

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.12.01

## ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ПЛОТНОЙ КВАРКОВОЙ СРЕДЕ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ПОСТОЯННОЙ КРИВИЗНЫ

В. Ч. Жуковский, А. В. Тюков, Д. Эберт\*)

(кафедра теоретической физики)

E-mail: zhukovsk@phys.msu.ru

**Изучается влияние гравитационного поля на образование кваркового и дикваркового конденсатов в рамках расширенной модели Намбу–Йона-Лазинио (НЙЛ). В приближении среднего поля получено выражение для эффективного потенциала с учетом конечной температуры и плотности кварковой среды в статическом гравитационном поле постоянной кривизны.**

**Введение**

При достаточно большой плотности барионов (температура мала) в КХД предсказывается возникновение фазы с цветовой сверхпроводимостью (ЦСП). В ней возможно образование связанных состояний двух кварков — куперовских пар, конденсат которых  $\langle qq \rangle$  в вакууме отличен от нуля, что свидетельствует о нарушении цветовой симметрии. По аналогии с обычной сверхпроводимостью это явление получило название цветовой сверхпроводимости.

Свойства ЦСП-фазы обсуждались в работах [1–3] более 20 лет назад. Недавно возможность образования ЦСП в плоском пространстве рассматривалась на основе различных низкоэнергетических приближений КХД, таких как инстантонная модель [4–8], модель Намбу–Йона-Лазинио (НЙЛ) [9] и др. [10–12]. В то же время при изучении свойств кварковой материи внутри компактных нейтронных и кварковых звезд, а также эффектов в ранней Вселенной нельзя не учитывать влияние внешнего гравитационного поля [13, 14].

В данной работе в рамках модели НЙЛ изучается влияние гравитационного поля на образование ЦСП. Также рассмотрено влияние температуры и химического потенциала (плотности барионов). Для учета эффектов гравитации рассматривается статическая Вселенная Эйнштейна. Рассмотренная модель, однако, может быть применима не только ко Вселенной в целом, но и давать качественное представление об образовании дикваркового конденсата в ядрах нейтронных звезд.

**Модель и эффективный потенциал**

Будем рассматривать расширенную модель НЙЛ с двумя ароматами кварков. В искривленном  $D$ -мер-

ном пространстве с сигнатурой  $(+, -, -, -, \dots)$  лагранжиан теории имеет вид

$$\mathcal{L} = \bar{q} \left[ i\gamma^\mu \nabla_\mu + \mu\gamma^0 \right] q + \frac{G_1}{2N_c} \left[ (\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma^5\tau q)^2 \right] + \frac{G_2}{N_c} \left[ i\bar{q}_c \epsilon^b \gamma^5 q \right] \left[ i\bar{q} \epsilon^b \gamma^5 q_c \right]. \quad (1)$$

В формуле (1) через  $\nabla_\mu$  обозначена спинорная производная  $\nabla_\mu = \partial_\mu + \Gamma_\mu$ , где  $\Gamma_\mu = \frac{1}{2} \omega_\mu^{ab} \Sigma_{ab}$ ,  $\omega_\mu^{ab}$  — спинорная связность, а  $\Sigma_{ab} = \frac{1}{4} [\gamma_a, \gamma_b]$ ;  $\mu$  — химический потенциал кварков. В дальнейшем будем считать  $N_f = 2$ , а  $N_c = 3$ . Кварковое поле  $q \equiv q_{i\alpha}$  является дублетом ароматов и цветовым триплетом, где  $i = 1, 2$ ;  $\alpha = 1, 2, 3$ . Через  $\tau \equiv (\tau^1, \tau^2, \tau^3)$  обозначены матрицы Паули в пространстве ароматов;  $(\epsilon)^{ik} \equiv \epsilon^{ik}$ ,  $(\epsilon^b)^{\alpha\beta} \equiv \epsilon^{\alpha\beta b}$  — полностью антисимметричные тензоры в пространстве ароматов и цветовом пространстве соответственно.

