

К Р А Т К И Е С О О Б Щ Е Н И Я

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.12:531.51

ПИОННАЯ КОНДЕНСАЦИЯ В СРЕДЕ С МАССИВНЫМИ КВАРКАМИ ВО ВНЕШНЕМ ХРОМОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Ч. Жуковский, К. Г. Клименко^{*)}, А. М. Щелкачев
(кафедра теоретической физики)

E-mail: zhukovsk@phys.msu.ru

Рассмотрена пионная конденсация в асимметричной по аромату кварковой среде с массивными кварками во внешнем хромомангнитном поле. Показано, что внешнее поле является катализирующим фактором для появления пионной конденсации, в то время как конечная масса кварков не препятствует возникновению этого явления.

Введение

Непертурбативные эффекты в квантовой хромодинамике (КХД) при низких энергиях удается исследовать только на основе приближенных методов в рамках различных эффективных моделей. Хорошо известно, что физика легких мезонов описывается на основе четырехфермионных моделей, таких как, например, модель Намбу–Йона–Лазинио (НЙЛ), которая успешно применялась для воплощения идей динамического нарушения киральной симметрии (ДНКС) и бозонизации (см. [1, 2] и приведенные там ссылки; обзор (2+1)-мерных четырехкварковых эффективных моделей см. в [3]). Подчеркнем, что именно в рамках четырехфермионных моделей удалось показать, что внешнее магнитное или хромомангнитное поле индуцирует ДНКС [4–6], а также продемонстрировать генерацию масс фермионов даже в случае слабого взаимодействия между кварками [7, 8]. Недавно большой интерес вызвали эффекты дикварковой конденсации и цветовой сверхпроводимости. Первые исследования уравнений щели и свободной энергии Гинзбурга–Ландау для системы релятивистских фермионов привели к выводу о возможности возникновения состояний сверхпроводимости и цветовой сверхпроводимости в кварковой среде [9, 10]. Было показано, что, подобно случаю конденсации кварков, дикварковая конденсация также может катализироваться сильными внешними (вакуумными) калибровочными полями [11–14]. Недавно обсуждалась возможность образования новой фазовой структуры, а именно пионного конденсата, в плотной кварковой среде за счет асимметрии её изоспинового состава [15–17] (см. также [18–21]).

Общие положения

Рассмотрим расширенную модель НЙЛ с числами цветов $N_c = 3$ и ароматов $N_f = 2$, заданную

лагранжианом

$$\mathcal{L} = -\bar{q}(i\gamma_\nu \nabla_\nu + i\mu\gamma_0 + \sigma + m + i\gamma^5 \tau \pi + i\mu' \tau_3 \gamma^0)q - \frac{1}{4G}(\sigma^2 + \pi^2), \quad (1)$$

где $\nabla_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^a \frac{\lambda_a}{2}$, $\mu = \frac{\mu_u + \mu_d}{2}$ — химический потенциал, усредненный по химпотенциалам μ_u и μ_d u и d кварков соответственно [22], а $\mu' = \frac{\mu_u - \mu_d}{2}$ — химический потенциал, усредненный по разности их ароматов.

Фундаментальный кварковый лагранжиан модели НЙЛ (1) с четырехфермионным слагаемым обеспечивает возможность спонтанного нарушения как киральной, так и цветовой симметрии. В итоге основное состояние модели может характеризоваться двумя конденсатами — кварковым $\langle \bar{q}q \rangle$ (спонтанное нарушение киральной симметрии) и дикварковым $\langle qq \rangle$ (спонтанное нарушение цветовой симметрии). Мы будем рассматривать ситуацию, когда дикварковый конденсат не образуется, $\langle qq \rangle = 0$, однако кварковая материя ароматов асимметрична.

