ЗАДАЧИ
по спецкурсу «Физика фундаментальных взаимодействий»

1. Показать, что для *времениподобного* 4-вектора x^μ $(x^2 = x\cdot x > 0)$ знак компоненты x^0 — инвариант группы $L_+^\uparrow$.

2. Пусть $a^\mu b_\mu = 0$ и $a^2 = 0$. Показать, что $b^2 < 0$ или $b^\mu = \lambda a^\mu$, $\lambda = \text{const}$.

3. Пусть $\Lambda(\mathbf{n},\psi)$ — буст к системе отсчёта, движущейся относительно исходной со скоростью $\mathbf{v} = \mathbf{n}\,\mathrm{th}\psi$, $|\mathbf{n}| = 1$. Показать, что

$$\Lambda\left(\mathbf{n},\psi_2\right)\Lambda\left(\mathbf{n},\psi_1\right) = \Lambda\left(\mathbf{n},\psi_1+\psi_2\right).$$

4. Лагранжиан электромагнитного поля в виде

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2\xi}\left(\partial_\mu A^\mu\right)^2,$$

где ξ – вещественный параметр, инвариантен относительно калибровочных преобразований

$$A'_\mu = A_\mu + \lambda\,\partial_\mu\omega, \quad \Box\omega = 0, \lambda = \text{const}.$$

Построить соответствующий сохраняющийся нётеровский ток g^μ. Найти уравнения движения для поля A_μ.

5. Лагранжиан комплексного массивного векторного поля u^μ имеет вид

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{2}f^*_{\mu\nu}f^{\mu\nu} + m^2 u^*_\mu u^\mu; \quad f_{\mu\nu} = \partial_\mu u_\nu - \partial_\nu u_\mu.$$

Получить уравнения поля и показать, что из них следует условие $\partial_\mu u^\mu = 0$. Построить тензоры энергии-импульса, момента и 4-вектор электромагнитного тока, отвечающий глобальной калибровочной инвариантности лагранжиана.

6. Лагранжиан SU(2)-калибровочного поля $\mathbf{W}_\mu = (W^a_\mu)$, взаимодействующего с действительным скалярным изотриплетом $\boldsymbol{\phi} = \left(\phi^a\right)$, имеет вид:

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}\left(D_\mu\boldsymbol{\phi}\right)\cdot\left(D^\mu\boldsymbol{\phi}\right) + \frac{\mu}{2}\boldsymbol{\phi}^2 - \frac{\lambda}{4}\left(\boldsymbol{\phi}^2\right)^2 - \frac{1}{4}\mathbf{G}_{\mu\nu}\cdot\mathbf{G}^{\mu\nu};$$
$$\mu > 0,\ \lambda > 0;\ D_\mu\boldsymbol{\phi} = \partial_\mu\boldsymbol{\phi} + g\boldsymbol{\phi}\times\mathbf{W}_\mu.$$

Получить явный вид $\mathscr{L}$ после спонтанного нарушения симметрии в унитарной калибровке:

$$\boldsymbol{\phi}(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v+\eta(x) \end{pmatrix},\ v = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{1/2}.$$

Описать физические поля и найти уравнения движения системы.

Профессор **А. В. Борисов**
25.04.2006