

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 537.3

О КВАНТОВОЙ ФОРМУЛЕ НАЙКВИСТА

Б. А. Векленко^{*)}, А. А. Рухадзе

(кафедра физической электроники)

E-mail: veklenkoba@yandex.ru

Обсуждается тезис Ю. Л. Климонтовича о необоснованности квантовой формулы Найквиста. Показывается также некорректность в квантовой области флюктуационной формулы С. М. Рытова, теории сил Казимира в изложении Е. М. Лифшица и квантовой формулы Найквиста, объединенных общей причиной.

Вышла в свет книга Ю. Л. Климонтовича «Штрихи к портретам ученых. Дискуссионные вопросы статистической физики» [1], в которой автор высказывает свои суждения о некоторых нерешенных вопросах современной физики. Ю. Л. Климонтовичем еще в 1987 г. было высказано [2] утверждение о необоснованности квантовой формулы Найквиста, с 1928 г. [3] переписываемой в учебниках, справочниках и монографиях [4, 5]. Это тонкий вопрос. Дело в том, что релаксационные постоянные, каковым является сопротивление электрической цепи R , появляются в теории лишь в результате приближенных вычислений. Таким образом, речь идет о том, что в квантовой формуле Найквиста не может содержаться феноменологическая константа, которая в иных условиях удовлетворительно описывает кинетические явления. Работа Ю. Л. Климонтовича вызвала резкую критику [6], но, к сожалению, дискуссия была прекращена, а суть проблемы так и не выяснена [7]. Завершение книги воспоминаний датируется 2002 г. Из нее следует, что и по прошествии многих лет Ю.Л. не отказался от своей точки зрения.

В 1998 г. в работе [8] было показано, что согласно распределению Гиббса одновременные квантовые средние в состоянии термодинамического равновесия определяются исключительно упругими процессами взаимодействий в системе. Слагаемые фейнмановского ряда, отвечающие неупругим процессам, в частности процессам вынужденного излучения, строго выпадают из расчетов. Это означает, что даже в приближенных вычислениях релаксационные параметры, определяемые уравнением Больцмана (сопротивление R , комплексная диэлектрическая проницаемость среды и т. д.) в формировании одновременных квантовых средних в условиях термодинамического равновесия участия принимать не могут. По этой причине проинтегрированная

по частотам математическая запись флюктуационно диссипационной теоремы (ФДТ) не может зависеть от подобного рода диссипативных характеристик. Любые «доказательства» обратного утверждения содержат ошибки. Так обосновывается ограниченность применимости квантовой формулы Найквиста, подтверждающая тезис Ю. Л. Климонтовича.

В настоящее время появились другие, более наглядные, но также достаточные соображения, указывающие на некорректность в квантовой области не только формулы Найквиста, но и оптической флюктуационной формулы С. М. Рытова [4, 9, 10], теории сил Казимира в изложении Е. М. Лифшица [4, 10, 11] и т. д. Приводим эти соображения.

В качестве наиболее простой модели будем иметь в виду электрический колебательный контур, описываемый стандартным уравнением

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = E(t), \quad (1)$$

где $q(t)$ — заряд на конденсаторе емкости C , L и R — индуктивность и сопротивление в контуре, $E(t)$ — внешняя электродвижущая сила. Решением этого уравнения при $R = E(t) = 0$ служит функция

$$q(t) = \gamma (\alpha e^{-i\omega_0 t} + \alpha^* e^{i\omega_0 t}), \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

где γ и α — некоторые константы. Квантовое описание системы, необходимое для изучения термодинамических квантовых флюктуаций, осуществляется при $R = E(t) = 0$ путем замены [12] классических величин на операторы

$$\begin{aligned} \alpha &\rightarrow \hat{\alpha}, \quad \alpha^* \rightarrow \hat{\alpha}^+, \quad \gamma = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0 C}{2}}, \\ \hat{\alpha}\hat{\alpha}^+ - \hat{\alpha}^+\hat{\alpha} &= [\hat{\alpha}, \hat{\alpha}^+] = 1, \\ q(t) &\rightarrow \hat{q}(t) = \gamma (\hat{\alpha} e^{-i\omega_0 t} + \hat{\alpha}^+ e^{i\omega_0 t}). \end{aligned}$$

^{*)} Институт высоких температур РАН, Москва.