Сделаем в лагранжиане (1) преобразование Хаббарда–Стратоновича, вводя вспомогательные бозонные поля:

$$\tilde{\mathcal{L}} = \bar{q} \left[ i\gamma^\mu \nabla_\mu + \mu\gamma^0 \right] q - \bar{q} \left( \sigma + i\gamma^5 \tau \pi \right) q - \frac{3}{2G_1} (\sigma^2 + \pi^2) - \frac{3}{G_2} \Delta^{*b} \Delta^b - \Delta^{*b} \left[ iq^t C \epsilon^b \gamma^5 q \right] - \Delta^b \left[ i\bar{q} \epsilon^b \gamma^5 C \bar{q}^t \right]. \quad (2)$$

Поля  $\sigma$  и  $\pi$  являются цветовыми синглетами, а  $\Delta^b$  — цветовым антитриплетом и синглетом по отношению к киральной группе. Следовательно, если  $\langle \sigma \rangle \neq 0$ , то динамически нарушается киральная симметрия, а если  $\langle \Delta^b \rangle \neq 0$ , то нарушается цвето-

\*) Humboldt University, Berlin, FRG.

вая симметрия, так как поле  $\langle \Delta^b \rangle$  несет цветовой заряд.

Эффективное действие для бозонных полей выражается через интеграл по кварковым полям:

$$\begin{aligned} \exp \left\{ iS_{\text{eff}}(\sigma, \boldsymbol{\pi}, \Delta^b, \Delta^{*b}) \right\} &= \\ &= N' \int [dq] [d\bar{q}] \exp \left\{ i \int d^D x \sqrt{-g} \tilde{\mathcal{L}} \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Проводя  $1/N$  разложение и ограничиваясь старшим членом, поля  $\sigma$ ,  $\boldsymbol{\pi}$ ,  $\Delta^b$  и  $\Delta^{*b}$  можно заменить их средними по вакууму значениями  $\langle \sigma \rangle$ ,  $\langle \boldsymbol{\pi} \rangle$ ,  $\langle \Delta^b \rangle$  и  $\langle \Delta^{*b} \rangle$  соответственно, которые мы обозначим теми же буквами. Выберем основное состояние нашей модели:  $\langle \Delta^1 \rangle = \langle \Delta^2 \rangle = \langle \boldsymbol{\pi} \rangle = 0$  и  $\langle \sigma \rangle$ ,  $\langle \Delta^3 \rangle \neq 0$ . Очевидно, что подобный выбор нарушает цветовую симметрию до остаточной группы  $SU_c(2)$ .

Найдем эффективный потенциал, глобальная точка минимума которого определит величины  $\langle \sigma \rangle$  и  $\langle \Delta^3 \rangle$ . По определению  $S_{\text{eff}} = -V_{\text{eff}} \int d^D x \sqrt{-g}$ . Тогда получим

$$V_{\text{eff}} = \frac{3\sigma^2}{2G_1} + \frac{3\Delta^b \Delta^{*b}}{G_2} + \tilde{V}, \quad \tilde{V} = -\frac{\tilde{S}}{v}, \quad v = \int d^D x \sqrt{-g}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \exp(i\tilde{S}(\sigma, \Delta)) &= N' \det \left[ (i\hat{\nabla} - \sigma + \mu\gamma^0) \right] \times \\ &\times \det^{1/2} \left[ 4|\Delta|^2 + (-i\hat{\nabla} - \sigma + \mu\gamma^0)(i\hat{\nabla} - \sigma + \mu\gamma^0) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Будем рассматривать статическую  $D$ -мерную Вселенную Эйнштейна с метрикой

$$ds^2 = dt^2 - a^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\Omega_{D-2}), \quad (6)$$

где  $a$  — радиус Вселенной, связанный со скалярной кривизной соотношением  $R = (D-1)(D-2)a^{-2}$ . Используя результаты [14, 15], получим эффективный потенциал при конечной температуре:

$$\begin{aligned} V_{R\mu T}(\sigma, \Delta) &= N_c \left( \frac{\sigma^2}{2G_1} + \frac{|\Delta|^2}{G_2} \right) - \\ &- \frac{2N_f}{V} (N_c - 2) \sum_{l=0}^{\infty} d_l \left\{ E_l + T \ln \left( 1 + e^{-\beta(E_l - \mu)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + T \ln \left( 1 + e^{-\beta(E_l + \mu)} \right) \right\} - \\ &- \frac{2N_f}{V} \sum_{l=0}^{\infty} d_l \left\{ \sqrt{(E_l - \mu)^2 + 4|\Delta|^2} + \right. \\ &+ \sqrt{(E_l + \mu)^2 + 4|\Delta|^2} + 2T \ln \left( 1 + e^{-\beta\sqrt{(E_l - \mu)^2 + 4|\Delta|^2}} \right) + \\ &\quad \left. + 2T \ln \left( 1 + e^{-\beta\sqrt{(E_l + \mu)^2 + 4|\Delta|^2}} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $V$  — объем Вселенной:

$$V(a) = \frac{2\pi^{D/2} a^{D-1}}{\Gamma(\frac{D}{2})}, \quad (8)$$

$$E_l = \sqrt{\frac{1}{a^2} \left( l + \frac{N}{2} \right)^2 + \sigma^2}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

$$d_l = \frac{2^{[(D+1)/2]} \Gamma(D+l-1)}{l! \Gamma(D-1)}, \quad (10)$$

(в последнем выражении  $[x]$  обозначает целую часть  $x$ ).

### Фазовые переходы

В дальнейшем мы фиксируем константу  $G_2$  соотношением  $G_2 = \frac{3}{8}G_1$  (см. [7, 15]). Для численных оценок выберем константу  $G_1$  таким образом, чтобы симметрии были полностью нарушены в вакууме. Будем считать  $G_1 = 10$  (сильная связь) и  $D = 4$ .

### Случай $T = 0$

На рис. 1 представлена фазовая диаграмма системы при нулевой температуре, где цифрами 1, 2 и 3 обозначены симметричная, киральная и сверхпроводящая фазы соответственно. Для точек фазы 1 глобальный минимум эффективного потенциала достигается при  $\sigma = 0$ ,  $\Delta = 0$  (киральная и цветовая симметрии не нарушены). В области фазы 2 нарушена только киральная симметрия и  $\sigma \neq 0$ ,  $\Delta = 0$ . Точкам фазы 3 соответствует образование дикваркового конденсата (цветовой сверхпроводимости) и минимум при  $\sigma = 0$ ,  $\Delta \neq 0$ . Пунктирной линией на рисунке обозначен фазовый переход первого рода, а сплошной кривой — второго рода.

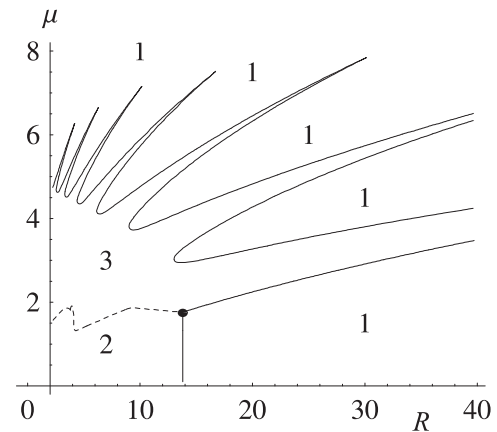


Рис. 1. Фазовая диаграмма при  $T = 0$

Видно, что граница ЦСП-фазы представляет собой осциллирующую кривую. Похожие осцилляционные эффекты были подробно исследованы в целом ряде работ, посвященных нарушению киральной симметрии в магнитном поле [16, 17]. Подобный эффект встречается в самых различных областях физики и обусловлен дискретностью энергетических уровней.

### Случай $T \neq 0$

Заметим, что, как и в плоском случае (см. [7]), в широком диапазоне параметров  $R, \mu, T$  не возникает смешанной фазы, в которой оба конденсата  $\sigma$  и  $\Delta$  отличны от нуля. Фазовые кривые при  $T \neq 0$  изображены на рис. 2 и 3.