Для того чтобы рассмотреть возможность генерации кваркового и пионного конденсатов, введем вакуумную амплитуду Z системы:

$$Z = \int d q d \bar{q} d \sigma d \pi_i \exp \left[\int d^4 x \mathcal{L} \right].$$

Пренебрегая флуктуациями $\delta \sigma$ и $\delta \pi$, положим

$$-\frac{1}{2G}\sigma = \langle \bar{q}q \rangle, \quad -\frac{1}{2G}\pi = \langle i\bar{q}\tau\gamma_5 q \rangle.$$

Тогда эффективное евклидово действие получим в виде

$$W_E = \ln Z = \tau \int \frac{d p_4}{2\pi} \sum_{\lambda, \alpha, k, \kappa} \ln \left[p_4^2 + (\varepsilon - \kappa \mu)^2 \right] - (\tau L^3) \frac{\sigma^2 + \pi^2}{4G},$$

^{*)} Институт физики высоких энергий РАН, г. Протвино, Московская обл.

где τ — интервал мнимого времени, $\alpha = 1, 2, 3$ — цветовые индексы для кварков с квантовыми числами k , $\lambda = \pm 1$ — знак химического потенциала μ' и $\kappa = \pm 1$ — химического потенциала μ , что соответствует распределению заряда кварков.

Спектр кварков при $\alpha = 3$:

$$\varepsilon_{p,\lambda} = \sqrt{\left(\sqrt{(\sigma + m)^2 + \mathbf{p}^2 + \pi_3^2 + \lambda\mu'}\right)^2 + \pi_1^2 + \pi_2^2}, \quad (2)$$

а при $\alpha = 1, 2$:

$$\varepsilon_{k,\lambda} = \sqrt{\left(\sqrt{(\sigma + m)^2 + \Pi_k^2 + \pi_3^2 + \lambda\mu'}\right)^2 + \pi_1^2 + \pi_2^2}, \quad (3)$$

где Π_k^2 — собственные значения оператора $-(\gamma\nabla)^2$, где $\nabla = \boldsymbol{\partial} - ig\mathbf{A}^a\lambda_a/2$.

Если температура $T = 1/\beta > 0$, то, подставив $p_4 \rightarrow \frac{2\pi}{\beta}(l + \frac{1}{2})$, $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, получаем термодинамический потенциал

$$\Omega = -\frac{W_E}{\beta L^3} = -\frac{1}{\beta L^3} \sum_{\lambda,\kappa} \sum_{k,\alpha} \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} \int_{1/\Lambda_s^2}^{\infty} \frac{ds}{s} \times \exp\left\{-s\left(\frac{2\pi(l + \frac{1}{2})}{\beta}\right)^2 - s(\varepsilon - k\mu)^2\right\} + \frac{\sigma^2 + \pi^2}{4G},$$

где $\Lambda_s^2 = 2\Lambda_p^2$ — обрезание.

Предположим, что отличны от нуля только компоненты внешнего поля $A_\mu^a \neq 0$, $a = 1, 2, 3$, принадлежащие $SU(2)$ -подгруппе цветовой группы симметрии модели $SU(3)$, а остальные компоненты равны нулю, $A_\mu^a = 0$, $a = 4, \dots, 8$. Тогда кварки только двух цветов ($\alpha = 1, 2$) взаимодействуют с полем A_μ^a , а третий кварк свободен. Пусть внешнее поле является постоянным и однородным хромомангнитным полем, $F_{\mu\nu}^a = \text{const}$, причем рассмотрим случай абелева хромомангнитного поля $A_\mu^a = \delta_3^a \delta_{\mu 2} x_1 H$. Спектр Π_k^2 дираковского оператора кварков $-(\gamma\nabla)^2$ в таком поле хорошо известен. Он имеет шесть ветвей, две из которых соответствуют свободным кваркам ($\alpha = 3$) $\Pi_{1,2}^2 = \mathbf{p}^2$, а четыре другие соответствуют двум цветовым степеням свободы с «зарядами» $\pm g/2$ и имеют вид $\Pi_{3,4,5,6}^2 = gH(n + \frac{1}{2} + \frac{\zeta}{2}) + p_3^2$, где $\zeta = \pm 1$ — проекция спина на направление внешнего поля, p_3 — продольная компонента импульса кварков ($-\infty < p_3 < \infty$), $p_1^2 = gH(n + 1/2)$ — поперечная компонента импульса кварка в квадрате, а $n = 0, 1, 2, \dots$ — квантовое число Ландау.