Гамильтониан системы оказывается равным

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} (\hat{\alpha}\hat{\alpha}^+ + \hat{\alpha}^+\hat{\alpha}).$$

Нас будет интересовать коррелятор $\langle \hat{q}(t)\hat{q}(t') \rangle$, где усреднение осуществляется как в квантовом, так и в статистическом смысле согласно распределению Гиббса. Введем согласно определению запаздывающую и опережающую функции Грина

$$G_{r,a}(t - t') = \pm \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{q}(t), \hat{q}(t')] \rangle \vartheta(\pm t \mp t'), \quad (2)$$

где $\vartheta(t)$ — ступенчатая функция Хевисайда. Непосредственная проверка показывает, что для образов преобразования Фурье

$$\langle \hat{q}\hat{q} \rangle_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(t-t')} \langle \hat{q}(t)\hat{q}(t') \rangle d(t-t')$$

имеет место тождество

$$\begin{aligned} \langle \hat{q}\hat{q} \rangle_\omega &= -i\hbar \left(1 + \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} - 1} \right) [G_r(\omega) - G_a(\omega)], \\ G_a(\omega) &= G_r^*(\omega). \end{aligned} \quad (3)$$

Тождество (3) представляет собой математическую запись флюктуационно диссипационной теоремы [4, 13]. Вид тождества (3) не изменяется при наличии любых взаимодействий рассматриваемой подсистемы с окружением, если система в целом описывается некоторым гамильтонианом. Название ФДТ представляется нам чрезвычайно неудачным, поскольку формула (3) — это тождество, спрашивавшее для гамильтоновых систем, в которых, следовательно, отсутствуют диссипативные процессы. Ниже показано, что выраженная через обобщенные функции безусловно точная формула (3) неустойчива по отношению к аппроксимациям ее правой части. На это обстоятельство фактически указывал Ю.Л. Климонтович [1, 2], не признавая, к сожалению, точного смысла самой формулы (3).

Обсуждаемая квантовая формула Найквиста с учетом вакуумного слагаемого имеет вид [3]

$$\langle \varepsilon^2 \rangle_\omega = \hbar\omega \left(1 + \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} - 1} \right) 2R, \quad -\infty < \omega < \infty, \quad (4)$$

где $\langle \varepsilon^2 \rangle_\omega$ — термодинамические флюктуации электродвижущей силы в электрическом контуре. Формула (4) точного смысла не имеет, так как не существует квантового оператора электродвижущей силы, и левая часть (4) строго не определена. Но предполагается, что с помощью формулы (4), зная импеданс цепи

$$z(\omega) = R - i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right),$$

можно получить выражение для спектра флюктуаций заряда на конденсаторе

$$\begin{aligned} \langle \hat{q}\hat{q} \rangle_\omega &= \frac{\langle \varepsilon^2 \rangle_\omega}{\omega^2 |z(\omega)|^2} = \\ &= \hbar\omega \left(1 + \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} - 1} \right) \frac{2R}{(\omega^2 L - \frac{1}{C})^2 + \omega^2 R^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Эту формулу мы и будем обсуждать. При этом покажем, что в квантовой теории такой формулы существовать не может.