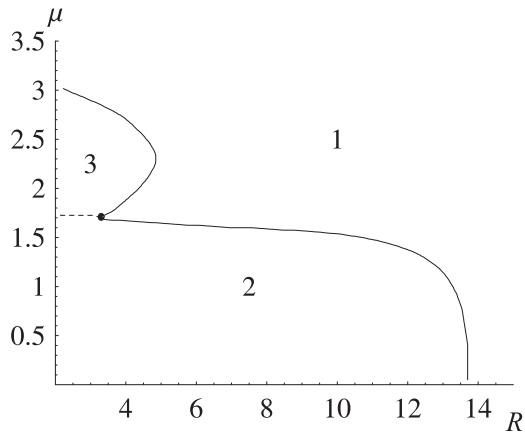


Рис. 2. Фазовая диаграмма при  $T = 0.7$

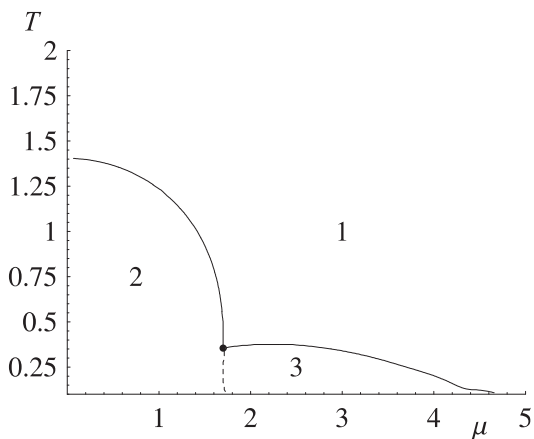


Рис. 3. Фазовая диаграмма при  $R = 3$

Из рис. 2 следует, что при увеличении кривизны происходит фазовый переход второго рода, и симметрии восстанавливаются. При увеличении температуры также происходит переход второго рода. Такое поведение, а также сходство графиков в осях  $R-\mu$  и  $\mu-T$  говорит о том, что параметры  $R$  и  $T$  играют похожую роль в восстановлении нарушенной симметрии.

В настоящей работе был проведен последовательный учет влияния гравитационного поля, химического потенциала и температуры на возникновение

цветовой сверхпроводимости. Было получено точное по кривизне решение, позволяющее рассматривать фазовые переходы вблизи критической точки  $R_c$ . Рассмотренная модель может качественно отражать особенности образования дикваркового конденсата в компактных нейтронных звездах.

Один из авторов (В.Ч.Ж.) признателен проф. М. Мюллеру-Пройскеру (Университет Гумбольдта) за гостеприимство. Авторы также благодарят И. Е. Фролова за консультации по вопросам численных расчетов и К. Т. Клименко за плодотворные дискуссии.

Работа поддержана DAAD.

### Литература

1. Barrois B.C. // Nucl. Phys. 1977. **B129**. P. 390.
2. Frautschi S.C. // Proc. Workshop on Hadronic Matter at Extreme Energy Density / Ed. N. Cabibbo. Erice, Italy, 1978.
3. Bailin D., Love A. // Phys. Reports. 1984. **107**. P. 325.
4. Rapp R., Schafer T., Shuryak E.A., Velkovsky M. // Phys. Rev. Lett. 1998. **81**. P. 53.
5. Alford M., Rajagopal K., Wilczek F. // Phys. Lett. 1998. **B422**. P. 247; Nucl. Phys. 1999. **B537**. P. 443.
6. Langfeld K., Rho M. // Nucl. Phys. 1999. **A660**. P. 475.
7. Berges J., Rajagopal K. // Nucl. Phys. 1999. **B538**. P. 215.
8. Schwarz T.M., Klevansky S.P., Papp G. // Phys. Rev. 1999. **C60**. P. 055205.
9. Nambu Y., Jona-Lasinio G. // Phys. Rev. 1961. **122**. P. 345; **124**. P. 246.
10. Hufner J., Klevansky S.P., Zhuang P. // Ann. Phys. 1994. **234**. P. 225.
11. Mishustin I.N. et al. // Phys. Rev. 2000. **C62**. P. 034901.
12. Hanauske M., Satarov L.M., Mishustin I.N. et al. // Phys. Rev. 2001. **D64**. P. 043005.
13. Inagaki T., Odintsov S.D., Muta T. // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1997. **127**. P. 93; hep-th/9711084.
14. Huang X., Hao X., Zhuang P. // hep-ph/0602186.
15. Ebert D., Khudiyakov V.V., Klimenko K.G., Zhukovsky V.Ch. // Phys. Rev. 2002. **D65**. P. 054024; hep-ph/0106110.
16. Ebert D., Klimenko K.G., Vdovichenko M.A., Vshivtsev A.S. // Phys. Rev. 2000. **D61**. P. 025005; hep-ph/9905253.
17. Vshivtsev A.S., Zhukovsky V.Ch., Klimenko K.G. // J. Exp. Theor. Phys. 1997. **84**. P. 1047; Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1997. **111**. P. 1921.

Поступила в редакцию  
27.12.06