Случай нулевой массы кварков

Рассмотрим случай, когда барионный химпотенциал, вторая и третья компоненты пионного конденсата, массы кварков и температура равняются нулю: $\mu = \pi_2 = \pi_3 = m = T = 0$, а первая компонента

пионного конденсата, кварковый конденсат и изотопическая асимметрия отличны от нуля: $\pi_1 \neq 0$, $\sigma \neq 0$, $\mu' \neq 0$.

С учетом выражений для спектров (2), (3) термодинамический потенциал принимает вид

$$\Omega = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{1/\Lambda_s^2}^{\infty} \frac{ds}{s^{3/2}} \left[4 \sum_{\lambda} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} e^{-s\varepsilon_{p,\lambda}^2} + \frac{gH}{2\pi} \sum_{\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n0}) \int \frac{dp_3}{2\pi} e^{-s\varepsilon_{k,\lambda}^2} \right] + \frac{\sigma^2 + \pi_1^2}{4G}. \quad (4)$$

Рассмотрим численный расчет при $\mu' > 0$. Значения параметров возьмем, как в [19, 23], в том числе $G = 5.01 \text{ ГэВ}^{-2}$, $\Lambda_p = 0.650 \text{ ГэВ}$. Это случай сильного взаимодействия между кварками. Он соответствует константе связи $\tilde{g} = \frac{6G\Lambda^2}{\pi^2} = 1.29 > 1$ из работы [19]. При этом глобальный минимум эффективного потенциала $\Omega(\sigma, \pi_1)$ лежит на оси σ или π_1 .

В работе [23] показано, что при этих параметрах пионная конденсация (при внешнем поле $gH = 0$)

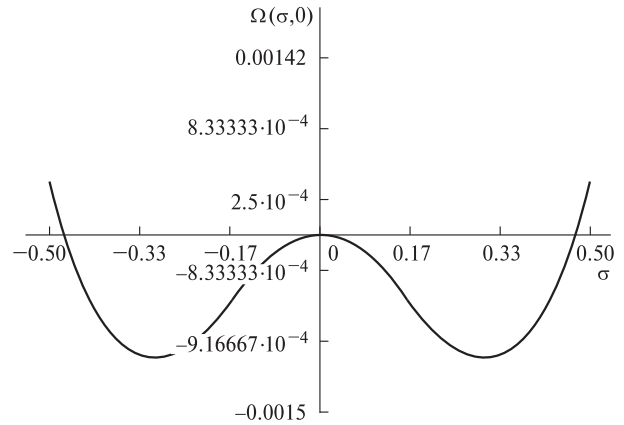


Рис. 1. Термодинамический потенциал Ω во внешнем поле как функция $\sigma(\pi_1 = 0)$ при $m = 0$ и $\mu' = 0.1 \text{ ГэВ}$

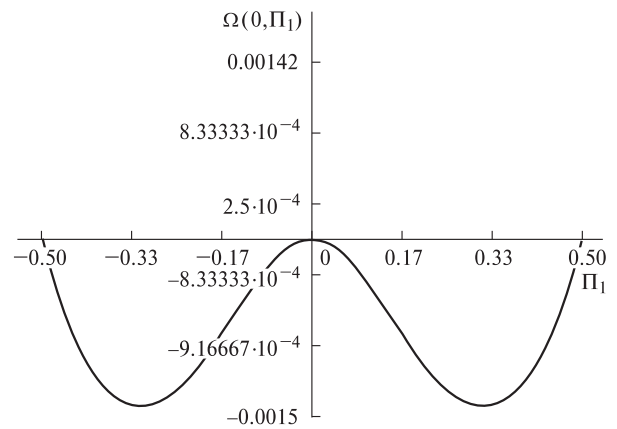


Рис. 2. Термодинамический потенциал Ω во внешнем поле как функция $\pi_1(\sigma = 0)$ при $m = 0$ и $\mu' = 0.1 \text{ ГэВ}$