Вернемся к квантовому описанию электрического контура. В квантовом случае наличие активного сопротивления в контуре учтем, предположив взаимодействие заряда \hat{q} с внешним по отношению к контуру резервуаром. При этом резервуар будем также описывать квантовым образом. За взаимодействие контура с резервуаром пусть отвечает гамильтониан взаимодействия \hat{H}' так, что полный гамильтониан системы в представлении Шрёдингера имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \sum_i \varepsilon_i \hat{\beta}_i^+ \hat{\beta}_i + \hat{H}' - \hat{q}E(t). \quad (6)$$

Будем считать, что резервуар представляет собой газ из бозе-частиц и

$$\hat{H}' = -g \int \hat{\psi}^+(x) \hat{P} \hat{q} \hat{\psi}(x) dx.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(x) &= \sum_i \psi_i(x) \hat{\beta}_i, & \hat{\psi}^+(x) &= \sum_i \psi_i^*(x) \hat{\beta}_i^+, \\ \hat{q} &= \gamma(\hat{\alpha} + \hat{\alpha}^+), \end{aligned}$$

причем $\hat{\beta}_i$ и $\hat{\beta}_i^+$ — операторы уничтожения и рождения частиц резервуара в состоянии ψ_i с энергией ε_i такие, что

$$[\hat{\beta}_i; \hat{\beta}_j^+] = \delta_{ij}.$$

Через g обозначена константа взаимодействия, \hat{P} — некоторый эрмитов оператор. Из гамильтониана (6) при малой $E(t)$ следует формула Кубо [14]

$$\langle \check{q}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_r(t - t') E(t') dt',$$

где $\check{q}(t)$ — оператор заряда в гейзенберговском представлении. Функция $G_r(t - t')$ определяется формулой (2), причем квантовое усреднение осуществляется уже по собственным функциям полного гамильтониана (6) при $E(t) = 0$. Нам понадобятся уравнения движения для гейзенберговых операторов

ров $\check{\alpha}(t)$ и $\check{\beta}_i(t)$. Стандартным образом находим, что

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d\check{\alpha}(t)}{dt} &= [\check{\alpha}, \check{H}] = \\ &= \hbar\omega_0\check{\alpha}(t) - g\gamma \sum_{ij} P_{ij}\check{\beta}_j^+(t)\check{\beta}_i(t) - \gamma E(t), \\ i\hbar \frac{d\check{\beta}_j(t)}{dt} &= [\check{\beta}_i, \check{H}] = \\ &= \varepsilon_j\check{\beta}_j(t) - g\gamma \sum_i P_{ji} (\check{\alpha}(t) + \check{\alpha}^+(t)) \check{\beta}_i(t), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$P_{ij} = P_{ji}^* = \int \psi_i^* \hat{P} \psi_j dx.$$

Используя операцию эрмитова сопряжения, получаем уравнения для операторов $\check{\alpha}^+(t)$ и $\check{\beta}_i^+(t)$. Для входящего в систему (7) произведения операторов $\check{\beta}_i^+(t)\check{\beta}_j(t)$ уравнение движения выглядит так:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d\check{\beta}_i^+(t)\check{\beta}_j(t)}{dt} &= -\hbar\omega_{ij}\check{\beta}_i^+(t)\check{\beta}_j(t) + \\ &+ g \sum_{j'} P_{i'j'}\check{\beta}_{j'}^+(t)\check{\beta}_j(t)\check{q}(t) - g \sum_{i'} P_{ii'}\check{\beta}_i^+(t)\check{\beta}_{i'}(t)\check{q}(t), \\ \hbar\omega_{ij} &= \varepsilon_i - \varepsilon_j. \end{aligned}$$

Из этих уравнений после преобразования Фурье легко находится, что

$$\begin{aligned} -i\hbar(\omega^2 - \omega_0^2)\langle\check{q}(\omega)\rangle &= \\ &= 2i\omega_0g^2\gamma^2 \left\langle \sum_{ijj'} P_{ij} \left(P_{ij'}^* \check{q} \check{\beta}_{j'}^+ \check{\beta}_j - P_{jj'} \check{q} \check{\beta}_i^+ \check{\beta}_{j'} \right) \right\rangle \times \\ &\times (\hbar\omega + \hbar\omega_{ij})^{-1} + 2i\omega_0\gamma^2 E(\omega). \end{aligned} \quad (8)$$

