть ДП (6).

Таким образом, фурье-компоненты тензора ДП примут вид  $\tilde{\chi}^{0,\pm h} = \chi^{0,\pm h} \delta_{ij} + \chi_{ii}^{0,\pm h} \delta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), где опущены верхние индексы «dd» у элементов  $\chi_{ii}$ , а система уравнений динамической теории РД (4) — вид

$$\begin{aligned} (\delta_0 - \chi^0) E_0^{(1)} - \chi_{11}^0 E_0^{(1)} - \chi^{-h} E_h^{(1)} - \chi_{11}^{-h} E_h^{(1)} &= 0, \\ -\chi^h E_0^{(1)} - \chi_{11}^h E_0^{(1)} + (\delta_h - \chi^0) E_h^{(1)} - \chi_{11}^0 E_h^{(1)} &= 0, \\ (\delta_0 - \chi^0) E_0^{(2)} - \chi_{22}^0 E_0^{(2)} - C^{(2)} \chi^{-h} E_h^{(2)} - \\ - C^{(2)} \chi_{22}^{-h} E_h^{(2)} &= 0, \\ C^{(2)} \chi^h E_0^{(2)} - C^{(2)} \chi_{22}^h E_0^{(2)} + (\delta_h - \chi^0) E_h^{(2)} - \\ - (\chi_{22}^0 C^{(2)2} - \chi_{33}^0 C^{(3)2}) E_h^{(2)} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Пренебрегая квадратичными по величине  $\varepsilon$  членами (не рассматриваем скользящие схемы дифракции) для корней  $\varepsilon_i$  первого и второго уравнений (15), получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,2} &= [\{\eta^0(\gamma_0 + \gamma_{h0}) + \gamma_0 \alpha\} \pm \\ &\pm \{\eta^0(\gamma_0 - \gamma_{h0}) + \gamma_0 \alpha\}^2 + 4\gamma_0 \gamma_{h0} \eta^h \eta^{-h}\}^{1/2}] / 4\gamma_0 \gamma_{h0}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\eta^{0,\pm h} = \chi^{0,\pm h} + \chi_{11}^{0,\pm h}$ . Видно, что если параметр

$$\Delta = \eta^0 \eta^0 - \eta^h \eta^{-h} = 0, \quad (17)$$

то при точном выполнении условия Брэгга ( $\alpha = 0$ ) корень  $\varepsilon_2$  обращается в нуль и одна из волн будет распространяться без поглощения. Ситуации, в которых для одного из корней  $\text{Im } \varepsilon_j = 0$ , будем называть случаями аномального прохождения. Ранее в [14] исследовался эффект аномального прохождения  $\gamma$ -квантов, резонансно взаимодействующих с ядрами в кристалле.

Возникает вопрос, возможна ли ситуация, при которой параметр  $\Delta$  (17) обращается в нуль или хотя бы достигает своего минимального значения. В качестве примера на рис. 2 приведены расчетные энергетические зависимости действительной и мнимой частей параметра  $\Delta$  для отражения Ge(224) вблизи  $K$ -края поглощения германия. Вычисления проводились при помощи программы FDMNES [11] для кластера Ge, состоящего из 100 атомов [15].

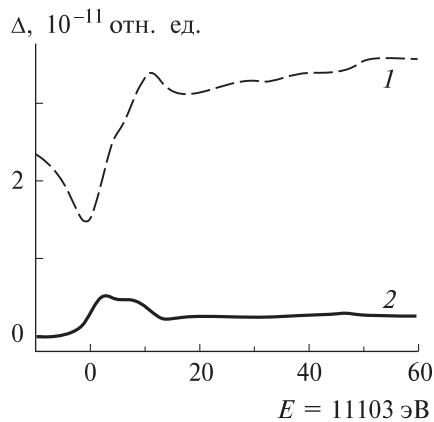


Рис. 2. Энергетическая зависимость действительной (1) и мнимой (2) части параметра  $\Delta$  (17) для «запрещенного» отражения (224) вблизи  $K$ -края поглощения Ge ( $E_K = 11103$  эВ)

Видно, что при энергии падающего излучения, примерно на 1 эВ меньшей энергии  $K$ -края поглощения, параметр  $\Delta$  принимает свое минимальное значение. Таким образом, действительно можно говорить о том, что на левом краю  $K$ -края поглощения Ge возможно наблюдение эффекта аномального прохождения.