наступает только при $\mu_I = 2\mu' > m_\pi \approx 0.15$ ГэВ (где m_π — масса π -мезона). Продемонстрируем, что пионная конденсация имеет место во внешнем поле $gH = 0.5$ ГэВ², которое достаточно сильное по сравнению с величиной конденсата.

Рассмотрим вначале случай $\mu' = 0.1$ ГэВ, тогда $\mu_I = 2\mu' > m_\pi$ ГэВ, т.е. пионная конденсация наступает и без внешнего поля (рис. 1, 2). Во внешнем поле глобальный минимум $\Omega(0, \pi_1)$ (рис. 2) немного ниже, чем $\Omega(\sigma, 0)$ (рис. 1), что свидетельствует о сохранении пионной конденсации в хромагнитном поле.

Расчет показывает, что при увеличении внешнего поля gH эффект пионной конденсации усиливается.

Случай с конечной массой кварков

Рассмотрим влияние ненулевой массы кварков на эффект пионной конденсации, введя массу кварков $m = 0.005$ ГэВ [23] во внешнем поле $gH = 0.5$ ГэВ² (при этом значения остальных параметров те же, что и выше). В этом случае термодинамический потенциал принимает вид (4), где выражения для спектра кварков (2), (3) учитывают, что $m \neq 0$.

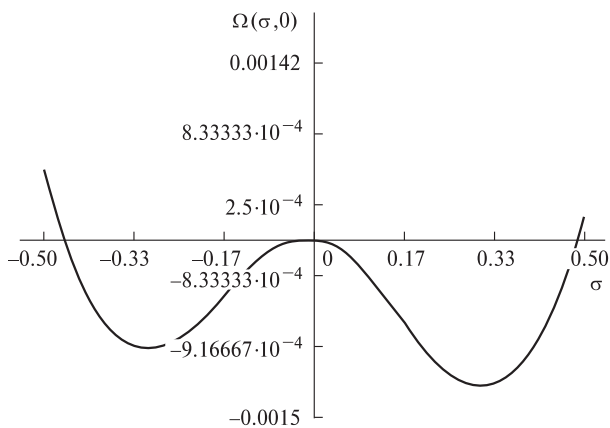


Рис. 3. Термодинамический потенциал Ω во внешнем поле как функция $\sigma(\pi_1 = 0)$ при $m = 0.005$ ГэВ и $\mu' = 0.1$ ГэВ

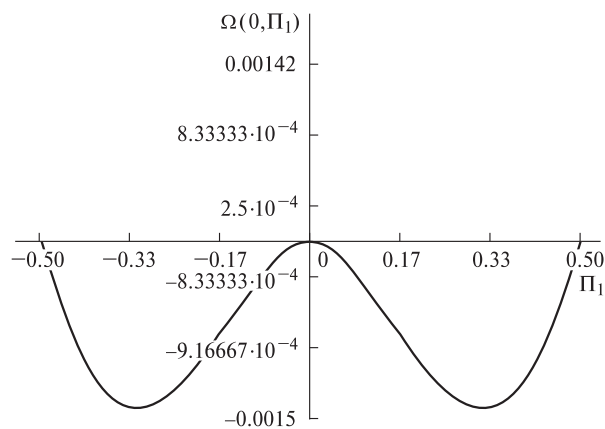


Рис. 4. Термодинамический потенциал Ω во внешнем поле как функция $\pi_1(\sigma = 0)$ при $m = 0.005$ ГэВ и $\mu' = 0.1$ ГэВ

Сравнение рис. 3 и 4 при $\mu' = 0.1$ ГэВ показывает, что локальный минимум на графике $\Omega(0, \pi_1)$ немного ниже, чем $\Omega(\sigma, 0)$, что означает наличие пионного конденсата и в случае конечной массы кварков.