Считая взаимодействие слабым, в уравнении (8) осуществляем разрыв корреляторов по схеме

$$\langle\check{q}\check{\beta}_j^+\check{\beta}_j\rangle = \delta_{jj'}N_j\langle\check{q}(\omega)\rangle,$$

где $N_j = \langle\check{\beta}_{j'}^+\check{\beta}_j\rangle$ — средние числа заполнения состояний ψ_j . Возникшее таким образом уравнение решается явно, и

$$\langle\check{q}(\omega)\rangle = -\frac{E(\omega)}{L\left(\omega^2 - \omega_0^2 - \frac{2\omega_0}{\hbar}\pi_r(\omega)\right)}, \quad (9)$$

где

$$\pi_r(\omega) = g^2\gamma^2 \sum_{ij} |P_{ij}|^2 \frac{N_j - N_i}{\hbar\omega - \hbar\omega_{ij} + i0}. \quad (10)$$

Появление $i0$ в знаменателе (10) связано с выбором запаздывающего характера решения. Сопоставление (9) с решением уравнения (1)

$$q(\omega) = -\frac{E(\omega)}{L\left(\omega^2 - \omega_0^2 + i\frac{R}{L}\omega\right)} \quad (11)$$

показывает, что эти формулы совпадают, если

$$\pi_r(\omega) = -i\frac{\hbar\omega}{2\omega_0 L} R. \quad (12)$$

Из (11) и формулы Кубо находим, что

$$G_r(\omega) = -\frac{1/L}{\omega^2 - \omega_0^2 - \frac{2\omega_0}{\hbar}\pi_r(\omega)}. \quad (13)$$

Если такой результат подставить в безусловно точную формулу (3), представляющую собой ФДТ, то с учетом (12) получим квантовую формулу Найквиста (5). Можно ли предложенную процедуру рассматривать как доказательство справедливости формулы Найквиста? Оказывается, что это не так даже в том случае, если R предполагать не константой, а функцией частоты. Чтобы это показать, рассчитаем

$$\langle(\hat{q})^2\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle\hat{q}\hat{q}\rangle_{\omega} \frac{d\omega}{2\pi}. \quad (14)$$

Сначала выполним расчет $G_{r,a}(\omega)$ во втором порядке теории возмущений и воспользуемся ФДТ. Дело в том, что этот расчет в приближении $\sim g^2$ может быть выполнен точно. Он не требует дополнительных аппроксимаций. Итак, решаем (8) методом итераций. Корреляторы в правой части (8) в нулевом приближении расцепляются точным образом. В нулевом приближении

$$\langle\check{q}(\omega)\rangle = -\frac{E(\omega)}{L(\omega^2 - \omega_0^2)}.$$

В приближении, пропорциональном g^2 , находим

$$\begin{aligned} G_r(\omega) &= -\frac{1}{L(\omega^2 - \omega_0^2)} \times \\ &\times \left[1 + \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2} \frac{2\omega_0g^2\gamma^2}{\hbar^2} \sum_{ij} |P_{ij}|^2 \frac{N_j - N_i}{\omega - \omega_{ij}} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

с заменой $\omega \rightarrow \omega + i0$ для соблюдения принципа причинности. Подставим это выражение в (3) и согласно (13) выполним интегрирование по частотам. Поскольку согласно (15), как и следовало ожидать, функции $G_r(\omega)$ и $G_a(\omega) = G_r^*(\omega)$ представляются единой аналитической функцией комплексного ω с полюсами на вещественной оси, то интегрирование разности функций в (3) можно заменить интегрированием по контуру, охватывающему вещественную ось, такому, что все полюсы функции $1/(1 - \exp(-\hbar\omega/T))$ находятся вне этого контура. Теперь видно, что

$$\langle(\hat{q})^2\rangle_{\omega} = -\hbar \sum_{\text{res}} \frac{1}{1 - e^{-\hbar\omega/T}} G(\omega),$$

где суммирование производится по всем вычетам внутри указанного контура. В целях простоты ограничимся двухуровневым приближением для среды,