Амплитудный коэффициент дифракционного отражения в рассматриваемом случае определяется выражением  $R_{1,2} = (2\gamma_0 \varepsilon - \eta^0)/\eta^{-h}$ , и кривая дифракционного отражения (КДО) в РД, так же как и в нерезонансной, имеет вид пика с практически плоской вершиной в области углов  $\Delta\theta_0 - \Delta\theta_B \leq \Delta\theta \leq \Delta\theta_0 + \Delta\theta_B$ , где выражение под знаком квадратного корня в (16) отрицательно:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_0 &= -\text{Re}(\chi^0)(1+b)/2b \sin 2\theta_B - \\ &- \text{Re}(\chi_{11}^0)(1+b)/2b \sin 2\theta_B \end{aligned} \quad (18)$$

— смещение брэгговского максимума от угла  $\theta_B$  в результате преломления РИ, а  $\Delta\theta_B = \text{Re}(\{\eta^h \eta^{-h}\}^{1/2})/b^{1/2} \sin 2\theta_B$  — полуширина КДО на половине высоты. Второе слагаемое в выражении (18) описывает дополнительное смещение брэгговского максимума за счет эффектов РД.

Таким образом, в настоящей работе построена динамическая теория резонансной дифракции рентгеновского излучения в совершенных кристаллах. Показано, что основные уравнения динамической теории дифракции являются частным случаем резонансной динамической теории. Показана возможность явления аномального прохождения сквозь кристалл излучения с энергией, близкой к энергии краев поглощения атомов.

Автор выражает глубокую благодарность М. А. Андреевой, В. А. Бушуеву и Е. Н. Овчинниковой за интерес к работе и плодотворные обсуждения

полученных результатов. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 04-02-16866 и 05-02-16770).

## Литература

1. Дмитриенко В.Е., Овчинникова Е.Н. // Кристаллография. 2003. **48**, № 6. С. 59.
2. Hodeau J.L., Favre-Nicolin V., Bos S. et al. // Chem. Rev. 2001. **101**. Р. 1843.
3. Беляков В.А., Дмитриенко В.Е. // УФН. 1989. **158**, № 4. С. 679.
4. Ведринский Р.В., Козырев В.Э., Новакович А.А., Гончар А.А. // Исследовано в России. 2005. **129**. С. 1311 (<http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2005/129.pdf>).
5. Darwin C.G. // Phil. Mag. 1917. **19**. Р. 315, 675.
6. Пинскер З.Г. Рентгеновская кристаллооптика. М., 1982.
7. Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М., 1979.
8. Колпаков А.В., Бушуев В.А., Кузьмин Р.Н. // УФН. 1978. **126**, № 3. С. 479.
9. Blume M. Resonant anomalous X-Ray scattering / Eds. G. Materlik, C.J. Sparks, K. Fisher. Amsterdam, 1994. Р. 495.
10. Ландау Л.Д., Лишинец Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., 1992.
11. [http://www-cristallo.polycnrs-gre.fr/Themes\\_de\\_recherche/Simul/](http://www-cristallo.polycnrs-gre.fr/Themes_de_recherche/Simul/).
12. Александров П.А., Афанасьев А.М., Степанов С.А. // Кристаллография. 1984. **29**, № 2. С. 197.
13. Бушуев В.А., Орешко А.П. // ФТТ. 2001. **43**, № 5. С. 906.
14. Афанасьев А.М., Каган Ю. // ЖЭТФ. 1973. **64**, № 3. С. 1558.
15. Орешко А.П., Дмитриенко В.Е., Жоли Ив и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2004. **68**, № 4. С. 578.

Поступила в редакцию  
15.05.06