Авторы благодарят Д. Эберта и А. В. Борисова за интерес к работе и обсуждение результатов.

Литература

1. Ebert D., Reinhardt H. // Nucl. Phys. 1986. **B271**. P. 188.
2. Ebert D., Reinhardt H., Volkov M.K. // Progr. Part. Nucl. Phys. 1994. **33**. P. 1.
3. Vshivtsev A.S., Zhukovsky V.Ch., Klimenko K.G., Magnitsky B.V. // Phys. Part. Nucl. 1998. **29**. P. 523.
4. Klimenko K.G. // Teor. Mat. Fiz. 1991. **89**. P. 211; 1992. **90**. P. 3; Z. Phys. 1992. **C54**. P. 323.
5. Krive I.V., Naftulin S.A. // Phys. Rev. 1992. **D46**. P. 2737.
6. Vshivtsev A.S., Klimenko K.G., Magnitsky B.V. // JETP Lett. 1995. **62**. P. 283; Teor. Mat. Fiz. 1996. **106**. P. 319.
7. Klimenko K.G., Magnitsky B.V., Vshivtsev A.S. // Nuovo Cim. 1994. **A107**. P. 439; Theor. Math. Phys. 1994. **101**. P. 1436; Phys. Atom. Nucl. 1994. **57**. P. 2171.
8. Ebert D., Zhukovsky V.Ch. // Mod. Phys. Lett. 1997. **A12** P. 2567.
9. Bailin D., Love A. // Phys.Rept. 1984. **107**. P. 325.
10. Alford M., Rajagopal K., Wilczek F. // Phys. Lett. 1998. **B422**. P. 247; Nucl. Phys. 1999. **B537**. P. 443.
11. Zhukovsky V.Ch., Klimenko K.G., Khudyakov V.V., Ebert D. // JETP Lett. 2001. **73**. P. 121 (Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 2001. **73**. P. 137).
12. Zhukovsky V.Ch., Khudyakov V.V., Klimenko K.G., Ebert D. // JETP Lett. 2001. **74**. P. 523 (Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 2001. **74**. P. 595).
13. Ebert D., Klimenko K.G., Toki H. // Phys. Rev. 2001. **D64**. P. 014038 (hep-ph/0011273).
14. Ebert D., Khudyakov V.V., Zhukovsky V.Ch., Klimenko K.G. // Phys. Rev. 2002. **D65**. P. 054024 (hep-ph/0106110).
15. Frank M., Buballa M., Oertel M. // Phys. Lett. 2003. **B562**. P. 221.
16. He L., Jin M., Zhuang P. // Phys. Rev. 2006. **D74**, P. 036005.
17. Andersen J.O., Kyllingstad L. // hep-ph/0701033.
18. Ebert D., Klimenko K.G. // Eur. Phys. J. 2006. **C46**. P. 771.
19. Ebert D., Klimenko K.G. // J. Phys. 2006. **G32** P. 599.
20. Жуковский В.Ч., Клименко К.Г., Федотов А.М., Эберт Д. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. № 3. С. 24 (Moscow University Phys. Bull. 2006. N 3. P. 22).
21. Ebert D., Klimenko K.G., Zhukovsky V.Ch., Fedotov A.M. // Eur. Phys. J. 2007. **C49**. P. 709.
22. Hatsuda T., Kanihibo T. // Phys. Rep. 1994. **247**. P. 221.
23. He L., Jin M., Zhuang P. // Phys. Rev. 2005. **D71**. P. 116001.