сопоставляя индекс 1 основному ее состоянию, индекс 2 — возбужденному. При $T \gg \hbar\omega_{21}$ находим

$$\langle(\hat{q})^2\rangle = CT \left(1 + \frac{g^2 C}{T} |P_{21}|^2 N\right), \quad (16)$$

где N — сумма чисел заполнения обоих квантовых состояний среды. Важно отметить, что эта формула не зависит от параметра ω_{21} . Иным путем она была получена в работе [12]. Поскольку $|P_{ij}|^2 \sim \hbar$, что можно проверить на модели квантового осциллятора, считая $\hat{P} = -i\hbar\partial/\partial x$, то формула (16) представляет собой результат классической физики плюс квантовая добавка, линейная по \hbar . Формула (16) показывает, что квантовая поправка полностью определяется выражением (15) с полюсами на вещественной оси. Поэтому никакие релаксационные константы в формировании (16) участия не принимают. Уже отсюда следует, что активное сопротивление электрической цепи и в равной мере мнимая часть диэлектрической проницаемости к формированию квантовых поправок отношения не имеют. Этого аргумента достаточно для констатации некорректности квантовой формулы Найквиста, согласно которой $\langle(\hat{q})^2\rangle$ зависит от R , а разложение разности $\langle(\hat{q})^2\rangle - CT$ в ряд по постоянной Планка начинается с члена $\propto \hbar^2$. Согласно классической формуле Найквиста $\langle(\hat{q})^2\rangle$ зависимость от R теряет. Так же доказывается некорректность других формул, идейно связанных с квантовой формулой Найквиста [9, 11]. Попутно заметим, что никакие иные рассуждения, основанные на теории возмущений [15], обосновать справедливость квантовой формулы Найквиста не могут уже потому, что в этом приближении волновая функция системы со временем не затухает, и релаксационные константы в рассуждениях не появляются.

Можно утверждать большее. Рассчитаем $\langle(\hat{q})^2\rangle$, используя в ФДТ вместо формулы (15) формулу (13). Найдем

$$\begin{aligned} \langle(\hat{q})^2\rangle &= -i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 - e^{-\hbar\omega/T}} \times \\ &\times \left[-\frac{1/L}{\omega^2 - \omega_0^2 - \frac{2\omega_0}{\hbar}\pi_r(\omega)} - \text{с. с.} \right] \frac{d\omega}{2\pi}. \end{aligned} \quad (17)$$

Сразу заметим, что в отличие от (15) формулу (13) нельзя считать точной, поскольку она получена в результате разрыва корреляторов в равенстве (8). Но дело не только в этом. В двухуровневом приближении интеграл (17) допускает явное вычисление, поскольку подынтегральное выражение представляет собой алгебраическую функцию. Этот интеграл вновь определяется суммой вычетов внутри прежнего контура. Но при малом $\omega_{21} \ll \omega_0$ появляются два новых мнимых полюса подынтегральной функции,

что качественно отличает функцию (13) от функции (15), причем в худшую сторону. Теперь

$$\begin{aligned} \langle(\hat{q})^2\rangle &= \frac{\hbar}{L} \sum_{\text{res}} \frac{1}{1 - e^{-\hbar\omega/T}} \frac{\omega^2 - \omega_{21}^2}{(\omega^2 - \omega_{21}^2)(\omega^2 - \omega_0^2) - \omega_{21}\delta}, \\ \delta &= \frac{4g^2\gamma^2\omega_0}{\hbar^2} |P_{21}|^2 (N_1 - N_2). \end{aligned}$$

Проводя вычисления и устремляя $\omega_{21} \rightarrow 0$, из формулы (17) получаем не зависящий от \hbar результат $\langle(\hat{q})^2\rangle = CT$. Этот результат отличается от результата предыдущего расчета (16), содержащего квантовую поправку, в свою очередь не зависящую от ω_{21} . Мы констатируем отсутствие в квантовой физике корректного перехода между формулами (15) и (13). Другими словами, ряд теории возмущений не может быть эффективно просуммирован. Оказывается, сначала надо выполнить операцию интегрирования по частотам и лишь затем осуществлять операцию суммирования. На такой порядок операций непосредственно указывает метод расчета $\langle(\hat{q})^2\rangle$, предложенный в [8]. Это обстоятельство проявит себя в любой другой технике, в частности, в технике температурных функций Грина [10, 16].

Итак, в квантовой физике флукуационно-дисциплинарной теореме нельзя придать математическую запись в виде (17). Это дополнительное обстоятельство, указывающее на некорректность не только квантовой формулы Найквиста, сводящейся к (17), но и флукуационной формулы Рытова [9], описывающей флукутации электромагнитного поля в поглощающих средах, а также основанной на этой формуле теории Е. М. Лифшица [11]. Более того, в квантовой теории нельзя корректно ввести понятие активного сопротивления R и диэлектрической проницаемости с конечной мнимой составляющей, поскольку введение этих величин требует возможности представления $G_r(\omega)$ и $G_a(\omega)$ в форме (13). К таким же выводам с иных позиций приводят работа [17], что неоднократно обсуждалось в [12, 18].

Методическое добавление

Остается невыясненным вопрос о том, что приходит на смену квантовой формуле Найквиста. Указав на некорректность формулы Найквиста, на поставленный выше вопрос Ю. Л. Климонтович не дал правильного ответа. Теперь нас интересует вид функции $\langle\hat{q}\hat{q}\rangle_\omega$ или, что то же самое, функция $\langle\hat{q}(t)\hat{q}(t')\rangle$, если известен интеграл (14). Здесь нам удобнее иметь дело с представлением Гейзенберга. Средние значения операторов инвариантны относительно выбора представления. На первый взгляд, решение поставленного вопроса не представляет труда. Надо лишь выписать дифференциальное уравнение для $\langle\hat{q}(t)\hat{q}(t')\rangle$ и решить его при известном теперь начальном условии. Из системы уравнений (7) находим

$$\frac{d^2 \langle \dot{q}(t) \dot{q}(t') \rangle}{dt^2} = -\omega^2 \langle \dot{q}(t) \dot{q}(t') \rangle + \frac{2g\omega_0\gamma^2}{\hbar} \sum_{ij} P_{ij} \langle \check{\beta}_i^+(t) \check{\beta}_j(t) \dot{q}(t') \rangle,$$

$$i\hbar \frac{d \langle \check{\beta}_i^+(t) \check{\beta}_j(t) \dot{q}(t') \rangle}{dt} = -\hbar\omega_{ij} \langle \check{\beta}_i^+(t) \check{\beta}_j(t) \dot{q}(t') \rangle + gP_{ij}^*(N_j - N_i) \langle \dot{q}(t) \dot{q}(t') \rangle.$$

Такая система уравнений возникает при расцеплении коррелятора

$$\langle \dot{q}(t) \check{\beta}_{j'}^+(t) \check{\beta}_j(t) \dot{q}(t') \rangle = \delta_{jj'} N_j \langle \dot{q}(t) \dot{q}(t') \rangle.$$

Ищем решение этой системы при $t > t'$ и $t < t'$. Уравнение второго порядка требует двух начальных условий. В действительности из-за наличия системы уравнений помимо $\langle \dot{q}(t) \dot{q}(t) \rangle$ и $\langle \frac{d\dot{q}(t)}{dt} \dot{q}(t) \rangle$ надо знать еще $\langle \check{\beta}_i^+(t) \check{\beta}_j(t) \dot{q}(t) \rangle$. Последние две конструкции могут быть рассчитаны, например, методом Г-операторов [8]. Их конкретный вид для наших целей не имеет значения. В итоге при $t > t'$ имеем

$$\begin{aligned} \langle \dot{q}(t) \dot{q}(t') \rangle &= \int_{b-i\infty}^{b+i\infty} e^{s(t-t')} \times \\ &\times \left[\left\langle \frac{d\dot{q}(t)}{dt} \dot{q}(t) \right\rangle + s \langle \dot{q}(t) \dot{q}(t) \rangle + \right. \\ &\left. + 2ig\omega_0\gamma \sum_{ij} |P_{ij}|^2 \frac{\langle \check{\beta}_i^+(t) \check{\beta}_j \dot{q}(t) \rangle}{i\hbar s + \hbar\omega_{ij}} \right] \times \\ &\times \left[s^2 + \omega_0^2 - \frac{2\omega_0}{\hbar} \pi_r(is) \right]^{-1} \frac{ds}{2\pi i}. \end{aligned}$$

Здесь возникает та же проблема, что и ранее при попадании $\pi_r(is)$ в знаменатель. Решим эту проблему на полуфеноменологической основе, заменив согласно (12) функцию $\pi_r(is)$ на экспериментально найденное сопротивление R . Согласно выводу R следует считать малой величиной. В этом приближении первое и третье слагаемые в числителе следует опустить. Теперь

$$\begin{aligned} \langle \dot{q}(t) \dot{q}(t') \rangle &= L \langle \dot{q}(t) \dot{q}(t) \rangle \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega(t-t')} \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{z^*} \right) \frac{d\omega}{2\pi} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega(t-t')} \langle \hat{q} \hat{q} \rangle \omega \frac{d\omega}{2\pi}. \quad (18) \end{aligned}$$

Эта полуфеноменологическая формула после интегрирования по частотам дает правильное значение интеграла $\langle \dot{q}(t) \dot{q}(t) \rangle$, а также совпадающую с экспериментом зависимость коррелятора $\langle \dot{q}(t) \dot{q}(t') \rangle$ от $|t - t'|$. Если определить флюктуационную ЭДС в электрическом контуре по формуле (5), то она оказывается нелинейно зависящей от параметров по отношению к электрическому контуру LC внешней системы через величину $R|P_{ij}|^2 \sim \hbar$, содержащуюся в произведении $R \langle \dot{q}(t) \dot{q}(t) \rangle$, и теряет свойство аддитивности. Свойство аддитивности флюктуирующей ЭДС используется [6] при феноменологических «доказательствах» справедливости квантовой формулы Найквиста, по этой причине оказывающихся необоснованными.

Выражаем признательность В. С. Воробьеву, А. М. Игнатову и В. П. Макарову за благожелательные дискуссии.

Литература

- Климонтович Ю.Л. Штрихи к портретам. Дискуссионные вопросы статистической физики. М., 2005.
- Климонтович Ю.Л. // УФН. 1987. **151**, № 2. С. 309.
- Nyquist H. // Phys. Rev. 1928. **32**. Р. 110.
- Ландау Л.Д., Либшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., 1957.
- Физическая энциклопедия. Т. 3. М., 1992. С. 239.
- Гинзбург В.Л., Питаевский Л.П. // УФН. 1987. **151**, № 2. С. 333.
- От редакции // УФН. 1987. **151**, № 2. С. 309.
- Векленко Б.А. // ЖЭТФ. 1989. **114**, № 2(8). С. 492.
- Рытов С.М. Теория электрических флюктуаций и теплового излучения. М., 1953.
- Либшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. Ч. 2. М., 1978.
- Либшиц Е.М. // ЖЭТФ. 1954. **29**, № 1(7). С. 94.
- Векленко Б.А., Шеркунов Ю.Б. // Прикладная физика. 2004. № 4. С. 5.
- Callen H.B., Welton T.A. // Phys. Rev. 1951. **83**. Р. 34.
- Кубо Р. // Термодинамика необратимых процессов. М., 1962. С. 345.
- Гинзбург В.Л. // УФН. 1952. **46**, № 3. С. 348.
- Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1962.
- Veklenko B.A., Sherkunov Y.B. // Cond. Matt. Phys. 2004. **7**, N 3(39). Р. 603.
- Векленко Б.А., Шеркунов Ю.Б. // Оптика и спектроскопия. 2005. **99**, № 3. С. 488.

Поступила в редакцию
10.02.06